СОДЕРЖАНИЕ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
(список вопросов к экзамену)
1 курс, 1 семестр

ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Модуль № 1. Введение в математический анализ

1. Функция. Характеристики функций. Обратная функция. Сложная функция. Предел функции. Односторонние пределы. Б.м., б.б. функции, их свойства. Связь между функцией ее пределом и б.м. функцией. Основные теоремы о пределах. Признаки существования пределов (принцип двух милиционеров, предел монотонной функции).
2. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение б.м. и б.б. Эквивалентные б.м. свойства, применение их при приближенных вычислениях.
3. Последовательность как частный случай функции (функция целочисленного аргумента). Предел последовательности и его геометрический смысл. Теорема о пределе монотонной последовательности (формулировка)
4. Непрерывность функции в точке, интервале, отрезке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Точки разрыва, их классификация.
5. Непрерывность сложной функции. Непрерывность обратных и монотонных функций. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении наибольшего и наименьшего значения на отрезке. Теорема Коши о промежуточных значениях.

Модуль № 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

6. Определение производной. Геометрический и физический смысл. Уравнение касательной и нормали. Основные свойства производной (производные суммы, произведения, частного). Теорема о непрерывности дифференцируемой функции. Производные обратной и сложной функций.
7. Вычисление производных основных элементарных функций. Дифференцирование неявно и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
8. Дифференцируемость функций. Понятие дифференциала. Геометрический смысл. Свойства (дифференциал суммы, произведения, частного). Инвариантность формы дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
9. Повторное дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков. Производные высших порядков неявно и параметрически заданных функций.
10. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теоремы Ролля и Лагранжа. Теорема Коши. Правило Лопиталя для неопределенностей типа $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$. Раскрытие неопределенностей различных типов.
11. Формулы Тейлора для многочленов и произвольной функции. Остаточный член в форме Лагранжа и Пеано. Применение формулы Тейлора в задачах мат. анализа. Формула Маклорена
12. Исследование функций и построение графиков. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
13. Характер выпуклости кривой. Признаки выпуклости. Точки перегиба. Достаточное условие существования точек перегиба. Асимптоты графика. Схема полного исследования функции.

Модуль № 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Неопределенный интеграл

14. Определение первообразной и неопределенного интеграла. Геометрический смысл и основные свойства неопределенного интеграла.
15. Свойство инвариантности формул интегрирования. Простейшие методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям).
16. Интегрирование рациональных функций. Разложение дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование рациональных дробей.
17. Интегрирование простейших алгебраических иррациональностей. Дробно - линейная подстановка. Тригонометрическая подстановка. Подстановки Эйлера.
18. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Использование тригонометрических преобразований. Интегрирование рациональных тригонометрических выражений. Понятие о «не берущихся» интегралах.

Определенный интеграл

19. Определение определенного интеграла Римана. Интегральные суммы Римана и Дарбу. Классы интегрируемых функций. Условия существования определенного интеграла. Теоремы об ограниченности интегрируемой функции и интегрируемости непрерывной функции.
20. Свойства определенного интеграла, выражаемые равенствами и неравенствами.
21. Основная теорема интегрального исчисления (формула Ньютона-Лейбница). Определенный интеграл как функция верхнего предела (непрерывность, дифференцируемость, теорема о существование первообразной).
22. Формулы интегрирования по частям и замены переменной для определенного интеграла.
23. Приближенное вычисление определенного интеграла (формула прямоугольников, трапеций, Симпсона)
24. Несобственные интегралы первого рода. Определение, свойства, Признаки сходимости (признак сравнения, признак Дирихле, признак Абеля)
25. Несобственные интегралы второго рода. Определение, свойства, применение основной формулы. Признаки сходимости.
26. Приложение определенного интеграла к задачам геометрии (вычисление площадей плоских фигур, вычисление дуги плоской кривой, вычисление объема тел, вычисление площади поверхности тела вращения).
27. Механические приложения определенного интеграла (работа переменной силы, путь, пройденный телом, вычисление статистических моментов и центра тяжести плоской фигуры).

ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

28. Открытые и замкнутые множества. Способы задания функции. Предел и непрерывность (отличие от функции одной переменной). Свойства функций непрерывных в замкнутой ограниченной области (достижение наибольшего и наименьших значений). Понятие о равномерной непрерывности.
29. Частные производные. Дифференцируемость функций многих переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных. Дифференцируемость и производные сложной функции. Полная производная. Дифференцируемость и производные неявной функции. Теорема о существовании неявной функции (без доказательства).

30. Определение дифференциала. Уравнение касательной плоскости и нормали. Геометрический смысл полного дифференциала. Инвариантность полного дифференциала. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.

31. Производная по направлению. Градиент. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Шварца о равенстве смешанных производных.

32. Формула Тейлора функции многих переменных. Экстремумы. Необходимые условия экстремума.

33. Достаточные условия экстремума функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой области. Условные экстремумы.