

6. Квазиупругая сила

В независимости от физической природы силу называют квазиупругой, если она линейна относительно смещения и направлена противоположно ему. Возвращающую силу P_r , при малых отклонениях, можно считать квазиупругой.

Справедливо следующее утверждение, если в системе, подвергшейся кратковременному внешнему воздействию, и вышедшей из состояния равновесия, возникает квазиупругая возвращающая сила, то система будет совершать гармонические колебания.

В качестве иллюстрации приведем фантастический пример такой системы. Для этого попробуем найти ответ на следующий вопрос. Что будет с телом, которое уронили в скважину, пробуренную сквозь центр Земли – с одной стороны на другую?

В дальнейшем будем придерживаться следующих допущений. Тело – материальная точка массой m , Земля – однородный шар, радиус которого $R=6378$ км. Ускорение свободного падения на поверхности Земли $g=9,81$ м/с². Скважина пробурена с Северного полюса на Южный (в этом

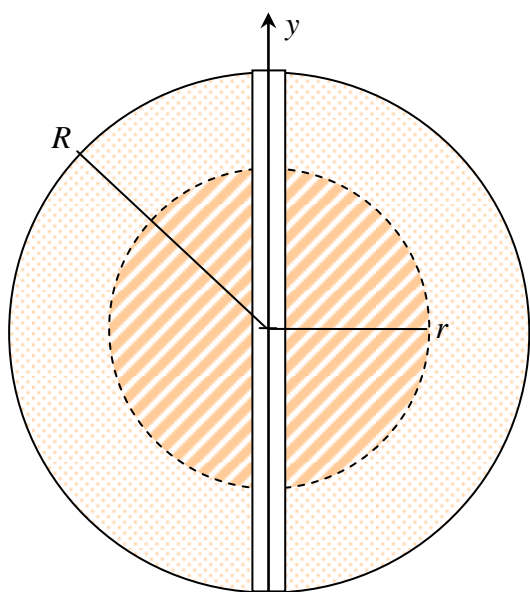


Рис. 5

случае можно не учитывать вращение Земли). Сила сопротивления воздуха не учитывается.

Поместим начало координат в центре Земли, а ось ординат направим по скважине на Северный полюс, Рис. 5.

Движение тела определяет закон всемирного тяготения Ньютона, гласящий, что сила гравитационного притяжения между двумя материальными точками с массами m_1 и m_2 , пропорциональна

произведению масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними R_{12}

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R_{12}^2}.$$

На материальную точку массой m , находящуюся на поверхности Земли, действует сила тяжести mg . Сила тяжести является следствием гравитационного притяжения массой Земли M . Гравитационное поле материальной точки и шара той же массы совпадают вне шара.

Тогда, на поверхности Земли $mg = G \frac{mM}{R^2}$. Отсюда можно найти массу Земли $M = \frac{gR^2}{G}$, и ее плотность $\rho = \frac{M}{4/3\pi R^3} = \frac{3g}{4\pi GR}$.

На материальную точку, опустившуюся в скважину на глубину $y = r$, оказывает воздействие не вся масса Земли. Массу, распределенную в шаровом слое от R до r , можно не учитывать, ее влияние самоуравновешивается. Оставшаяся масса M_r , сосредоточенная в шаре радиуса r , (на Рис. 5 он заштрихован) продолжает притягивать материальную точку.

Поскольку масса этого шара

$$M_r = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho = \frac{g}{GR} r^3,$$

то гравитационная сила, направленная к центру Земли,

$$F = G \frac{mM_r}{r^2} = mr \frac{g}{R}$$

Перейдя к координате y , запишем, учитывая направление, силу, действующую на падающую в скважине материальную точку

$$F = -m\omega_0^2 y, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}.$$

Построенная сила оказалась квазиупругой. Следовательно, материальная точка будет совершать гармонические колебания, между

устьями скважины расположенным на Северном и Южном полюсах. Период этих колебаний составляет 84,4 минуты, а скорость материальной точки в центре Земли $V = R\omega_0 \approx 7,9 \text{ км/с}$, что совпадает с первой космической скоростью.

Если скважину или туннель проложить не через центр Земли, а по хорде, Рис. 6, то характер движения тел в нем останется прежним.

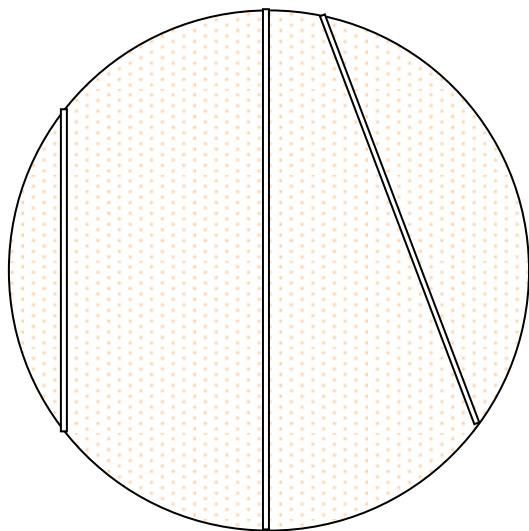


Рис. 6

Наблюдатель, находящийся у входа, будет видеть наклонный тоннель, уходящий под землю. Колесное транспортное средство начнет двигаться по такому тоннелю под уклон, постепенно набирая скорость. Пройдя середину тоннеля, транспортное средство начнет замедляться, пока не остановится, достигнув противоположного входа в

тоннель.

Путешествие во встречном направлении будет выглядеть совершенно аналогично. Наклонный тоннель, первоначально ускоренное, а затем замедленное движение, и остановка на поверхности.

Двигатель и горючее при таком способе передвижения оказываются излишними. И время такого путешествия, вне зависимости, по какой хорде проложен тоннель будет всегда одинаково – 42,2 мин.

Возможно, что когда-нибудь прокладка таких хордовых тоннелей станет технологически возможной и экономически оправданной.