

Лекция 06. Геометрическая и волновая оптика.
Расчет интерференционной картины от двух
когерентных источников. Оптическая длина
пути. Интерференция света в тонких пленках.

Штыгашев А.А.

Новосибирск, НГТУ

Оптика – это раздел физики в котором изучается свет, его распространение и явления, наблюдаемые при взаимодействии света и вещества.

Оптика подразделяется на

- классическую оптику.
- квантовую оптику

Классическая оптика подразделяется на

- геометрическую оптику;
- волновую оптику;
- физиологическую оптику.

Геометрическая оптика - раздел оптики, в котором изучаются законы распространения света в прозрачных средах и условия получения изображений в оптических системах в случае, когда длина волны, по сравнению с другими физическими характеристиками, пренебрежимо мала.

Геометрическая оптика основывается на четырех основных законах:

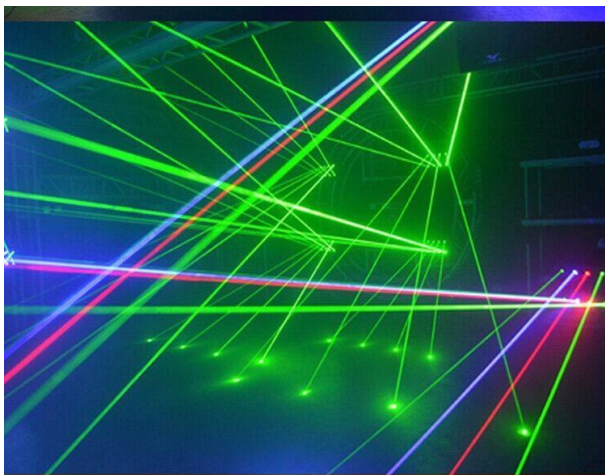
- ➊ прямолинейного распространения света,
- ➋ закона независимости световых лучей
- ➌ закона отражения света от зеркальной поверхности
- ➍ закона преломления света

Закон прямолинейного распространения света - в однородной и изотропной среде свет распространяется прямолинейно.

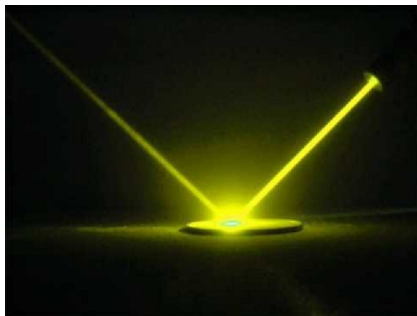
Линия вдоль которой распространяется световая энергия называется лучом.



Закон независимости световых лучей – отдельные лучи не влияют друг на друга и распространяются независимо.

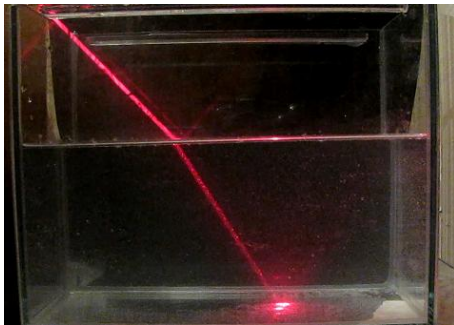


Закон отражения света устанавливает изменение направления луча при встрече с зеркальной поверхностью – падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с нормалью, к отражающей поверхности в точке падения и эта нормаль делит угол пополам между лучами (угол между падающим лучом света и нормалью (угол падения) равен углу между отраженным лучом света и нормалью (угол отражения)).



Закон преломления света устанавливает изменение направления луча при переходе из одной оптически прозрачной среды в другую – падающий и преломленный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к преломляющей поверхности в точке преломления, а направления этих лучей связаны соотношением:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (1)$$



Здесь

$$n_1 = \frac{c}{v_1}$$

и

$$n_2 = \frac{c}{v_2}$$

n_1, n_2 - (абсолютные) показатели преломления 1 и 2 среды,
 v_1, v_2 - скорости света в среде 1 и 2,
угол i - угол падения,
угол r - угол преломления (угол между преломленным лучом
и нормалью).

Физиологическая оптика основана на законах фотометрии и учитывает особенности зрительного восприятия света.

Волновая оптика - раздел оптики, изучающий совокупность явлений, в которых проявляется волновая природа света (интерференция и дифракция света).

В курсе будут рассмотрены три темы - интерференция, дифракция и поляризация света.

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль направления x , тогда

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{E}_m \cos(\omega(t)t - kx + \alpha), \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_m \cos(\omega(t)t - kx + \alpha).\end{aligned}\tag{2}$$

В немагнитной ($\mu \approx 1$) непроводящей прозрачной среде ЭМВ взаимодействует, как правило, с электрическим дипольным моментом атома (молекулы) среды, поэтому в дальнейшем будем рассматривать только напряженность электрического поля световой волны.

Рассмотрим интерференцию двух световых волн $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$, то есть

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (3)$$

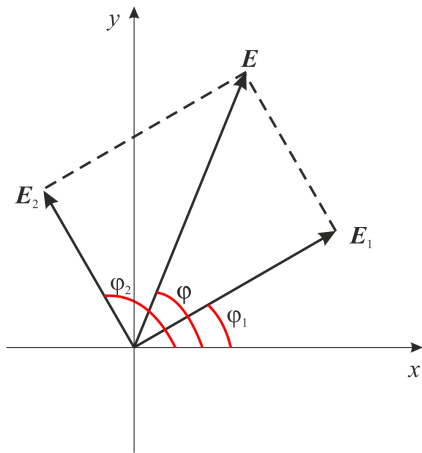
В начале 19 века Френель и Араго заметили, что две световых волны, распространяющиеся в одном направлении и поляризованные во взаимно-перпендикулярных направлениях, не интерферируют между собой. Это возможно только тогда, когда световые волны поперечные. Далее, если не оговорено особо, будем считать, что векторы напряженности $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ электрического поля параллельны (а также $\mathbf{E}_{m1} \parallel \mathbf{E}_{m2}$).

Заготовки:

$$\omega(t)t - kx + \alpha = \omega_0 t + (\omega(t) - \omega_0)t - kx + \alpha \equiv \omega_0 t + \varphi(t) \quad (4)$$

Тогда перейдем к комплексному представлению

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m e^{i\varphi(t)} e^{i\omega_0 t} \quad (5)$$



Для определения суммы (5) удобно воспользоваться векторной диаграммой для комплексных амплитуд $\mathbf{E}_1 = E_{m1}e^{i\varphi_1}$ и $\mathbf{E}_2 = E_{m2}e^{i\varphi_2}$

$$E_m^2 = (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)(\mathbf{E}_1^* + \mathbf{E}_2^*) \quad (6)$$

$$E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos \Delta\varphi \quad (7)$$

Интенсивность света есть среднее по периоду плотности потока энергии:

$$\begin{aligned} I &= \langle S \rangle = \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle = \langle E_m H_m \cos^2(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} + \alpha) \rangle = \\ &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} \langle E_m^2 \cos^2(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} + \alpha) \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} \langle E^2 \rangle \quad (8) \end{aligned}$$

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} \langle E^2 \rangle$$

С учетом (7) интенсивность света равна

$$I = I_1 + I_2 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} \langle 2E_{m1} E_{m2} \cos \Delta\varphi \rangle \quad (9)$$

Здесь усреднение «расцеплялась» по правилу:

$$\begin{aligned}\langle 2E_{m1}E_{m2} \cos \Delta\varphi \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T 2E_{m1}E_{m2} \cos \Delta\varphi(t) dt = \\ &= 2\langle \sqrt{E_{m1}^2} \rangle \langle \sqrt{E_{m2}^2} \rangle \frac{1}{T} \int_0^T \cos \Delta\varphi(t) dt = \\ &= 2\sqrt{\langle E_{m1}^2 \rangle} \sqrt{\langle E_{m2}^2 \rangle} \langle \cos \Delta\varphi \rangle\end{aligned}\quad (10)$$

Итак, интенсивность света в некоторой точке наблюдения есть

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\langle\cos\Delta\varphi\rangle \quad (11)$$

Различают два случая:

- 1 Разность фаз $\Delta\varphi$ изменяется случайным образом, так что в среднем

$$\langle \cos \Delta\varphi \rangle = 0 \quad (12)$$

тогда

$$I = I_1 + I_2$$

нет интерференции.

- ❶ Разность фаз $\Delta\varphi$ не зависит от времени (световые волны когерентны)

$$\langle \cos \Delta\varphi \rangle = \cos \Delta\varphi \quad (13)$$

тогда

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\cos \Delta\varphi$$

при $\cos \Delta\varphi > 0$, $I > I_1 + I_2$ и $\cos \Delta\varphi < 0$, $I < I_1 + I_2$.

При наложении световых волн происходит перераспределение световой энергии, в результате

- в одних пространственных точках интенсивность света **максимальна**

$$\cos \Delta\varphi = 1, \Delta\varphi = 2\pi m \quad (14)$$

- в некоторых других точках интенсивность света **минимальна**

$$\cos \Delta\varphi = -1, \Delta\varphi = 2\pi(m + 1/2) \quad (15)$$

Любое излучение принимаемое приемником излучения усредняется и для разных приемников промежутков времени T' , обусловленный инерционностью приемника разный: от периода колебания T световой волны до долей секунды. Поэтому в процедуре усреднения необходимо учитывать характеристики приемника излучения $\langle \cos \Delta\varphi \rangle_{T'}$.

Если за время T' разность фаз принимает случайные значения, распределенные равномерно от 0 до 2π , то $\langle \cos \Delta\varphi \rangle_{T'} = 0$, в этом случае $I = I_1 + I_2$, свет **естественный, некогерентный**. Если же за время T' разность фаз изменяется незначительно, то $\langle \cos \Delta\varphi \rangle_{T'} \neq 0$ и в этом случае регистрируют интерференцию.

Промежуток времени τ_c , за который фаза $\varphi(t)$ световой волны изменяется на π , называется **временем когерентности**, а расстояние $l_c = c\tau_c$ называется **длиной когерентности**.

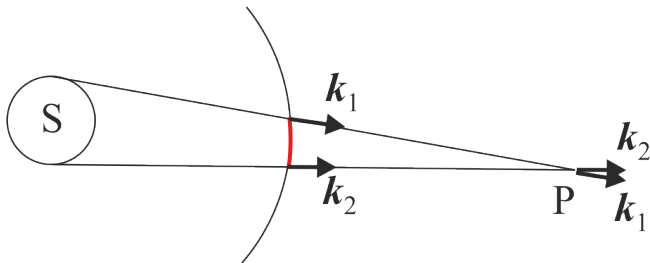
Для нелазерных источников световая волна излучается порциями (цугами), длина которых определяется длительностью высвечивания возбужденных атомов: за $\tau_{at} \approx 10^{-8}$ с и $\tau_{at} = \tau_c$, а длина цуга волны (протяженность волны - отрезок синусоиды) $l_c = c\tau_c \approx c\tau_{at} = 3$ м.

Пространственная когерентность света.

Пространственная когерентность связана с разбросом направлений волнового вектора $\mathbf{k}$.

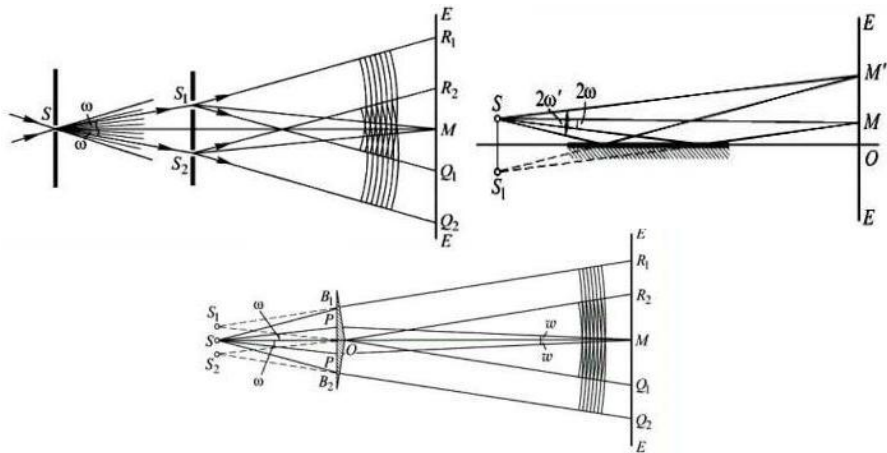
Для неточечного источника волн с угловым размером θ выделим в некоторый момент времени волновую поверхность, находящуюся между источником света и точкой наблюдения.

Расстояние ρ_c при смещении на которое **по волновой поверхности** изменение фазы $\Delta\varphi$ в точке наблюдения около π , называют **длиной пространственной когерентности**¹.



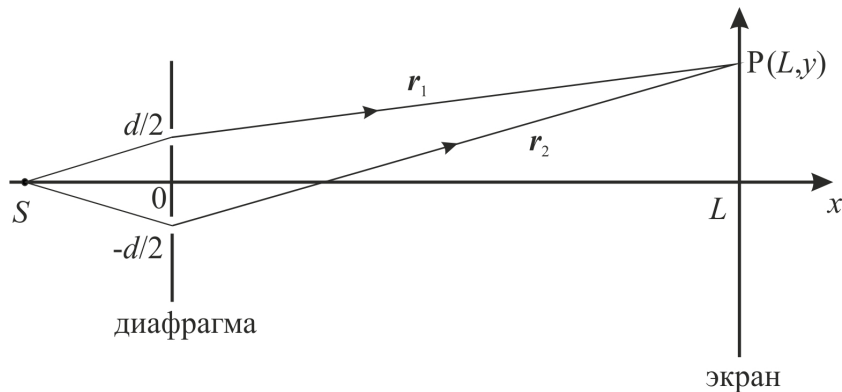
¹(радиусом (шириной) когерентности или поперечной длиной когерентности)

Схемы двухлучевой интерференции



Двухлучевая интерференция Юнга

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\langle\cos\Delta\varphi\rangle \quad (16)$$



Оптическим путем называется величина равная

$$l = \int_{(l)} n(l') dl' \quad (17)$$

где $n(l)$ - показатель преломления среды, в которой распространяется свет.

Разность фаз легко определить

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (kl)_2 - (kl)_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \quad (18)$$

По способу получения когерентных источников света в схеме Юнга (деление одного и того же фронта волны) разность начальных фаз $\alpha_2 - \alpha_1 = 0$, и, считая, что среда однородная, более того для воздуха и вакуума $n = 1$, получаем

$$\Delta\varphi = knr_2 - knr_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad (19)$$

где $\sqrt{L^2 + (y \mp d/2)^2}$.

Из условий опыта обычно $L \gg y \mp d/2$, учитывая разложение $\sqrt{1 \pm \eta} \approx 1 \pm \eta/2$, тогда

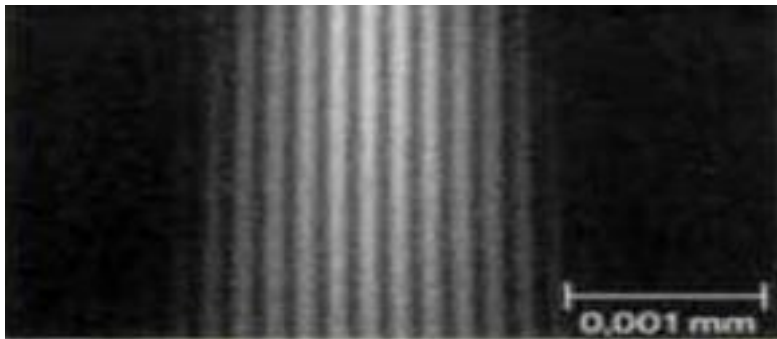
$$r_1 \approx L + \frac{1}{2L} \left(y - \frac{d}{2} \right)^2, \quad r_2 \approx L + \frac{1}{2L} \left(y + \frac{d}{2} \right)^2 \quad (20)$$

Геометрическая разность хода $\Delta r = r_2 - r_1$ равна

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \frac{yd}{L}, \quad (21)$$

а разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{yd}{L}. \quad (22)$$



Распределение интенсивности света на экране, согласно (16), представляют перемежающиеся светлые (максимум) и темные (минимум) полосы.

Расстояние между серединами светлых или темных полос на экране называется шириной интерференционной полосы и равно

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m. \quad (23)$$

где координата y_m определяется так

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{y_m d}{L} = 2\pi m$$
$$y_m = m \frac{\lambda L}{d}. \quad (24)$$

Ширина интерференционной полосы равна

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{d}. \quad (25)$$

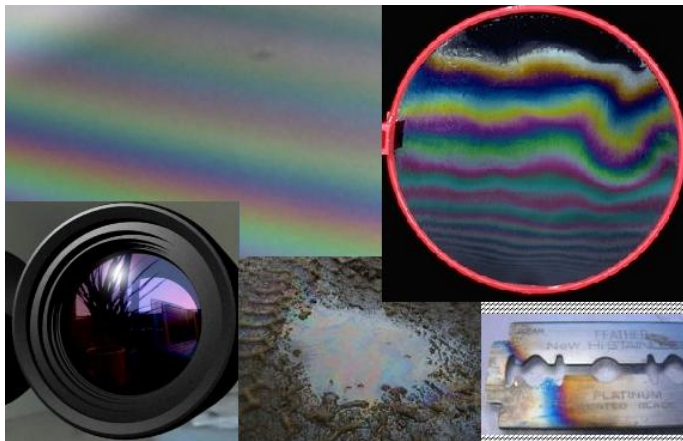
Ширина интерференционной полосы не зависит от порядка полосы m , ширина интерференционной полосы увеличивается с уменьшением расстояния d между источниками света.

При белом свете полосы будут цветными, за исключением центральной (нулевой) полосы, т.к. для каждой длины волны λ будет своя разность хода и свой y_m ; в пределах одной полосы m синий максимум будет ближе к нулевой полосе, чем красный.

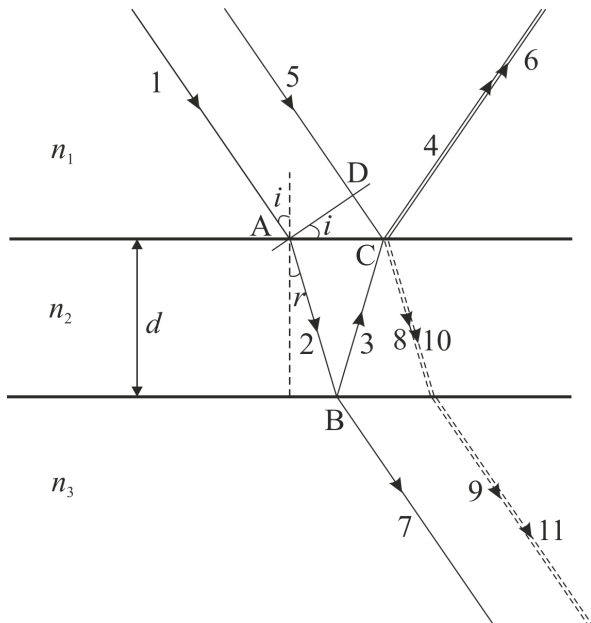


Интерференция света на тонкой пластине

Интерференция света на тонких слоях часто встречается в Природе, например, разноцветные нефтяные пятна в лужах, разноцветная окраска мыльной пленки, разноцветная окраска птиц и так далее.



Рассмотрим очень важный случай интерференции света при отражении света на тонком параллельном прозрачном слое диэлектрика, когда интерферирующие отраженные лучи параллельны друг другу.



Найти условия интерференционных минимумов и максимумов.

В отраженном пластинкой свете разность фаз $\Delta\varphi$ между интерферирующими лучами 4 и 6 можно составить так

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2(r_{AB} + r_{BC}) - n_1 r_{DC}) + \pi. \quad (26)$$

где фазовая добавка π - выписана согласно эмпирическому правилу, что при отражении световой волны от оптически более плотной среды фаза волны изменяется на π , только в этом случае при $d = 0$ отражение будет отсутствовать.

Найдем оптическую разность хода

Длина отрезков пути находится из тригонометрических соотношений

$$r_{AB} = r_{BC} = \frac{d}{\cos r}. \quad (27)$$

$$r_{DC} = AC \cos i, \quad (28)$$

$$AC = 2d \tan r, \quad (29)$$

$$r_{DC} = 2d \tan r \cos i. \quad (30)$$

Выпишем закон преломления света в виде

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r}. \quad (31)$$

Разность фаз интерферирующих в отражении волн есть

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(2n_2d \left(\frac{1}{\cos r} - \frac{n_1}{n_2} \tan r \sin i \right) + \frac{\lambda}{2} \right). \quad (32)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(2n_2d \cos r + \frac{\lambda}{2} \right). \quad (33)$$

Выражение в круглых скобках есть оптическая разность хода, тогда условия на минимум и максимум интенсивности света при отражении света от пластины можно записать

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{2\pi}{\lambda} \left(2n_2 d \cos r + \frac{\lambda}{2} \right) = 2\pi m \quad \rightarrow \quad 2n_2 d \cos r = \left(m \mp \frac{1}{2} \right) \lambda \\ \min \quad & \frac{2\pi}{\lambda} \left(2n_2 d \cos r + \frac{\lambda}{2} \right) = 2\pi \left(m \mp \frac{1}{2} \right) \quad \rightarrow \quad 2n_2 d \cos r = m\lambda \end{aligned} \quad (34)$$

В проходящем свете условия на интерференционный минимум и максимум меняются местами

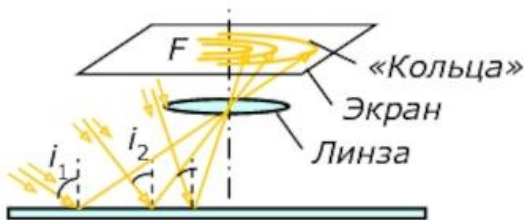
$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{2\pi}{\lambda} \left(2n_2 d \cos r + \frac{\lambda}{2} \right) = 2\pi m \quad \rightarrow \quad 2n_2 d \cos r = \left(m \mp \frac{1}{2} \right) \lambda \\ \max \quad & \frac{2\pi}{\lambda} \left(2n_2 d \cos r + \frac{\lambda}{2} \right) = 2\pi \left(m \mp \frac{1}{2} \right) \quad \rightarrow \quad 2n_2 d \cos r = m\lambda \end{aligned} \quad (35)$$

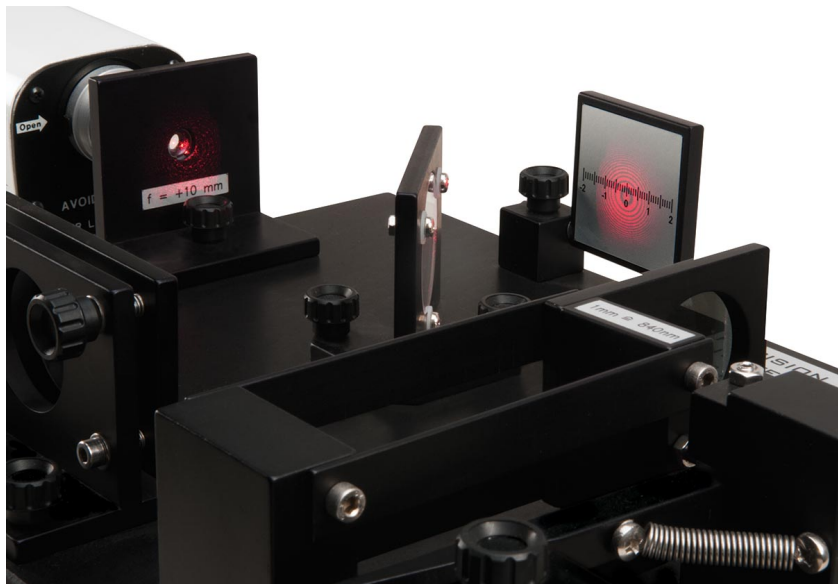
Из условий минимума и максимума следует, что картина интерференционных полос зависят от длины волны λ , толщины пленки d , угла падения i и показателей преломления пленки n_2 и окружающих сред $n_{1,3}$.

Если на пленку падает пучок непараллельных лучей от точечного монохроматического источника, то отраженные лучи для которых выполняется условие

$$2n_2d \cos r = \left(m \mp \frac{1}{2}\right) \lambda$$

формируют при интерференции в фокальной плоскости линзы концентрические полосы, соответствующие лучам, падающих на пленку под одинаковыми углами. Такие полосы называют **полосами равного наклона**

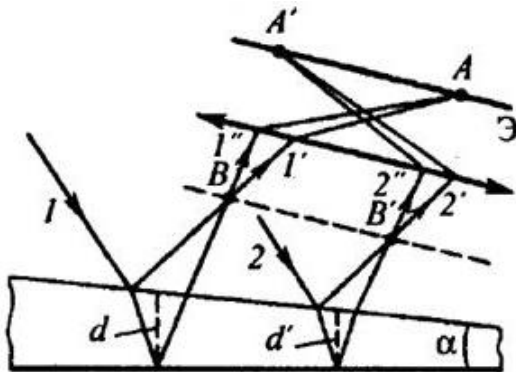


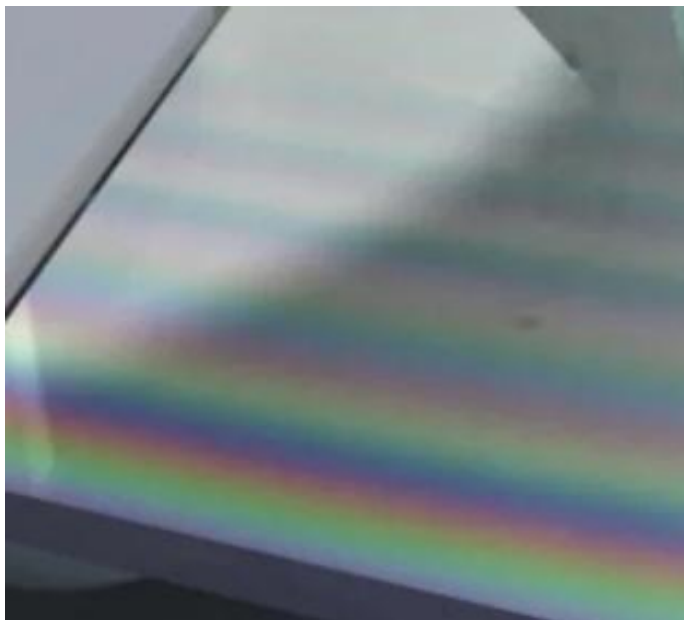


Обратим внимание, что при определенных толщинах и показателя преломления пленки достигается минимум отражения. Этот факт положен в основу создания многослойных интерференционных покрытий оптических объективов с целью минимизации отражения света.

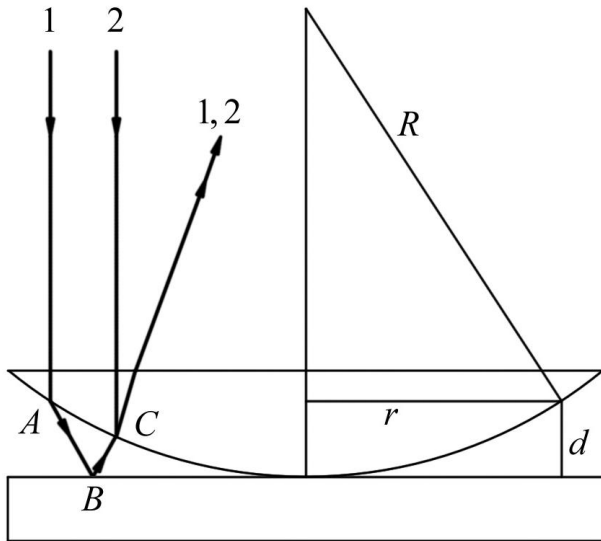


Если толщина пленки не постоянная, то интерференционная картина локализуется **вблизи** поверхности пленки. Интерференционные полосы называются **полосами равной толщины**, так как интенсивность полос одинакова в тех областях, где одинакова толщина пленки.





Кольца Ньютона



Из теоремы Пифагора следует $R^2 - (R - d)^2 = r^2$ и, учитывая, $R \gg d$, получаем $2Rd = r^2$.

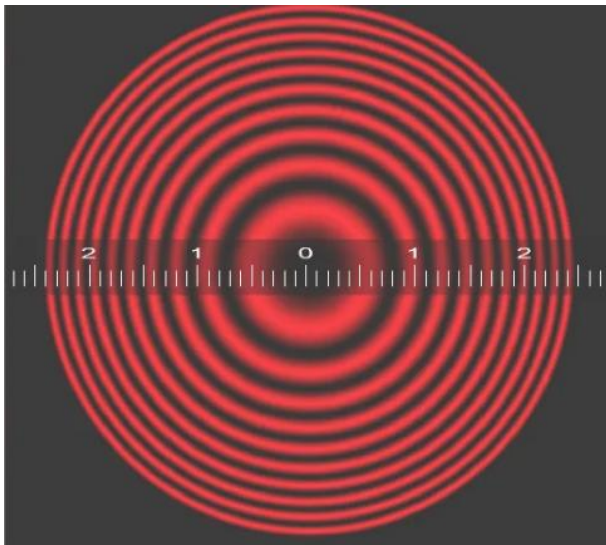
$$d = \frac{r^2}{2R}$$

Условия МАХ при отражении

$$2d_m \pm \lambda/2 = m\lambda$$

Условия MIN при отражении

$$2d_m \pm \lambda/2 = (m \pm 1/2)\lambda \rightarrow 2d_m = m\lambda$$



Радиус r_m m -го темного кольца

Условия MIN при отражении

$$2d_m = m\lambda$$

$$2\frac{r_m^2}{2R} = m\lambda$$

$$r_m = \sqrt{Rm\lambda}$$

В отраженном свете в центре наблюдается темное пятно радиуса $\sqrt{R\lambda}$

Выберите вариант ответа!

В схеме двухлучевой интерференции разность фаз двух пучков света изменяется случайным образом, так что результате наложения пучков:

- (A) $I > I_1 + I_2$;
- (B) $I < I_1 + I_2$;
- (C) $I = I_1 + I_2$;