

Исчисление платежей по кредиту

Банковский кредит представляет собой отношения между банком и его клиентом по поводу временного использования денежных средств.

По кредитному договору банк или иная кредитная организация (кредитор) обязуются предоставить денежные средства (кредит) заемщику в размере и на условиях, предусмотренных договором, а заемщик обязуется возвратить полученную денежную сумму и уплатить проценты на нее.

Основной долг (в случае единовременной выдачи заемщику денежных средств) – первоначально выданная сумма кредита (N_0).

С течением времени сумма основного долга может меняться. В зависимости от выбранного способа кредитования, она может и уменьшаться (заемщик возвращает банку часть одолженных денег), и увеличиваться (заемщик берет в долг дополнительные суммы).

Таким образом, **остаток долга по ссуде** равен:

$$N_t = N_0 - \sum_{i=1}^{t-1} \Delta N_i$$

где:

N_0 – первоначальная сумма долга (основной долг по ссуде);

N_t – остаток основного долга по ссуде в периоде t ;

ΔN_i – возврат (получение) части кредита в предшествующие периоды, $i=1, \dots, t-1$.

Кроме возврата основного долга, заемщик должен регулярно платить **банковский процент** – сумму, уплачиваемую клиентом банка за пользование денежными средствами, предоставленными по кредитному договору. Банковский процент начисляется банком со дня, следующего за днем предоставления заемщику кредита, по день возврата кредита в полном объеме. Вычисление процента производится по формуле простых процентов:

$$S_t = N_t * \frac{P}{100} * \frac{k_t}{T}$$

где:

S_t – банковский процент, подлежащий уплате за период t ;

N_t – остаток основного долга по кредиту в период расчета процентов;

p – процентная ставка по кредиту (в процентах годовых);

k_t – количество календарных дней в периоде t , за который рассчитывается банковский процент;

T – фактическое количество дней в году (365 или 366).

Как видно из приведенной формулы, банковский процент начисляется не на первоначально выданную сумму, а на остаток основного долга по кредиту. Для правильного начисления банковского процента удобнее всего разбить общий срок кредитования на отрезки времени, в течение которых остаток основного долга оставался неизменным, и по каждому такому отрезку вычислять сумму банковского процента отдельно.

Порядок выплаты основного долга и процентов определяется кредитным договором, как правило, предусмотрена ежемесячная уплата банковского процента. Погашение остатка основного долга может происходить как ежемесячно, так и в другие даты, согласованные между банком и заемщиком и указанные в графике платежей по кредиту.

Платеж по кредиту складывается, таким образом, из нескольких сумм:

$$PL_t = \Delta N_t + S_t + C_t + R_t$$

где:

PL_t – платеж по кредиту за прошедший период t ;

ΔN_t – возврат части основного долга в конце периода t (если это предусмотрено графиком платежей по кредиту);

S_t – банковский процент (сумма процентов по кредиту, подлежащая уплате за прошедший период в дату t);

C_t – комиссии по кредиту, подлежащие уплате за прошедший период (при их наличии);

R_t – штрафы по кредиту, подлежащие уплате за прошедшие периоды (при их наличии).

Подставив в формулу значение S_t , получим:

$$PL_t = \Delta N_t + N_t * \frac{p}{100} * \frac{k_t}{T} + C_t + R_t$$

Если комиссии и штрафы по кредиту отсутствуют, формула упрощается:

$$PL_t = \Delta N_t + N_t * \frac{p}{100} * \frac{k_t}{T}$$

Задача 1.

Фирма получила в банке кредит в сумме 500 тыс. руб. под 24% годовых, сроком на 5 месяцев. Погашение основной суммы долга осуществляется ежемесячно равными частями. Рассчитайте сумму последнего платежа, если в последнем месяце кредитования 30 календарных дней.

$$PL_5 = 100\ 000 + 100\ 000 * 0,24 * \frac{30}{365} = 101\ 972,6 \text{ р.}$$

Задача 2.

Составьте график платежей компании по кредиту: сумма – 500 тыс. руб, процентная ставка 20% годовых, срок кредитования – 90 дней, дата выдачи кредита - 1 ноября текущего года. Сумма основного долга (равными долями) погашается 28 числа каждого месяца, проценты за пользование кредитом перечисляются одновременно с суммой основного долга.

Первый платеж 28 ноября:

$$PL_1 = 125\ 000 + 500\ 000 * 0,20 * \frac{28-1}{365} = 132\ 397 \text{ р.}$$

Второй платеж 28 декабря:

$$PL_2 = 125\ 000 + 375\ 000 * 0,20 * \frac{30}{365} = 131\ 164 \text{ р.}$$

Третий платеж 28 января:

$$PL_3 = 125\ 000 + 250\ 000 * 0,20 * \frac{31}{365} = 129\ 247 \text{ р.}$$

Четвертый платеж 29 января, дата окончания кред. договора:

$$PL_4 = 125\ 000 + 125\ 000 * 0,20 * \frac{1}{365} = 125\ 068 \text{ р.}$$

Задача 3.

Какую процентную ставку должен установить банк по кредиту в 20000 руб., чтобы при сроке кредитования в 91 день получить проценты в сумме 1000 руб.? Основная сумма долга и проценты уплачиваются в конце срока кредитования.

Составим уравнение, в котором левая часть уравнения - размер банковского процента, а правая часть – полученная сумма процентов.

$$20\,000 * \frac{X}{100} * \frac{(91-1)}{365} = 1000$$

Решая уравнение, получаем $X=20,27\%$ годовых

Задача 4.

Заемщику был выдан кредит в сумме 300 тыс. руб., по условиям договора основная сумма долга и проценты перечисляются в конце срока кредитования. Исполняя договор, заемщик в совокупности перечислил 380 тыс. руб. На какой срок (в днях) был выдан кредит, если процентная ставка по нему составляла 24% годовых?

Решение:

Подставляя исходные данные в формулу вычисления процентов по кредиту имеем уравнение:

$$300\ 000 + 300\ 000 * \frac{24}{100} * \frac{X}{365} = 380\ 000$$

Решая уравнение, получаем $X=406$ дней

Задача 5

Туристическая фирма хотела бы приобрести в кредит офисное помещение для обслуживания клиентов. Требуемый кредит 3 млн р., срок кредита – 5 лет, ставка кредитования -12% годовых. Для упрощения примем, что проценты и основная сумма долга будут уплачиваться в конце срока кредитования.

Источником погашения долга будет выступать чистая прибыль предприятия (ЧП). Рентабельность продаж (РП) фирмы составляет 40%. Какую годовую выручку (В) должен давать новый офис, чтобы вернуть кредит и проценты по нему?

Решение:

1) Рассчитаем, сколько должна будет уплатить фирма банку в конце срока кредитования:

$$PL = 3\,000\,000 + 3\,000\,000 * \frac{12}{100} * \frac{5 * 365}{365} = 4\,800\,000 \text{ руб.}$$

2) Рассчитаем, сколько чистой прибыли фирма заработает за год:

$$\text{Рентабельность продаж: } РП = 100 * \frac{\text{ЧП}}{В},$$

$$\text{из этой формулы: } \text{ЧП} = В * \frac{РП}{100} = 0,4 * В$$

Следовательно, за пять лет фирма заработает чистой прибыли:

$$5 * (0,4 * В) = 2В$$

3) Составим уравнение из итоговых величин, получившихся в пунктах 1 и 2:

$$\begin{aligned} 2В &= 4\,800\,000, \\ В &= 2\,400\,000. \end{aligned}$$

Ответ: для того, чтобы вернуть кредит, туристическая фирма должна получать в течение 5 лет годовую выручку не менее, чем 2,4 млн.р.

Аннуитетный платеж – платеж по кредиту равными долями, включающими погашение и основной суммы долга, и процентов по нему.

Аннуитетный платеж (AP) вычисляется по следующим формулам:

$AP = D \times A$, где A – ставка аннуитета.

Ставка аннуитета (A) определяется так:

$$A = \frac{i^* \times (1+i^*)^n}{(1+i^*)^n - 1}, \text{ где } n \text{ – количество платежей за всё время кредита}$$

Плата за пользование кредитом за один период кредитования (в долях единицы) будет

$$\text{равна } i^* = \frac{i}{100 \times m}, \text{ где } m \text{ – количество платежей в год}$$

Задача 6

Физическое лицо получило ипотечный кредит в сумме $D=1$ млн. р. на $t=2$ года под $i=20\%$ годовых. Выплата кредита будет производиться ежеквартально аннуитетными платежами. Определите сумму ежеквартального платежа по кредиту.

Решение:

1. Из условий задачи следует, что количество платежей в течение года составит $m=4$ платежа. Тогда количество платежей за весь период кредитования будет равно $n=2 \times 4=8$ платежей.

2. Плата за пользование кредитом за один период кредитования (в долях единицы) будет

$$\text{равна } i^* = \frac{I}{100 \times m} = \frac{20}{100 \times 4} = 0,05$$

3. Ставка аннуитета будет равна:

$$A = \frac{i^* \times (1+i^*)^n}{(1+i^*)^n - 1} = \frac{0,05 \times (1+0,05)^8}{(1+0,05)^8 - 1} = 0,15473$$

4. Аннуитетный платеж AP составит:

$$AP = D \times A = 1\,000\,000 \times 0,15473 = 154\,730 \text{ р.}$$

Ответ: ежеквартальный аннуитетный платеж составит 154730 р.

Задача 7

Фирма получила кредит 1 млн.р. сроком на 90 дней под 24% годовых. Проценты выплачиваются ежемесячно. При выдаче кредита фирма уплатила комиссию за выдачу кредита в сумме 2% от суммы выданного кредита, а также обязана ежемесячно платить комиссию за хранение предмета залога в сумме 1000 р. Составьте уравнение для определения эффективной ставки процента по кредиту.

Решение:

Обозначим эффективную ставку процента r . В общем случае она находится как неизвестная величина из следующего уравнения:

$$\sum_{i=1}^I \frac{C_i}{(1+r)^{(d_i - d_0)/365}} = 0,$$

где

I - общее количество платежей по кредиту

i – номер очередного платежа по кредиту, $i=1, \dots, I$;

C_i – сумма очередного платежа по итогам периода i ;

d_i – дата i -ого платежа;

d_0 – дата первого платежа.

В данной задаче не требуется найти решения уравнения (оно не решается аналитически в явной форме, однако его можно решить путем пошаговых приближений, или же воспользоваться EXCEL).

В задаче требуется лишь записать само уравнение, не решая его:

$$\frac{(-1000000+0,02 \times 1000000)}{(1+r)^0} + \frac{(0,02 \times 1000000+1000)}{(1+r)^{30/365}} + \frac{(0,02 \times 1000000+1000)}{(1+r)^{61/365}} + \frac{(1000000+0,02 \times 1000000+1000)}{(1+r)^{91/365}} = 0$$