Тема 5. Методология измерения стоимости под риском (Value-at-Risk)

Стоимость под риском (Value-at-Risk, VaR) – выраженная в денежных единицах оценка величины, которую не превысят с заданной вероятностью ожидаемые в течение определенного времени потери.

Очевидно, что для того, чтобы погасить требуется соответствующий резерв. Иначе говоря, если мы знаем, что можем потерпеть с известной вероятностью убытки на величину VaR, значит нужно иметь резерв в такой же величине, чтобы можно было из погасить.

Отсюда следует второе, равнозначное определение VaR:

Стоимость под риском (Value-at risk, VaR) – выраженный в денежных единицах резерв, который нужно создать для погашения убытков в течение определенного периода времени с известной вероятностью.

Запишем то же самое определение математически. Пусть мы хотим погасить с вероятностью α возникающие в течение определенного периода времени T денежные убытки. Чтобы их погасить, нужно создать резерв в размере Q:

$$VaR(\alpha)=Q.$$

Создав такой резерв, мы сможем сказать: «Мы уверены на α процентов (с вероятностью α), что наши потери не превысят сумму в размере Q в течение следующих T дней»

Сначала попробуем отыскать стоимость под риском VaR графически, с помощью гистограммы распределения случайной величины.

5.1. Нормальное распределение вероятностей (распределение Гаусса)

Гистограмма распределения случайной величины (в теории вероятностей) – столбчатая диаграмма, высота столбцов которой пропорциональна частоте попадания наблюдений случайной величины в несколько заданных интервалов на числовой оси.

Гистограмма распределения роста человека

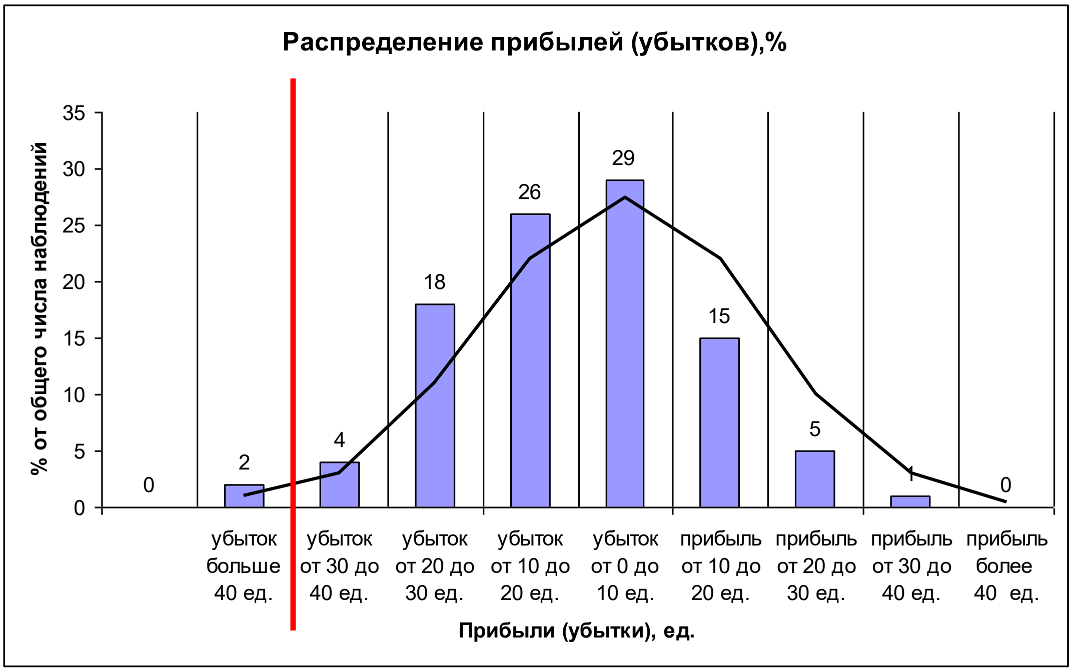
P (рост человека<141 см.) = 2%

P (рост человека >190 см.) = 5+1=6%

P(151 см.<=рост человека<=180 см.)=18+26+29=73%

5.2. Гистограмма распределения прибылей/убытков предприятия

Пример 1:

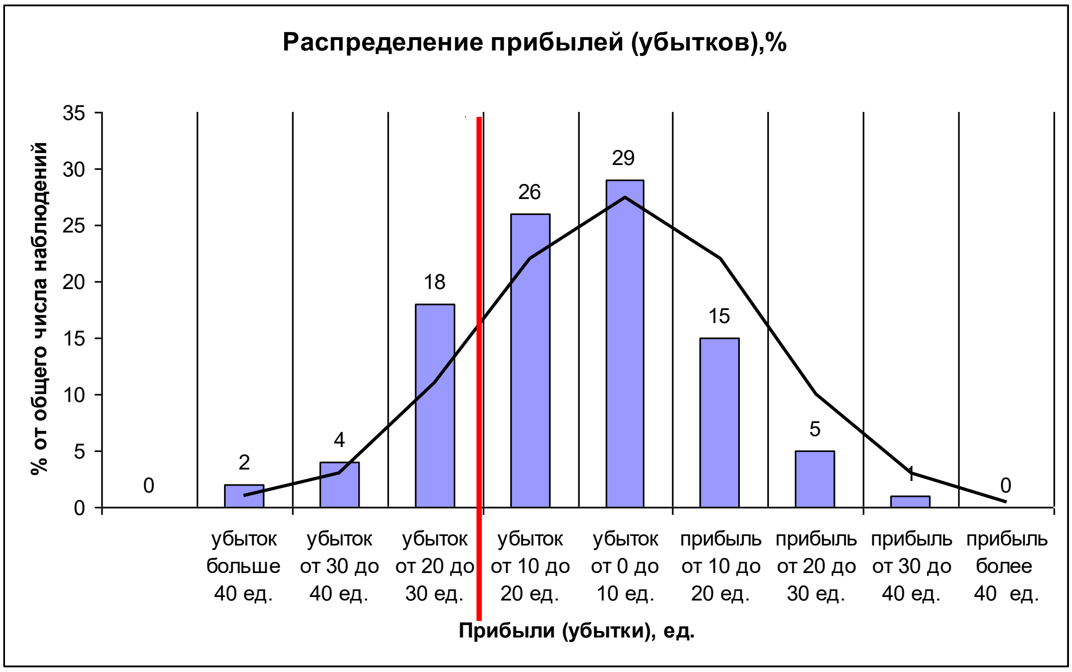


P (убыток > 40 ед.) = 2%.
P (убыток <=40 ед.) = 100% - P (убыток > 40 ед.) = 100%-2%=98%.

То есть, если мы создадим резерв в размере 40 единиц, его хватит для погашения убытков в 98% случаев, а в 2% случаев его не хватит.
Это можно записать следующим образом:

VaR(98%) = 40 единиц.

Пример 2:



P (убыток >20 ед.) = 2+4+18 = 24%
P (убыток <=20 ед.) = 100%- P (убыток >20 ед.) = 76%

Иначе говоря, если мы создадим резерв в размере 20 единиц, его хватит для погашения убытков в 76% случаев, а в 24% случаев его не хватит.
Это можно записать следующим образом:

VaR(76%) = 20 единиц.

Графически решение задачи поиска *VaR* изображена ниже. Кривая на рисунке задает распределение вероятностей прибылей и убытков для заданных портфеля и периода поддержания позиций. *VaR* представляет собой максимальную величину возможных потерь, отвечающих заданному доверительному уровню (на рисунке этот уровень равен 95%).

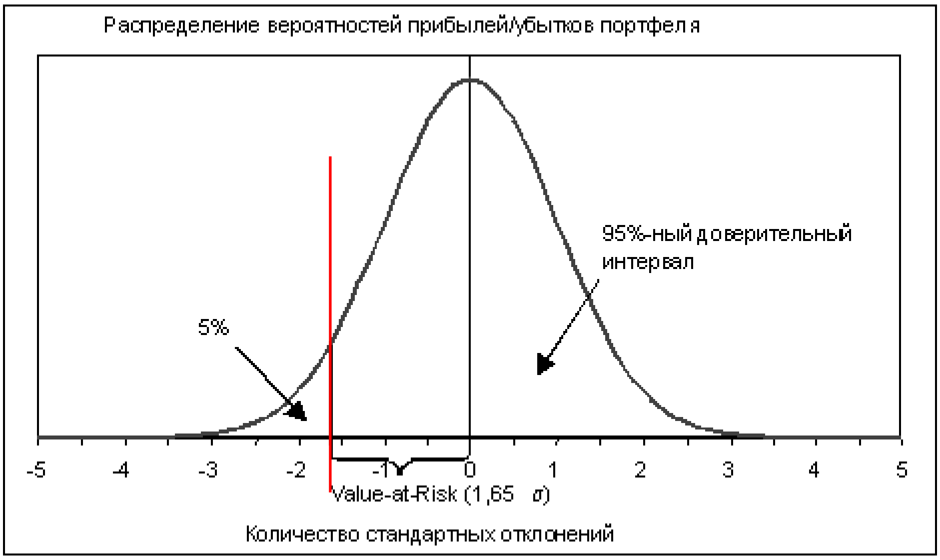


Рис. Определение величины VaR на графике распределения прибылей и убытков

Формула кривой на рисунке записывается аналитически так:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

где:
x – случайная величина, которая определена на всей числовой прямой;
π – число пи (3,142);
e – основание натурального логарифма (2,718);
m – математическое ожидание (в различных источниках могут использоваться другие обозначения, например, $\mu, M,$ или a);
σ^2 – дисперсия.

Зная формулу кривой, можно путем операции интегрирования рассчитать аналитически, какая часть площади под кривой находится справа (и, соответственно, слева) от рассекающей её вертикальной линии в любой точке горизонтальной числовой оси. В настоящее время большинство учебников по теории вероятностей и математической статистике содержат в качестве приложения готовые таблицы с соответствующими расчетными данными функции нормального распределения нормально распределенной величины.

5.3. Параметрический (дельта-нормальный) метод поиска VaR

Исходным предположением для применения параметрического метода является гипотеза о нормальном (гауссовском) распределении случайной величины прибылей (убытков).

Показатель *VaR* для одного актива может быть найден на основании следующей формулы:

$$VaR(p)=V * k_p * \sigma,$$

где:
V- объем актива в денежных единицах;
k_p - квантиль нормального распределения, определяемый необходимым значением доверительного уровня p;
σ – волатильность цен актива, рассчитанная за выбранный период времени;

Значения функции стандартного нормального распределения приводятся в табличной форме в справочниках по математической статистике. В связи с этим нет необходимости самостоятельно вычислять значения квантиля k в зависимости от требуемого доверительного уровня. Приведем несколько табличных значений, используемых в практике расчетов:

Уровень доверия p, %	Квантиль нормального распределения, k_p
84,1	1,000
90,0	1,282
95,0	1,645
95,5	2,000
99,0	2,326
99,9	3,090
99,99	3,715
99,999	4,265
99,99999	5,199

5.4. Показатели, которые задаются извне для расчета резерва VaR.

Временной горизонт (*holding period*) для расчета *VaR* часто выбирается исходя из *срока удержания* данного инструмента в портфеле, или его *ликвидности*, то есть исходя из минимального срока, на протяжении которого можно реализовать на рынке данный инструмент без существенного ущерба. Например, “недельный *VaR*”, “месячный *VaR*” – это оценки возможных потерь за неделю и за месяц соответственно.

Глубина периода расчетов (*observation period*) **–** объем данных, на основе которых рассчитывается оценка VaR. Например, фраза “глубина расчетов месячного *VaR* составила 2 года” означает, что данные брались за 2 года, то есть за 24 месяца, а фраза “глубина расчетов недельного *VaR* составила 2 года” означает, что данные брались за 2 года, то есть за 104 недели.

Уровень доверия (*confidence level*), или надежность погашения убытков, выбирается в зависимости от предпочтений по риску, выраженного в регламентирующих документах надзорных органов, или в корпоративных правилах.