СЕМЕСТР 1
Семинар 1

В этом семестре нам предстоит изучить следующие модули:
1. Введение в математический анализ;
2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной;
3. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.

По каждому модулю вам предстоит выполнить задания типового расчета.

Задания по типовому расчету можно взять из трех источников:

1. Сфотографировать на стендах в коридоре восьмого корпуса на шестом этаже около кафедры Инженерной математики;
2. Купить твердую копию на кафедре Инженерной математики в комнате 619;
3. Скачать электронную версию на сайте кафедры Инженерной математики и распечатать.

Ответ на задания по типовому расчету оформляются на каждую задачу отдельно.

Каждый листок, если ответ на задачу не помещается на одном листе, снабжается выходными данными (см. образец на следующем слайде).

Ответы принимаются только рукописные.

Рисунки оформляются с помощью карандаша, линейки, циркуля и лекал (кривая линейка).

Пример оформления ответа на задания типового расчета

Ф.И.О.   №Группы   № Варианта расчета   № Модуля

Полное условие задания:

Решение: Обоснованное решение

Ответ:

Вариант типового расчета определяется по номеру в списке группы окончательно на весь семестр. Смотреть свою группу.

Номерам в списке, начиная с 21, присваивается вариант с номером на 20 меньше. Так номеру в списке группы 23 присваивается 3 вариант типового расчета.

Модуль 1
Функция. Основные элементарные функции. Область определения

Под ***элементарными функциями*** понимаются функции, которые можно получить из трех базовых: 1) $y=x$, 2) $y=\sin x$, 3) $y=e^x$ с помощью четырех арифметических операций (сложение, вычитание, умножение, деление), а также операций композиции функций (сложная функция) и взятия обратной функции.

При этом функции, которые можно получить из $y=x$, называют ***алгебраическими***.

Например: $y=ax+b$ - ***линейная функция***;

$y=ax^2+bx+c$ - ***квадратичная функция***;

$y=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$ - ***многочлен*** степени n;

$y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ - ***дробно-линейная функция***;

$y=\sqrt{x},\ y=\sqrt[3]{x},\ y=\sqrt[n]{x}$ - ***корни*** различных целых степеней.

Заметим, что функция $y=|x|$ тоже элементарная алгебраическая, поскольку $y=|x|=\sqrt{x^2}$.

Функции, получающиеся из $y=\sin x$, носят название ***тригонометрических***. Так:

1) $\cos x=\sin(\pi/2-x)$ определяется как композиция функций;

2) $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ и $\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ определяются с помощью операции деления;

3) функции $y=\arcsin x$, $y=\arccos x$, $y=\operatorname{arctg} x$, $y=\operatorname{arcctg} x$ - ***обратные тригонометрические*** функции.

Функции, которые получают из $y = e^x$, называют ***логарифмическими***.

Так y=ln$x$ - натуральный логарифм, обратная функция к $y = e^x$. Произвольные показательные и логарифмические функции получают с помощью тождеств

$$a^x = e^{x \ln a}, \quad \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}.$$

Произвольные ***показательно-степенные*** функции

вида $y = f(x)^{g(x)}$ также являются элементарными,

если $f(x)$ и $g(x)$ элементарны, т.к.

$$y = f(x)^{g(x)} = e^{g(x)\cdot \ln f(x)},$$

в частности,

$$x^x = e^{x\cdot \ln x}.$$

Области определения элементарных функций находят из решения системы неравенств, в которой учитывают свойства арифметических выражений и свойства функций, это выражение составляющих.

Так, в знаменателе не может быть нуля, корни четной степени не определены при отрицательных подкоренных выражениях, функция $y = \ln x$ определена только при $x>0$, областью определения функций $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$ является отрезок $[-1,1]$.

Нахождение области определения элементарных функций

Пример 1. Найти область определения функции

$$y = \ln(x^2 - 1) + \sqrt{x + 10}.$$

Решение. Область определения найдем из системы неравенств $\begin{cases} x^2-1>0, \\ x+10\geq 0. \end{cases}$

Первое неравенство дает область определения функции

$$y=\ln\left(x^2-1\right),$$

второе неравенство дает область определения функции

$$y=\sqrt{x+10}.$$

Решим первое неравенство: $x^2-1>0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)>0,$

откуда $x>1$ или $x<-1$.

Решением второго неравенства является множество $x\geq -10$.

Взяв пересечение полученных множеств, получим ответ.

Ответ. Множество $\left[-10,-1\right)\cup\left(1,\infty\right)$ является областью определения функции.

Пример 2. Найти область определения функции

$$y = \arcsin \frac{2x-3}{4} + \frac{1}{\sqrt{x^2-3x+2}}.$$

Решение. Область определения найдем из системы неравенств

$$\begin{cases} -1 \le \dfrac{2x-3}{4} \le 1, \\ x^2 - 3x + 2 > 0. \end{cases}$$

Первое неравенство дает область определения арксинуса. Второе неравенство дает область определения корня квадратного с учетом того, что он стоит в знаменателе.

Решаем первое неравенство:

$$-1 \le \frac{2x-3}{4} \le 1 \Leftrightarrow -4 \le 2x-3 \le 4 \Leftrightarrow -1 \le 2x \le 7 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le x \le \frac{7}{2}.$$

Решаем второе неравенство:

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty, 1\right) \cup \left(2, \infty\right).$$

Взяв пересечение полученных множеств, получим ответ.

Ответ. Множество $\left[-\frac{1}{2};1\right)\cup\left(2;\frac{7}{2}\right]$ является областью определения функции.

Задания для самоконтроля

Задача 1

Найти область определения функции

$$y=\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}.$$

Выберите ответ

$(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$.

$[-1,1]$.

$(-1,1)$.

$(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$.

Задача 2

Найти область определения функции

$$y = \frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}.$$

Выберите ответ

$(-\infty,-1]\cup[1,\infty).$

$(-1,1).$

$(-\infty,-1)\cup(1,\infty).$

$[-1,1].$

Задача 3

Найти область определения функции

$$y = \arcsin(x-3) + \frac{1}{\sqrt{x^2-4x+3}}.$$

Выберите ответ

(2,3].

(3,4].

[3,4).

[2,3).

Задача 4

Найти область определения функции

$$y = \ln(x+5) + \sqrt{x^2 - x - 2}.$$

Выберите ответ

$(-5,-1]\cup[2,\infty)$.

$[-5,-2)\cup(1,\infty)$.

$(-5,-2]\cup[1,\infty)$.

$[-5,-1)\cup(2,\infty)$.

Задача 5

Найти область определения функции

$$y = \frac{1}{x+1} + \sqrt{-x^2 - x + 2}.$$

Выберите ответ

$[-2,-1)\cup(-1,1]$.

$[-1,1)\cup(1,2]$.

$(-2,-1)\cup(-1,1)$.

$[-2,-1)\cup(1,2]$.

Работа в аудитории

Решаем задачи из Бермана № 36 (а, б), 47 (12, 20, 22), 49, 50 (1), 54 (2, 11), 59 (1, 7), 64 (1, 3), 77 (1)

Домашнее задание

1. Решить 1 задачу типового расчета 1
2. Решить задачи из Бермана занятие 1

Ответы на задания типового расчета и задания из Бермана студенты, работающие on-line, присылают в Dispace, Дисциплины, Задания. Студенты очники – сдают очно.