

ПРИМЕРЫ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ И КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТ

Самостоятельная работа 1 по теме: Введение в математический анализ

1. Вычислить следующие пределы:

а. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}$ б. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$ в. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{10-x}}{\sin 3\pi x}$

г. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$ д. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2 + x\sqrt{x}}$ е. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+x+x^2} - 2}{x+1}$

2. Найти область определения функции:

а) $y = \sqrt{\cos(x)}$; б) $y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{\sqrt{2+3x-2x^2}}$.

3. Исследовать непрерывность функции и построить эскиз графика функции

а) $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ 4-x, & x > 2; \end{cases}$ б) $y = 1 + 3^{\frac{1}{x-4}}$.

Самостоятельная работа 2 по теме: Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Найти y'_x

а) $y = \arctg g \frac{\operatorname{tg}(x) - \operatorname{ctg}(x)}{\sqrt{2}}$; б) $y = \frac{(x^2-8)\sqrt{x^2-8}}{6x^3}$; в) $y = 1 + xe^y$

2. Найти производные высших порядков

а) найти y''' , если $y = (3-x^2)\ln^2 x$; б) найти y''_{xx} , если $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = 1/t. \end{cases}$

3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции:

$$\begin{cases} x = 4\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases} \text{ в точке } t = \frac{\pi}{3}$$

4. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2^x)^{1/x}$$

5. Вычислить приближённо с помощью дифференциала: $\operatorname{arctg} 1,05$

6. Используя формулу Тейлора написать разложение функции $y = (2x+3)^{3,5}$ по степеням x до члена, содержащего x^3

7. Исследовать функцию и построить ее график

$$y = x + \ln(x^2 - 1)$$

Контрольная работа 1 по теме: Интегральное исчисление функции одной переменной (задачи 3-5 принимаются к рассмотрению только с рисунками)

1. Вычислить интегралы:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int \frac{dx}{(1+x^2)\arctg(x)}; & \text{б) } \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx; & \text{в) } \int \frac{x^3+x-1}{x^3+x^2-6x} dx; \\ \text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x}-1)}; & \text{д) } \int \sin(t) \cdot \cos(t) \cdot dt; & \text{е) } \int \frac{dx}{1+\sin(x)+\cos(x)}. \end{array}$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$\text{а) } \int_0^1 x^2 \ln(x) dx; \quad \text{б) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}.$$

3. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } \begin{cases} \rho = 4 \cos 2\varphi, \\ \rho = 4, \varphi = \pi/4 \end{cases} \quad (0 \leq \varphi \leq \pi/4); \quad \text{б) } \begin{cases} 6x = y^3 - 16y, \\ 24x = y^3 - 16y. \end{cases}$$

4. Вычислить длину дуги кривой (L):

$$y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}); \quad (\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{17}).$$

5. Вычислить объем тела вращения, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $x^2 - y^2 = a^2$, $x = -2a$, $x = 2a$.

Для получения удовлетворительной отметки по СР и КР необходимо верно сделать три задания, при этом они должны быть из разных разделов.

Для получения отметки «отлично» по СР и КР необходимо верно решить не менее пяти заданий, которые укажет преподаватель.