

4. Физический маятник

Физический маятник – твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр масс.

Физический маятник изображен на рисунке. Горизонтальная ось, перпендикулярная плоскости рисунка, обозначена как O , центр масс тела – M . Отрезок, соединяющий ось и центр масс – l . В состоянии равновесия отрезок OM расположен вертикально, то есть центр масс располагается под точкой подвеса.

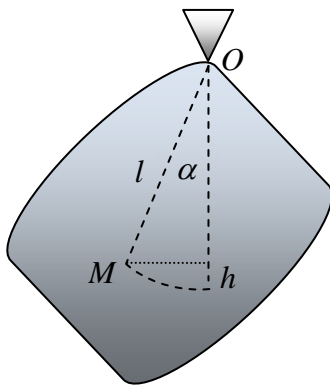


Рис. 3

Отклоним маятник от положения равновесия, подняв центр масс на высоту h . Потенциальная энергия при этом возрастет до значения $U = mgh$, где m – масса маятника.

Пусть α – угол, на который отклонили маятник, тогда $h = l(1 - \cos \alpha)$. Для малых углов, $\alpha \ll 1$, справедливо равенство $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$.

Тогда, для потенциальной энергии получаем

выражение $E_p = mgl \frac{\alpha^2}{2}$.

Если маятник отпустить, то он начнет движение к положению равновесия. Это будет вращательное движение. Угловая скорость такого движения $\dot{\alpha}$. Пусть J – момент инерции маятника. Кинетическая энергия маятника, как твердого тела совершающего вращательное движение, имеет вид

$$E_k = \frac{J\dot{\alpha}^2}{2}.$$

Тогда полная энергия $E = E_k + E_p = \frac{J\dot{\alpha}^2}{2} + mgl \frac{\alpha^2}{2}$.

Будем считать, что диссипативные силы отсутствуют, тогда выполняется закон сохранения полной механической энергии. Если энергия не меняется, то ее производная по времени равна нулю. Из условия $\dot{E} = 0$ следует, что

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0, \text{ где } \omega_0^2 = \frac{mgl}{J}.$$

Таким образом, физический маятник, выведенный из положения равновесия, совершает гармонические колебания относительно горизонтальной оси.