Лекция 05. Электромагнитные волны, их основные свойства. Поток энергии, вектор Пойнтинга. Излучение электромагнитных волн. Дипольное излучение. Ближняя, промежуточная и дальняя зоны излучения. Прием волн. Антенны.

Штыгашев А.А.

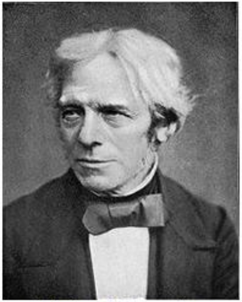
Новосибирск, НГТУ

Электромагнитные поля (ЭМП) окружает нас, а электромагнитные волны являются неотъемлемой частью нашего мира.

Электромагнитными колебаниями называют взаимосвязанные колебания электрического и магнитного полей, составляющие единое электромагнитное поле (ЭМП).

Распространение с конечной скоростью электромагнитных колебаний в пространстве происходит в виде электромагнитных волн (ЭМВ).

- 1832 год М. Фарадей предсказал существование ЭМВ;
- 1865 год Дж. Максвелл теоретически показал, что электромагнитные колебания распространяются в вакууме со скоростью света;
- 1888 год Г. Герц осуществил на практике генерацию ЭМВ


Michael Faraday


James C. Maxwell


Heinrich Hertz

Теория Максвелла позволила установить, что радиоволны, свет, X-лучи, γ-лучи представляют собой ЭМВ разной длины волны.

Особенности ЭМВ, законы их возбуждения и распространения описываются фундаментальной системой уравнений Максвелла

Фундаментальная система уравнений Максвелла

ЭМП в пространстве свободном от свободных зарядов $\rho = 0$ и токов $j = 0$

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot}\boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} && (1)\\
\operatorname{rot}\boldsymbol{H} &= +\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} && (2)\\
\operatorname{div}\boldsymbol{B} &= 0 && (3)\\
\operatorname{div}\boldsymbol{D} &= 0 && (4)
\end{aligned}$$

Материальные уравнения

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{D} &= \varepsilon_0\varepsilon\boldsymbol{E} && (5)\\
\boldsymbol{B} &= \mu_0\mu\boldsymbol{H} && (6)
\end{aligned}$$

Для однородных сред $\varepsilon = \text{const}$ и $\mu = \text{const}$ удобно из системы уравнений Максвелла исключить $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{B}$, тогда получим

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot} \boldsymbol{E} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} && (7) \\
\operatorname{rot} \boldsymbol{H} &= +\varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} && (8) \\
\operatorname{div} \boldsymbol{H} &= 0 && (9) \\
\operatorname{div} \boldsymbol{E} &= 0 && (10)
\end{aligned}$$

Рассмотрим плоскую ЭМВ. Максвел показал, что свет это ЭМВ, а в опытах Френеля показано, что свет поперечно поляризован.
Направим координатную ось x вдоль направления распространения волны, тогда в направлении y и z характеристики электрического и магнитного полей не изменяются, поскольку рассматривается плоская волна, бегущая вдоль оси x, следовательно, все частные производные по остальным направлениям y, z равны нулю и $E_x = 0, H_x = 0$

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(x, t)$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}(x, t)$$

Вычислим заготовки:

$$\frac{\partial E_{x,y,z}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial E_{x,y,z}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{\partial E_z}{\partial x}\boldsymbol{j} + \frac{\partial E_y}{\partial x}\boldsymbol{k} \tag{11}$$

Вычислим заготовки:

$$\frac{\partial H_{x,y,z}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial H_{x,y,z}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = -\frac{\partial H_z}{\partial x}\boldsymbol{j} + \frac{\partial H_y}{\partial x}\boldsymbol{k} \tag{12}$$

В уравнение

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\mu_0\mu\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$$

подставляем заготовку для $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E}$:

$$\begin{aligned} 0 &= -\mu_0\mu\frac{\partial H_x}{\partial t} \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu_0\mu\frac{\partial H_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu_0\mu\frac{\partial H_z}{\partial t} \end{aligned} \qquad (13)$$

В уравнение

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = +\varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

подставляем заготовку для $\operatorname{rot} \boldsymbol{H}$:

$$\begin{aligned} 0 &= \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} &= \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned} \tag{14}$$

Первые уравнения систем

$$0 = -\mu_0\mu\frac{\partial H_x}{\partial t}, \quad 0 = \varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial E_x}{\partial t}$$

имеют решения

$$H_x = \text{const}$$

$$E_x = \text{const}$$

Так как в волне нет постоянных полей, то x-компоненты ЭМВ равны нулю:

$$H_x = 0$$

$$E_x = 0$$

Сгруппируем оставшиеся уравнения по связанным компонентам полей H_y, E_z и H_z, E_y:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu_0\mu\frac{\partial H_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned} \qquad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu_0\mu\frac{\partial H_z}{\partial t} \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} &= \varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial E_y}{\partial t} \end{aligned} \qquad (16)$$

В (15) исключим H_y

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \mu_0\mu\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial H_y}{\partial x} \quad \to \quad \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \tag{17}$$

Постоянная $\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon$ имеет размерность $L^{-2}T^2$, тогда

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon}}$$

и в вакууме ($\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$), как показал Максвелл,

$$v \equiv c = 3 \times 10^8 \text{м/с},$$

равна скорости света в вакууме.

Итак, получено волновое уравнение для ЭМВ

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \tag{18}$$

Аналогично:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \tag{19}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \tag{20}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \tag{21}$$

Решением этих волновых уравнений являются плоские волны

$$E_{y,z} = E_{my,mz} \cos(\omega t \mp kx + \alpha_{y,z}) \tag{22}$$

$$H_{y,z} = H_{my,mz} \cos(\omega t \mp kx + \alpha_{y,z}) \tag{23}$$

Начальные фазы $\alpha_y = \alpha_z \equiv \alpha$, в противном случае $E_{y,z}$ и $H_{y,z}$ не были бы решениями системы уравнений Максвелла.

Равенство $\alpha_y = \alpha_z \equiv \alpha$ означает, что колебания вектора напряженности электрического поля синфазно с колебаниями вектора напряженности магнитного поля.

Знак «минус» для волны, распространяющейся направо

Знак «плюс» для волны, распространяющейся налево.

Обычно выбирают из четырех решений одну пару, остальные пары уравнений будут линейно зависеть от выбранной пары.

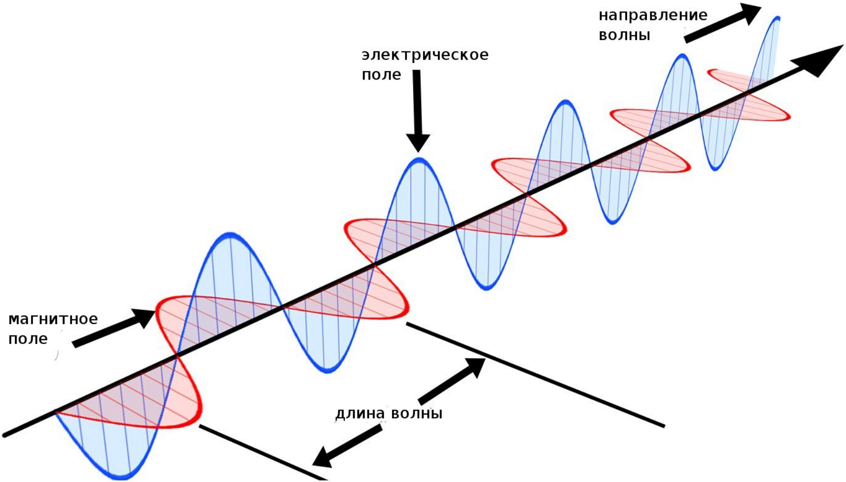
Далее рассматриваем движение плоской волны слева направо.

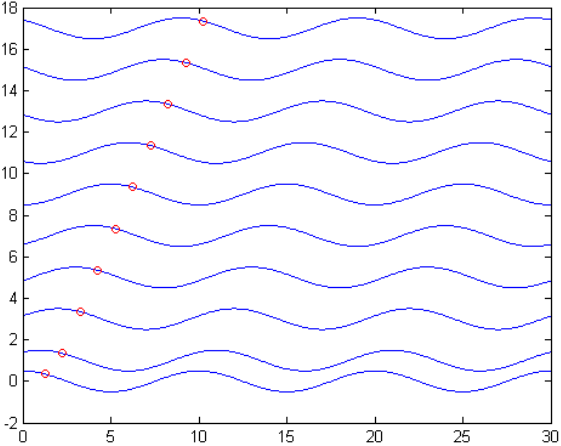
Выберем волны, образующие вместе с волновым вектором $\boldsymbol{k}$ правую систему векторов $(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{E}, \boldsymbol{H})$, тогда решением волнового уравнения есть

$$\begin{aligned}
E_x &= 0 \\
E_y &= E_{my}\cos(\omega t - kx + \alpha) \\
E_z &= 0 \\
H_x &= 0 \\
H_y &= 0 \\
H_z &= H_{mz}\cos(\omega t - kx + \alpha)
\end{aligned} \qquad (24)$$

ЭМВ являются поперечными волнами.

Электромагнитная волна





Снизу вверх: $t_n = nT/10$, $n = 0, 1, ..., 9$, ось абсцисс - ось x, ось ординат - напряженности полей в произвольных единицах. Кружок отмечает значение фазы волны равной $\omega t - kx = -\pi/4$.

Связь между амплитудами электрического и магнитных полей волны

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu_0\mu\frac{\partial H_z}{\partial t}$$

$$kE_{my}\sin(\omega t - kx + \alpha) = \mu_0\mu\omega H_{mz}\sin(\omega t - kx + \alpha)$$

$$kE_{my} = \mu_0\mu\omega H_{mz}$$

Учитывая закон дисперсии

$$\omega = kv$$

и

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon}}$$

Энергия ЭМВ

$$H_{mz} = \frac{k}{\mu_0 \mu \omega} E_{my}$$

$$H_{mz} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_{my}$$

$$\sqrt{\mu_0 \mu} H_{mz} = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_{my} \qquad (25)$$

Энергия ЭМВ

Плотность энергии ЭМВ

$$w = \frac{1}{2}\mu_0\mu H^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 \tag{26}$$

Используя

$$\sqrt{\mu_0\mu}H_{mz} = \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_{my}$$

получаем

$$w = \varepsilon_0\varepsilon E_{my}^2 \cos^2(\omega t - kx + \alpha) \tag{27}$$

$$w = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_{my} \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_{my} \cos^2(\omega t - kx + \alpha) \tag{28}$$

Еще раз используя

$$\sqrt{\mu_0 \mu} H_{mz} = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_{my}$$

получаем

$$w = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_{my} \sqrt{\mu_0 \mu} H_{mz} \cos^2(\omega t - kx + \alpha) \tag{29}$$

Вектор Пойнтинга $\boldsymbol{S}$

Итак, объемная плотность энергии равна

$$w = \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}E_{my}H_{mz}\cos^2(\omega t - kx + \alpha) = \frac{1}{v}E_yH_z \qquad (30)$$

Представим $\boldsymbol{E} = E_y\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{H} = H_z\boldsymbol{k}$, тогда векторное произведение запишется так

$$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & H_z \end{vmatrix} = E_yH_z\boldsymbol{i} = E_yH_z\frac{\boldsymbol{v}}{v} = w\boldsymbol{v} \equiv \boldsymbol{S}, \quad (31)$$

Вектор Пойнтинга $\boldsymbol{S}$ - вектор плотности потока энергии электромагнитного поля.

Интенсивность ЭМВ

Интенсивность ЭМВ есть среднее по периоду колебаний плотности потока энергии волны для любых изотропных однородных сред

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T S(t)dt \qquad (32)$$

Используя

$$S = E_y H_z \frac{1}{v} = v\varepsilon_0\varepsilon E_{my}^2 \cos^2(\omega t - kx + \alpha)$$

получаем

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T v\varepsilon_0\varepsilon E_{my}^2 \cos^2(\omega t - kx + \alpha)dt = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}}E_{my}^2 \quad (33)$$

Для немагнитных однородных диэлектрических сред $\mu \approx 1$ и статическая диэлектрическая проницаемость ε связана с показателем преломления среды n простой формулой.

$$n = \sqrt{\varepsilon} \tag{34}$$

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n$$

Интенсивность волны есть

$$I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_{my}^2 \approx \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n E_{my}^2 \tag{35}$$

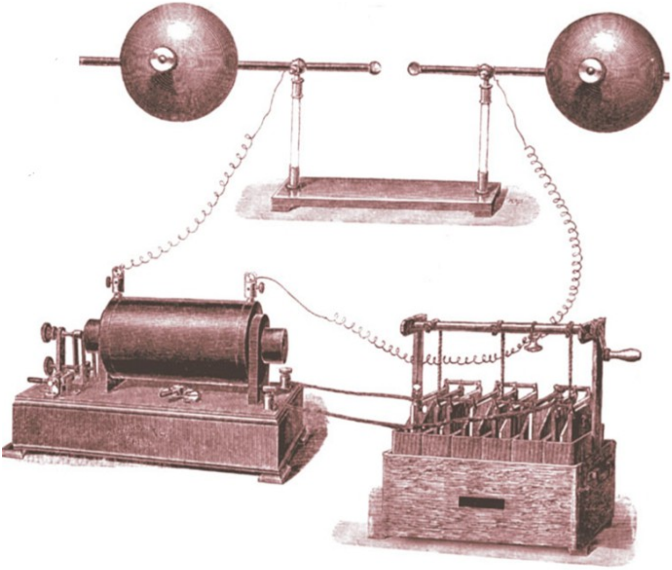
эта формула является одной из основных формул в классической оптике.

Излучение электромагнитных волн

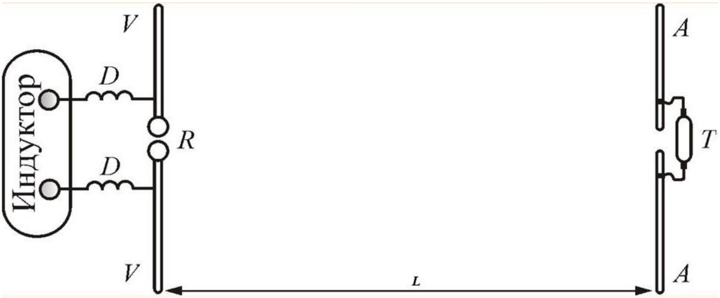
Процесс возбуждения электромагнитных волн какой-либо системой в окружающее пространство называется излучением этих волн, а система называется излучающей системой.

Поле ЭМВ называется полем излучения. Согласно представлениям классической электродинамики ЭМВ в вакууме возбуждаются электрическими зарядами, движущимися с ускорением.

Вибратор Герца (схема установки тех времен)



Вибратор Герца представлял собой электрический диполь (если на одном конце проводника пучность заряда одного знака, то на другом конце проводника будет пучность заряда противоположного знака).



Излучение вибратора Герц регистрировал с помощью второго вибратора, имеющего такую же резонансную частоту, что и излучающий вибратор, поэтому второй вибратор называется резонатором.

Пусть электрический момент диполя изменяется по гармоническому закону

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_m \cos \omega t \tag{36}$$

где $\boldsymbol{p}_m = q\boldsymbol{l}_m$, - амплитуда осцилляций диполя, $\omega = ck$, $k = 2\pi/\lambda$ и $\lambda = 2\pi c/\omega$.

Ближняя зона излучения

Для дальнейшего рассмотрения определим области (зоны) излучения ЭМП.
Выделим:

- l характерный размер излучающей системы;
- λ длина волны излучения;
- r расстояние от излучающей системы до точки наблюдения.

Различают:

- $r \ll \lambda$ - ближнюю зону излучения
- $r \sim \lambda$ - индукционную зону излучения
- $\lambda \ll r$ - волновую (дальнюю) зону излучения.

Ближняя зона излучения

В ближней зоне излучения ($r \ll \lambda$), вблизи осциллирующего диполя поле имеет сложную структуру, время распространения поля от излучателя до точки наблюдения $\Delta t = r/c$ значительно меньше периода колебания заряда $T = l/v_q$, который равен периоду излучаемых волн $T = \lambda/c$ (квазистатическая зона), здесь v_q - скорость движения зарядов в излучающей системе. Изменения поля в точке наблюдения следуют за изменением зарядов практически мгновенно, эффектами запаздывания можно пренебречь.

Напряженность электрического поля практически совпадает с полем электрического диполя

$$\boldsymbol{E} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{3(\boldsymbol{e}_r \boldsymbol{p}_m)\boldsymbol{e}_r - \boldsymbol{p}_m}{r^3} \cos(\omega t + \alpha) \tag{37}$$

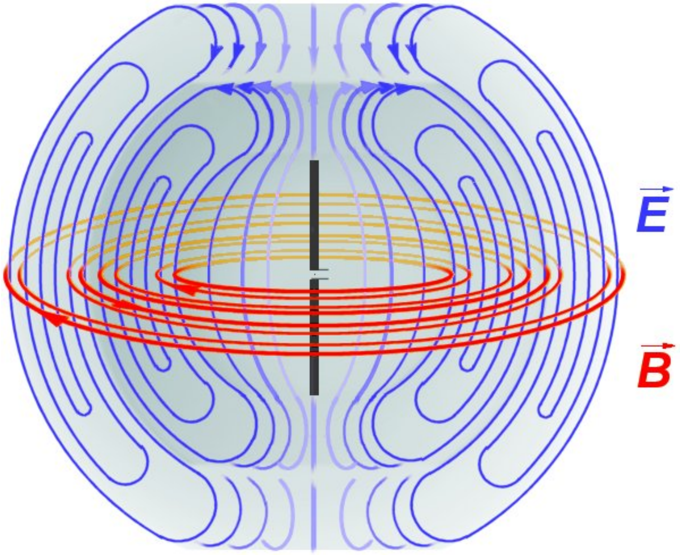
где $\boldsymbol{e}_r = \boldsymbol{r}/r$.

Напряженность магнитного поля

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{4\pi}\frac{\boldsymbol{p}_m \times \boldsymbol{e}_r}{r^2}\sin(\omega t + \alpha) \tag{38}$$

В ближней зоне электромагнитное поле связано с излучателем.

ЭМП вблизи диполя Герца



Промежуточная зона излучения

В промежуточной переходной индукционной зоне излучения ($r \sim \lambda$) в которой

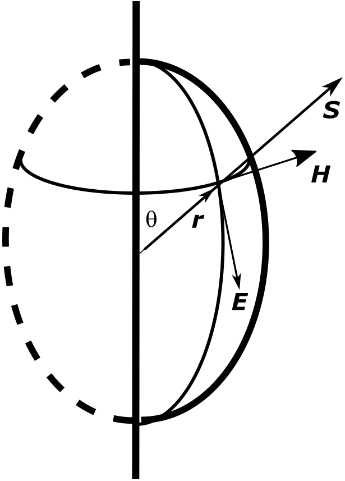
$$kr \sim 1, \ \ \Delta t \sim T, \tag{39}$$

Здесь происходит формирование и отрыв от излучателя электромагнитных волн

В волновой зоне излучения ($\lambda \ll r$), если излучающая система электрически нейтральная, а ее размеры l много меньше длины волны λ, то на расстояниях r много больших λ, поле излучения близко к полю излучения линейного гармонического осциллятора - диполя, имеющего такой же электрический момент, как и вся излучающая система. В этой зоне

$$k\lambda \ll kr, \;\; T \ll \Delta t, \tag{40}$$

Волновая (дальняя) зона излучения

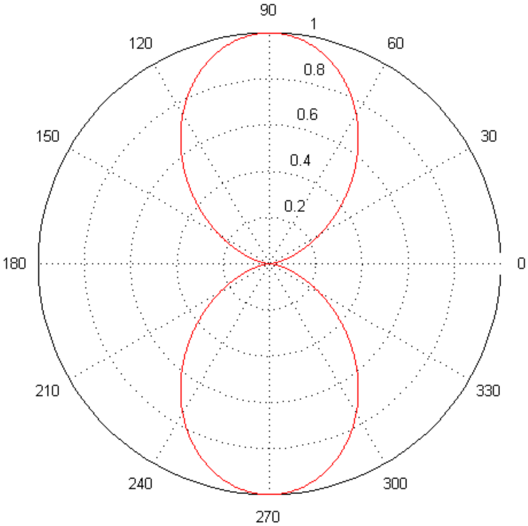


В волновой зоне структура поля упрощается по сравнению с полем в ближней зоне и амплитуды поля спадают с расстоянием как

$$E \sim \frac{\sin\theta}{r}, \quad H \sim \frac{\sin\theta}{r} \qquad (41)$$

где θ - полярный угол между осью диполя и радиусом вектором точки наблюдения поля, как показано на рисунке

Интенсивность ЭМВ



Интенсивность ЭМВ равна

$$I = \langle S \rangle \sim E_m^2 \sim \frac{\sin^2\theta}{r^2} \quad (42)$$

Зависимость интенсивности ЭМВ от полярного угла θ можно представить в виде диаграммы направленности излучения

Мощность излучения диполя

Согласно классической электродинамике, мощность излучения диполя пропорциональна второй производной дипольного момента по времени и равна

$$P = \frac{\mu_0}{6\pi c}|\ddot{p}|^2 = \frac{\mu_0}{6\pi c}\omega^4 p_m^2 \cos^2 \omega t \tag{43}$$

Усредненная мощность излучения диполя равна

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0}{12\pi c}\omega^4 {p_m}^2 \tag{44}$$

Мощность излучения диполя

Средняя мощность излучения осциллирующего диполя зависит ω^4, поэтому линии электропередачи должны функционировать при как можно меньших частотах (ток промышленной частоты – 50 Гц) для которых потери энергии на излучение – вредный фактор, а радиостанции должны функционировать при более высоких частотах, для которых излучение во внешнее пространство – полезный фактор (токи частотой МГц и ГГц)

Радиосвязь

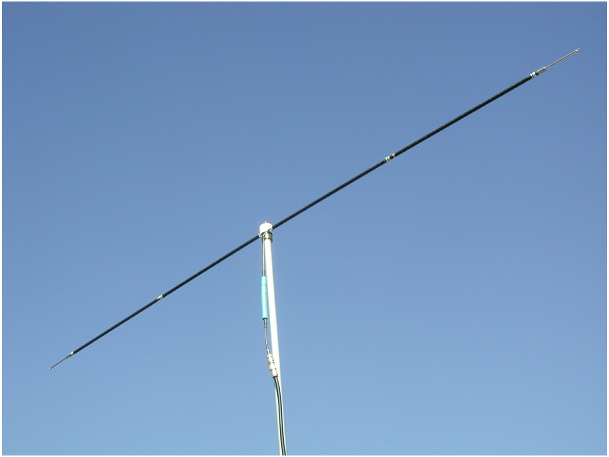
Идея использовать ЭМВ для передачи сигналов на большие расстояния была высказана в 1889 году, а в 1895 году реализована А.С. Поповым. После чего техника радиосвязи начала стремительно развиваться, чему способствовали потребности общества и уже в первой мировой войне использовалась радиотехническая разведка. Во второй мировой войне, после изобретения радиолокации, бушевали самые настоящие радиовойны.

Антенна

Антенна – это преобразователь волновых полей, в традиционном понимании антенна – это устройство осуществляющее излучение волн или преобразования излучения принимаемых волн и передачу его к приемнику.

Приемные и передающие антенны по принципу действия идентичны.

Дипольная антенна

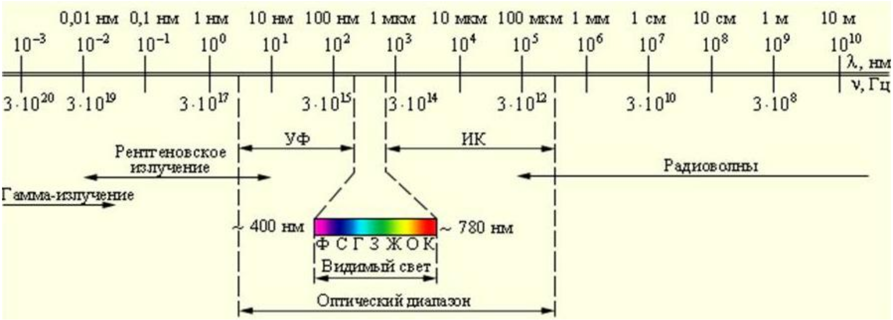


Загоризонтная РЛС

ДОН-2Н

Стационарная многофункциональная радиолокационная станция кругового обзора сантиметрового диапазона

Шкала электромагнитных волн



Связь между частотой (Гц) и длиной волны (м):

$$\nu = \frac{3 \times 10^8}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{3 \times 10^8}{\nu} \qquad (45)$$

Таблица: Электромагнитные волны

$\nu < 10^3$ Гц	Колебания электрических машин
$10^3 < \nu < 10^{12}$ Гц	Радиоволны
$10^{12} < \nu < 3.75 \times 10^{14}$ Гц	ИК излучение
$3.75 \times 10^{14} < \nu < 7.5 \times 10^{14}$ Гц	Видимый свет
$7.5 \times 10^{14} < \nu < 3 \times 10^{17}$ Гц	УФ излучение
$3 \times 10^{17} < \nu < 3 \times 10^{20}$ Гц	Рентгеновское излучение
$3 \times 10^{20} < \nu < 10^{23}$ Гц	Гамма излучение

Таблица: Радиоволны

$10^2 > \lambda > 10^4$ м	СДВ Сверхдлинные волны
$10^4 > \lambda > 10^3$ м	ДВ Длинные волны
$10^3 > \lambda > 10^2$ м	СВ Средние волны
$10^2 > \lambda > 10^1$ м	КВ Короткие волны
$10^1 > \lambda > 10^0$ м	УКВ Метровые волны
$10^0 > \lambda > 10^{-19}$ м	УКВ Дециметровые волны
$10^{-1} > \lambda > 10^{-2}$ м	УКВ Сантиметровые волны
$10^{-2} > \lambda > 10^{-3}$ м	УКВ Миллиметровые волны
$10^{-3} > \lambda > 5 \times 10^{-5}$ м	Субмиллиметровые волны

Тест 5

Вибратор Герца представляет собой открытый колебательный контур. Герц получил такой контур из обычного LC контура производя следующие изменения:

- уменьшил площадь пластин конденсатора;
- развернул пластины конденсатора;
- заменил катушку индуктивности контура проводом.

Это делалось для того чтобы:

- увеличить период колебаний в контуре;
- уменьшить период колебаний в контуре;
- создать искру в искровом промежутке.