

Лекция 11. Диэлектрики в электрическом поле.
Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации.
Идеальный проводник в электростатическом поле.
Поверхностные заряды. Конденсаторы. Энергия
взаимодействия электрических зарядов. Энергия
заряженного конденсатора. Плотность энергии
электростатического поля

Штыгашев А.А.

Новосибирск, НГТУ

Все вещества делятся на

- проводники,
- полупроводники,
- диэлектрики.

Диэлектриками (изоляторами) называют вещества, **непроводящие** электрический ток, имеющие ничтожно малую электропроводность

Удельное сопротивление ρ очень велико в диапазоне от 10^7 до 10^{18} Ом·м.

Под действием внешнего электрического поля они не могут свободно перемещаться на макроскопические расстояния, но лишь смещаются от положения равновесия на малые доли межатомного расстояния в молекулах или твердых телах, такие заряды называются **связанными зарядами**.

Малые смещения зарядов могут приводить к появлению или изменению **электрических дипольных моментов** $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ у молекул в объеме вещества, в таком случае говорят о **поляризации диэлектрика**.

Диэлектрик может находиться в:

- твердом кристаллическом
- твердом аморфном (стекло, смола)
- жидком
- газообразном

состояниях.

Полярные и неполярные диэлектрики

По характеру распределения электрического заряда в атомах и молекулах можно выделить две основные группы диэлектриков:

- **Полярные диэлектрики** состоят из несимметричных молекул, у которых заряды смещены от одних ионов к другим (Na^+Cl^- , H_2^+O^-) обладающих дипольным моментом \mathbf{p} .

Из-за теплового движения **ориентация дипольных моментов случайная** и их векторная сумма в объеме диэлектрика равна нулю. При внесении такого диэлектрика в электрическое поле, диполи молекул ориентируются вдоль силовых линий поля – диэлектрик поляризуется. Такая поляризация называется **ориентационной поляризацией**.

- **Неполярные диэлектрики** состоят из достаточно симметричных молекул, не обладающих дипольным моментом в отсутствии внешнего поля (например, H_2 , O_2 , CO_2).

Если **неполярный диэлектрик** поместить в поле, то молекулы деформируются – электроны смещаются против направления поля и молекулы приобретают дипольный момент \mathbf{p} , направленный по полю, диэлектрик поляризуется.

Такая поляризация называется **электронной деформационной поляризацией**.

Вектор поляризации \mathbf{P} (поляризованность)

Характеристикой поляризации макроскопического диэлектрика служит **вектор поляризации \mathbf{P} (поляризованность)** – средний суммарный дипольный момент диэлектрика на единицу объема

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Delta V} \left\langle \sum_n \mathbf{p}_n \right\rangle, \quad (1)$$

где суммирование производится по дипольным моментам молекул в объеме ΔV .

У большинства диэлектриков в отсутствие внешнего электрического поля вектор поляризации равен нулю (дипольные моменты молекул либо хаотически ориентированы у полярных диэлектриков, либо равны нулю у неполярных диэлектриков).

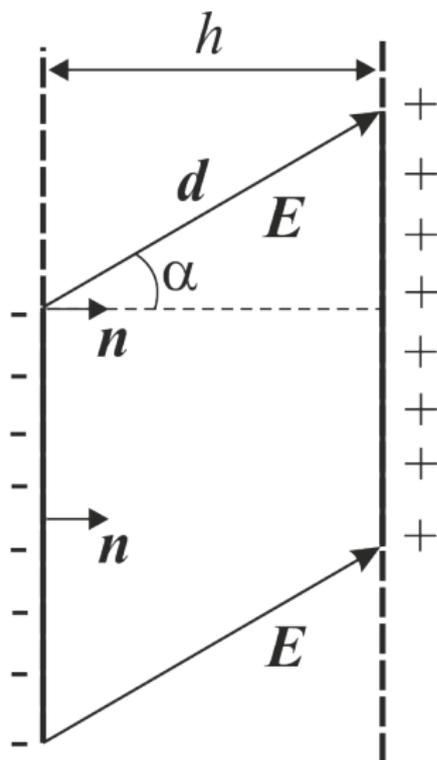
При включении не слишком сильного внешнего электрического поля в веществе возникает поляризация с вектором поляризации, который пропорционален величине этого внешнего электрического поля.

- Изотропный однородный диэлектрик

$$\mathbf{P} = \chi\epsilon_0\mathbf{E} \quad (2)$$

где положительный скалярный коэффициент χ называется **диэлектрической восприимчивостью вещества**, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м, вектор поляризации \mathbf{P} сонаправлен с вектором напряженности поля \mathbf{E} .

Поляризация плоской диэлектрической пластины



Пусть диэлектрическую пластину площадью S и толщиной h поместили во внешнее электрическое поле \mathbf{E} , так что силовые линии направлены под некоторым углом к плоскости пластины, образуя угол α с нормалью \mathbf{n} к этой плоскости (см. Рис.). В объеме диэлектрика диполи ориентируются вдоль силовых линий, поэтому поверхностные диполи заряжают своими крайними связанными зарядами правую поверхность по полю положительно и левую против поля - отрицательно.

Обозначим $\pm\sigma'$ поверхностную плотность связанных зарядов. В итоге пластинку можно рассматривать как большой электрический диполь с плечом \mathbf{d} и зарядами $q' = \sigma' S$, момент которого равен

$$\mathbf{p}' = q' \mathbf{d} = \sigma' S \mathbf{d}. \quad (3)$$

Дипольный момент \mathbf{p}' связан с вектором поляризации \mathbf{P} простым соотношением

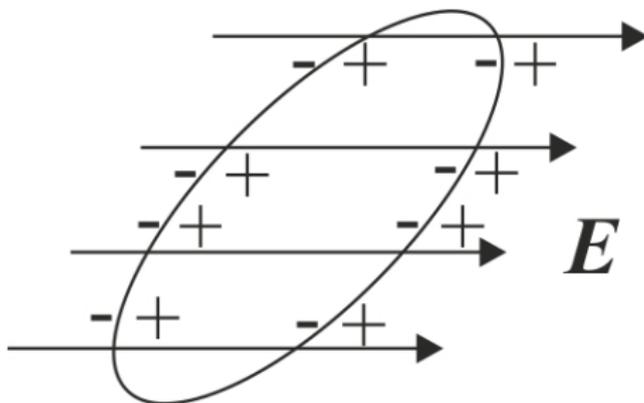
$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{p}'}{V} = \frac{\sigma' S \mathbf{d}}{Sh} = \frac{\sigma' \mathbf{d}}{h}. \quad (4)$$

Умножим \mathbf{P} скалярно на единичный вектор \mathbf{n} нормали к поверхности S и, учитывая, $h = \mathbf{n}d = d \cos \alpha$ и $\mathbf{nP} = P_n$ - нормальная к поверхности компонента вектора \mathbf{P} поляризации, получаем

$$P_n = \sigma' \quad (5)$$

Поверхностная плотность связанных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности.

Выделим внутри диэлектрика ограниченную поверхностью область объемом V и поместим диэлектрик в электрическом поле.



$$q = \int_V \rho dV \quad (6)$$

следовательно, внутри объема заряд состоит из свободных q и связанных q' зарядов: $q + q'$.

По теореме Остроградского-Гаусса

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} (q + q'), \quad (7)$$

$$\oint_S \varepsilon_0 \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_V \rho dV + q', \quad (8)$$

С другой стороны, величина заряда на поверхности S , с учетом (5), равна

$$q' = \oint_S \sigma' dS = \oint_S P_n dS = - \oint_S \mathbf{P} d\mathbf{S}, \quad (9)$$

где знак минус обусловлен тем, что в определении нормальной составляющей вектора поляризации взят единичный вектор внутренней нормали, а в правой части (9) используется единичный вектор внешней нормали для ориентированного элемента поверхности $d\mathbf{S}$.

Итак, получаем

$$\oint_S (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) d\mathbf{S} = \int_V \rho dV, \quad (10)$$

где в правой части остался только свободный или сторонний заряд q , который оказался внутри выделенного объема. Обозначим через \mathbf{D} векторную величину

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (11)$$

Эта величина называется **вектором электрической индукции** или **(вектором электрического смещения)**.

В итоге формула (10) выражает **теорему Гаусса** в веществе в интегральной форме

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = q. \quad (12)$$

Поток вектора электрической индукции через произвольную замкнутую поверхность S равен полному свободному или стороннему заряду q , заключенному в объеме V внутри этой поверхности S .

Подставляя $\mathbf{P} = \chi\varepsilon_0\mathbf{E}$ в (11) получаем

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \chi\varepsilon_0\mathbf{E} = \varepsilon_0(1 + \chi)\mathbf{E}. \quad (13)$$

Множитель $1 + \chi$ обозначают буквой ε . Эта величина называется **диэлектрической проницаемостью** диэлектрика, т.е.

$$\varepsilon = 1 + \chi. \quad (14)$$

Физический смысл диэлектрической проницаемости состоит в том, что она описывает **ослабление кулоновского взаимодействия внесенных в диэлектрическую среду внешних зарядов из-за поляризации вещества диэлектрика.**

Для изотропных однородных диэлектриков справедливо соотношение

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}. \quad (15)$$

Выражение (15) называют **материальным соотношением для диэлектрика**.

Молекулы газов разделяются:

- на полярные (H_2O , NH_3 , ...)
- на неполярные (O_2 , N_2 , He , Ne , CO_2 , ...)

Диэлектрическая восприимчивость неполярных газов в слабом поле

$$\chi = \frac{q^2 n}{m_e \omega_0^2 \epsilon_0} \quad (16)$$

где n - концентрация молекул, m_e - масса электрона, ω_0 - классическая угловая скорость электрона по орбите.

Электронная поляризуемость атома (молекулы), равна

$$\alpha = \frac{\chi}{n} \quad (17)$$

Диэлектрическая восприимчивость полярных газов в слабом поле ($pE \ll kT$)

$$\chi = \frac{p^2 n}{3\varepsilon_0 k_B T} \quad (18)$$

где T - абсолютная температура, k_B - постоянная Больцмана. Зависимость $\chi \sim T$ называется законом П.Кюри.

Диэлектрическая восприимчивость жидких диэлектриков из **неполярных** молекул описывается формулой Клаузиуса-Моссотти

$$\chi = \frac{\alpha n}{1 - \alpha n/3} \quad (19)$$

или

$$\frac{\chi}{\chi + 3} = \frac{1}{3}\alpha n, \quad (20)$$

откуда с учетом $\varepsilon = 1 + \chi$ следует

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} = \frac{1}{3}\alpha n, \quad (21)$$

Диэлектрическая восприимчивость жидких диэлектриков из **полярных** молекул включает помимо электронной поляризуемости дополнительно ионную поляризуемость, поэтому выражение для χ имеет более сложный вид и здесь не выводится.

- **Пьезоэлектрики.** Под действием механического напряжения (сжатия и растяжения) у многих кристаллов возникает **поляризация – пьезоэлектрический эффект** (П. Кюри, 1880). Поскольку деформации не могут изменить общий заряд кристалла, образующиеся при деформации поверхностные заряды локализованы на различных частях поверхности кристалла. Такие кристаллы называются пьезоэлектриками. **Этот эффект имеет широкое практическое применение – датчики давления, фильтры, стабилизаторы, звукопередатчики, микрофоны и т.п.** Обратный пьезоэффект состоит в том, что во внешнем поле пьезоэлектрик будет деформироваться. На этом эффекте основаны различные ультразвуковые излучатели.

- **Пироэлектрики.** Пироэлектриками называют вещества, у которых поляризация может сильно изменяться при изменении температуры – такая зависимость называется пироэлектрическим эффектом, при этом плотность поверхностного заряда

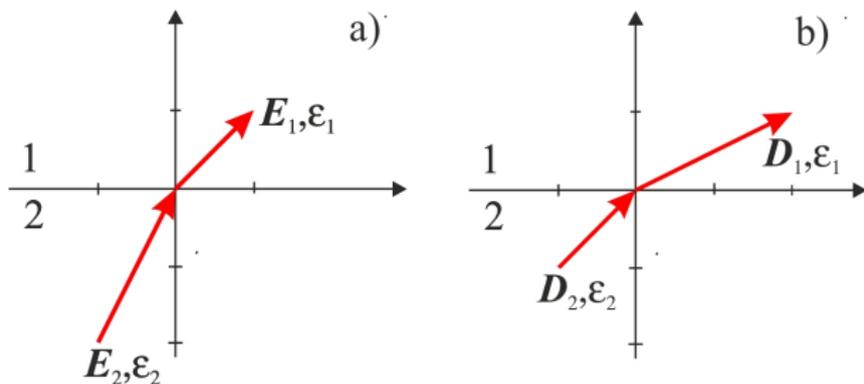
$$\sigma' = p\Delta T, \quad (22)$$

где p - пироэлектрическая постоянная, ΔT - изменение температуры. Все пироэлектрики являются пьезоэлектриками.

- **Сегнетоэлектрики.** Сегнетоэлектриками называют пирозлектрики, у которых спонтанная поляризация (полярная фаза) имеется только при температурах ниже температуры Кюри, выше этой температуры спонтанная поляризация равна нулю (неполярная фаза).

Примеры сегнетоэлектриков: сегнетова соль, титанат бария, ниобат лития LiNbO_3 (LN) и танталат лития LiTaO_3 (LT) и т.д.

Преломление силовых линий электрического поля на границе раздела двух диэлектриков



$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}. \quad (23)$$

$$D_{1\tau}/\varepsilon_1 = D_{2\tau}/\varepsilon_2, \quad D_{1n} = D_{2n}. \quad (24)$$

Проводниками называются вещества, в которых имеются свободные заряды, способные под действием сколь угодно малого электрического поля перемещаться по проводнику на макроскопические расстояния.

При внесении проводящего вещества в электростатическое поле электроны будут смещаться против поля, тогда как смещение ядер будет сравнительно малым, поэтому в веществе произойдет частичное разделение положительных и отрицательных зарядов и поэтому в разных частях проводящего тела появляются макроскопические заряды. Это явление называется **электрической индукцией**, а сами заряды называются **индукционными зарядами**.

Индукционные заряды создают дополнительное электрическое поле, которое, согласно принципу суперпозиции, накладывается на внешнее поле и противоположно внешнему полю.

Накапливание индукционных зарядов на поверхности проводника приводит к ослаблению внешнего поля, причем перераспределение индукционных зарядов происходит до тех пор, пока напряженность результирующего поля в проводнике не станет равной нулю, в таких случаях говорят об **экранировании** внешнего поля индукционными зарядами.

Равновесие электрических зарядов проводника

Система свободных зарядов в проводнике будет находиться в равновесии, если:

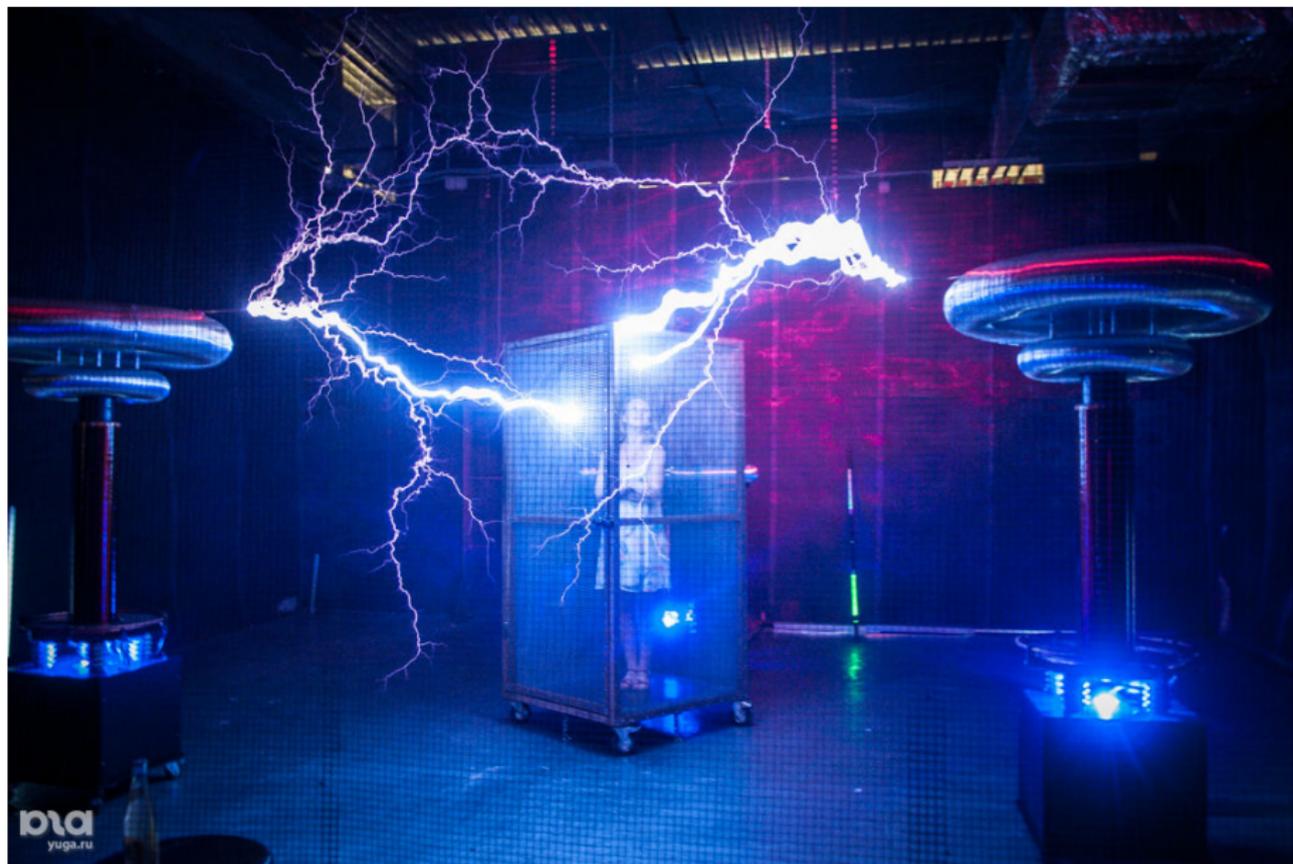
- 1 напряженность электрического поля E в объеме внутри проводника равна нулю $E = 0$;
- 2 отсутствует перенос свободных зарядов по поверхности проводника, при этом $E_\tau = 0$.

Следовательно, напряженность внешнего к проводнику поля на поверхности проводника $E = E_n$.

Силовые линии электростатического поля перпендикулярны к поверхности проводника, т.е. поверхность проводника является эквипотенциальной поверхностью.

В однородном электростатическом проводнике свободные заряды расположены только на поверхности и внутри поле отсутствует. Внешние (поверхностные) заряды не создают в полости электрического поля.

На этом свойстве основана электростатическая защита: чтобы защитить тела от воздействия электростатического поля, достаточно окружить их проводящей оболочкой. На практике используют металлические сетки.



Электроемкость проводников

Рассмотрим два проводника, на которых имеются заряды одинаковой абсолютной величины q и противоположного знака, так что все силовые линии вектора напряженности электрического поля E исходят из одного проводника и заканчиваются на другом, а между проводниками имеется разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$.

Такую пару проводников называют **конденсатором**.

Проводники конденсатора называются **обкладками**.

Из опыта известно, что разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ (или напряжение $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$) на обкладках конденсатора пропорциональна заряду q

$$U_{12} = (1/C)q, \quad q = CU_{12}. \quad (25)$$

где коэффициент пропорциональности C называется **электроёмкостью** конденсатора.

Ёмкость измеряется в фарадах, $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл}/1 \text{ В}$.

Ёлектроёмкость конденсатора зависит от формы, размеров обкладок и электрических свойств среды между обкладками конденсатора. Пусть C_0 - ёлектроёмкость конденсатора в вакууме или в воздухе и пусть C ёлектроёмкость этого же конденсатора, если все пространство между обкладками конденсатора заполнено непроводящей (диэлектрической) средой.

Опытным путем установлено, что отношение

$$\frac{C}{C_0} = \varepsilon. \quad (26)$$

зависит только от электрических свойств среды между обкладками конденсатора и равно диэлектрической проницаемостью среды ε .

Виды конденсаторов

1. Плоский конденсатор

Будем считать, что расстояние d между обкладками мало по сравнению с размерами обкладок, площадь которых равна S , так, что $d \ll \sqrt{S}$, поэтому краевыми эффектами можно пренебречь

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}. \quad (27)$$

Если между обкладками конденсатора находится диэлектрическая среда, то емкость такого конденсатора равна

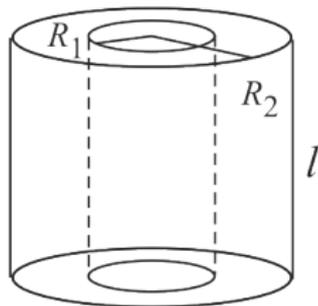
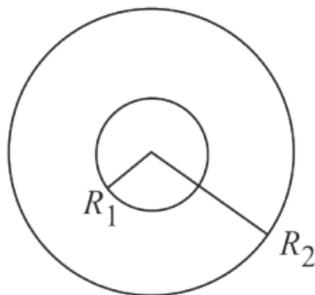
$$C = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d}. \quad (28)$$

2. **Сферический** конденсатор с радиусами R_1 и R_2 , причем $R_1 < R_2$

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1}. \quad (29)$$

3. **Цилиндрический** конденсатор длиной l , R_1 и R_2 , причем $R_1 < R_2$

$$C = 2\pi\epsilon_0\epsilon\frac{l}{\ln R_2/R_1}. \quad (30)$$

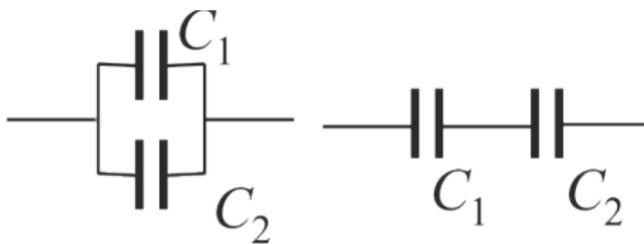


Параллельное соединение конденсаторов

$$C = C_1 + C_2. \quad (31)$$

Последовательное соединение конденсаторов

$$C^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1}. \quad (32)$$



Выражение для потенциальной энергии взаимодействия заряда $U(\mathbf{r})$ и пробного заряда q'

$$U(\mathbf{r}) = q' \varphi(\mathbf{r}). \quad (33)$$

Макроскопический заряд q , сообщаемый проводнику, состоит из большого числа точечных зарядов q_i

$$q = \sum_i q_i. \quad (34)$$

Энергия взаимодействия W этого заряда с зарядами проводника, согласно **принципу суперпозиции**, есть

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,j;i \neq j} U(r_{ij}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j;i \neq j} q_i \varphi(r_{ij}) = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i. \quad (35)$$

где φ_i - потенциал в пространственной точке \mathbf{r}_i , в которой находится заряд q_i .

Множитель $1/2$ введен для того чтобы дважды не учитывать одинаковые слагаемые.

Поверхность проводника является эквипотенциальной, т.е. $\varphi_i = \varphi$, поэтому, учитывая (34) и выражение (35), преобразуем W

$$W = \frac{1}{2} q \varphi. \quad (36)$$

Энергия заряженного конденсатора

Опыт показывает, что электрическая энергия заряженного конденсатора зависит от заряда на обкладках конденсатора, а от способа зарядки не зависит.

Если конденсатор не заряжен, то на каждой обкладке находится равное количество положительных и отрицательных зарядов (электро-нейтральность).

Будем переносить положительный заряд Δq с минусовой обкладки на плюсовую обкладку, совершая при этом работу против сил электрического поля

а) при переносе на dl силой $\mathbf{F} = \Delta q \mathbf{E}$ совершается элементарная работа

$$dA_{ex} = \mathbf{F} dl = \Delta q \mathbf{E} dl = \Delta q d\varphi$$

б) при переносе Δq от первой обкладки «-» до второй обкладки «+» совершается полная работа

$$\Delta A_{ex} = \Delta q \int_1^2 d\varphi = \Delta q (\varphi_2 - \varphi_1) = \Delta q U_{21}.$$

Работа внешних сил идет на **увеличение** электрической энергии конденсатора $\Delta A_{ex} = dW$, тогда, с учетом $\Delta q = C\Delta U$, получим

$$\Delta W = \Delta q U = CU\Delta U = \frac{1}{2}CU^2. \quad (37)$$

Разность потенциалов U между обкладками плоского конденсатора выражается через напряженность однородного электрического поля между ними

$$U = \int_1^2 \mathbf{E} dl \rightarrow U = Ed. \quad (38)$$

Энергия конденсатора

$$W = \frac{1}{2}CU^2 \rightarrow \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2V. \quad (39)$$

Определим понятие объемной плотности электрической энергии

$$w = W/V$$

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2. \quad (40)$$

Электрическая энергия электростатического поля распределена в пространстве с объемной плотностью w .

I. Найти работу сил электрического поля заряженной проводящей плоскости по переносу заряда $q = 1$ нКл на расстояние $\Delta l = 1$ см по заряженной плоскости.

II. Для тех кто пользовался двумя программами - рейтинга. Оцените в шкале от 0 до 10 баллов эти программы.

A. Программа ExcelDecryptor.exe

B. Программа viewer.exe