

## **Исчисление платежей по кредиту**

**Банковский кредит** представляет собой отношения между банком и его клиентом по поводу временного использования денежных средств.

**По кредитному договору** банк или иная кредитная организация (кредитор) обязуются предоставить денежные средства (кредит) заемщику в размере и на условиях, предусмотренных договором, а заемщик обязуется возвратить полученную денежную сумму и уплатить проценты на нее.

**Основной долг** (в случае единовременной выдачи заемщику денежных средств) – первоначально выданная сумма кредита ( $N_0$ ).

С течением времени сумма основного долга может меняться. В зависимости от выбранного способа кредитования, она может и уменьшаться (заемщик возвращает банку часть одолженных денег), и увеличиваться (заемщик берет в долг дополнительные суммы).

Таким образом, **остаток долга по ссуде** равен:

$$N_t = N_0 - \sum_{i=1}^{t-1} \Delta N_i$$

где:

$N_0$  – первоначальная сумма долга (основной долг по ссуде);

$N_t$  – остаток основного долга по ссуде в периоде  $t$ ;

$\Delta N_i$  – возврат (получение) части кредита в предшествующие периоды,  $i=1, \dots, t-1$ .

Кроме возврата основного долга, заемщик должен регулярно платить **банковский процент** – сумму, уплачиваемую клиентом банка за пользование денежными средствами, предоставленными по кредитному договору. Банковский процент начисляется банком со дня, следующего за днем предоставления заемщику кредита, по день возврата кредита в полном объеме. Вычисление процента производится по формуле простых процентов:

$$S_t = N_t * \frac{P}{100} * \frac{k_t}{T}$$

где:

$S_t$  – банковский процент, подлежащий уплате за период  $t$ ;

$N_t$  – остаток основного долга по кредиту в период расчета процентов;

$p$  – процентная ставка по кредиту (в процентах годовых);

$k_t$  – количество календарных дней в периоде  $t$ , за который рассчитывается банковский процент;

$T$  – фактическое количество дней в году (365 или 366).

Как видно из приведенной формулы, банковский процент начисляется не на первоначально выданную сумму, а на остаток основного долга по кредиту. Для правильного начисления банковского процента удобнее всего разбить общий срок кредитования на отрезки времени, в течение которых остаток основного долга оставался неизменным, и по каждому такому отрезку вычислять сумму банковского процента отдельно.

Порядок выплаты основного долга и процентов определяется кредитным договором, как правило, предусмотрена ежемесячная уплата банковского процента. Погашение остатка основного долга может происходить как ежемесячно, так и в другие даты, согласованные между банком и заемщиком и указанные в графике платежей по кредиту.

**Платеж по кредиту** складывается, таким образом, из нескольких сумм:

$$PL_t = \Delta N_t + S_t + C_t + R_t$$

где:

$PL_t$  – платеж по кредиту за прошедший период  $t$ ;

$\Delta N_t$  – возврат части основного долга в конце периода  $t$  (если это предусмотрено графиком платежей по кредиту);

$S_t$  – банковский процент (сумма процентов по кредиту, подлежащая уплате за прошедший период в дату  $t$ );

$C_t$  – комиссии по кредиту, подлежащие уплате за прошедший период (при их наличии);

$R_t$  – штрафы по кредиту, подлежащие уплате за прошедшие периоды (при их наличии).

Подставив в формулу значение  $S_t$ , получим:

$$PL_t = \Delta N_t + N_t * \frac{p}{100} * \frac{k_t}{T} + C_t + R_t$$

Если комиссии и штрафы по кредиту отсутствуют, формула упрощается:

$$PL_t = \Delta N_t + N_t * \frac{p}{100} * \frac{k_t}{T}$$

### **Задача 1.**

Фирма получила в банке кредит в сумме 500 тыс. руб. под 24% годовых, сроком на 5 месяцев. Погашение основной суммы долга осуществляется ежемесячно равными частями. Рассчитайте сумму последнего платежа, если в последнем месяце кредитования 30 календарных дней.

$$PL_5 = 100\ 000 + 100\ 000 * 0,24 * \frac{30}{365} = 101\ 972,6 \text{ р.}$$

## Задача 2.

Составьте график платежей компании по кредиту: сумма – 500 тыс. руб, процентная ставка 20% годовых, срок кредитования – 90 дней, дата выдачи кредита - 1 ноября текущего года. Сумма основного долга (равными долями) погашается 28 числа каждого месяца, проценты за пользование кредитом перечисляются одновременно с суммой основного долга.

**Первый платеж 28 ноября:**

$$PL_1 = 125\ 000 + 500\ 000 * 0,20 * \frac{28-1}{365} = 132\ 397 \text{ р.}$$

**Второй платеж 28 декабря:**

$$PL_2 = 125\ 000 + 375\ 000 * 0,20 * \frac{30}{365} = 131\ 164 \text{ р.}$$

**Третий платеж 28 января:**

$$PL_3 = 125\ 000 + 250\ 000 * 0,20 * \frac{31}{365} = 129\ 247 \text{ р.}$$

**Четвертый платеж 29 января, дата окончания кред. договора:**

$$PL_4 = 125\ 000 + 125\ 000 * 0,20 * \frac{1}{365} = 125\ 068 \text{ р.}$$

### Задача 3.

Какую процентную ставку должен установить банк по кредиту в 20000 руб., чтобы при сроке кредитования в 91 день получить проценты в сумме 1000 руб.? Основная сумма долга и проценты уплачиваются в конце срока кредитования.

Составим уравнение, в котором левая часть уравнения - размер банковского процента, а правая часть – полученная сумма процентов.

$$20\,000 * \frac{X}{100} * \frac{(91-1)}{365} = 1000$$

Решая уравнение, получаем  $X=20,27\%$  годовых

#### **Задача 4.**

Заемщику был выдан кредит в сумме 300 тыс. руб., по условиям договора основная сумма долга и проценты перечисляются в конце срока кредитования. Исполняя договор, заемщик в совокупности перечислил 380 тыс. руб. На какой срок (в днях) был выдан кредит, если процентная ставка по нему составляла 24% годовых?

Решение:

Подставляя исходные данные в формулу вычисления процентов по кредиту имеем уравнение:

$$300\ 000 + 300\ 000 * \frac{24}{100} * \frac{X}{365} = 380\ 000$$

Решая уравнение, получаем  $X=406$  дней



### Задача 5

Туристическая фирма хотела бы приобрести в кредит офисное помещение для обслуживания клиентов. Требуемый кредит 3 млн р., срок кредита – 5 лет, ставка кредитования -12% годовых. Для упрощения примем, что проценты и основная сумма долга будут уплачиваться в конце срока кредитования.

Источником погашения долга будет выступать чистая прибыль предприятия (ЧП). Рентабельность продаж (РП) фирмы составляет 40%. Какую годовую выручку (В) должен давать новый офис, чтобы вернуть кредит и проценты по нему?

### Решение:

1) Рассчитаем, сколько должна будет уплатить фирма банку в конце срока кредитования:

$$PL = 3\,000\,000 + 3\,000\,000 * \frac{12}{100} * \frac{5 * 365}{365} = 4\,800\,000 \text{ руб.}$$

2) Рассчитаем, сколько чистой прибыли фирма заработает за год:

$$\text{Рентабельность продаж: } РП = 100 * \frac{\text{ЧП}}{В},$$

$$\text{из этой формулы: } \text{ЧП} = В * \frac{РП}{100} = 0,4 * В$$

Следовательно, за пять лет фирма заработает чистой прибыли:

$$5 * (0,4 * В) = 2В$$

3) Составим уравнение из итоговых величин, получившихся в пунктах 1 и 2:

$$\begin{aligned} 2В &= 4\,800\,000, \\ В &= 2\,400\,000. \end{aligned}$$

Ответ: для того, чтобы вернуть кредит, туристическая фирма должна получать в течение 5 лет годовую выручку не менее, чем 2,4 млн.р.

**Аннуитетный платеж** – платеж по кредиту равными долями, включающими погашение и основной суммы долга, и процентов по нему.

Аннуитетный платеж (AP) вычисляется по следующим формулам:

$AP = D \times A$ , где A – ставка аннуитета.

Ставка аннуитета (A) определяется так:

$$A = \frac{i^* \times (1+i^*)^n}{(1+i^*)^n - 1}, \text{ где } n \text{ – количество платежей за всё время кредита}$$

Плата за пользование кредитом за один период кредитования (в долях единицы) будет

$$\text{равна } i^* = \frac{i}{100 \times m}, \text{ где } m \text{ – количество платежей в год}$$

### Задача 6

Физическое лицо получило ипотечный кредит в сумме  $D=1$  млн. р. на  $t=2$  года под  $i=20\%$  годовых. Выплата кредита будет производиться ежеквартально аннуитетными платежами. Определите сумму ежеквартального платежа по кредиту.

### Решение:

1. Из условий задачи следует, что количество платежей в течение года составит  $m=4$  платежа. Тогда количество платежей за весь период кредитования будет равно  $n=2 \times 4=8$  платежей.

2. Плата за пользование кредитом за один период кредитования (в долях единицы) будет

$$\text{равна } i^* = \frac{I}{100 \times m} = \frac{20}{100 \times 4} = 0,05$$

3. Ставка аннуитета будет равна:

$$A = \frac{i^* \times (1+i^*)^n}{(1+i^*)^n - 1} = \frac{0,05 \times (1+0,05)^8}{(1+0,05)^8 - 1} = 0,15473$$

4. Аннуитетный платеж  $AP$  составит:

$$AP = D \times A = 1\,000\,000 \times 0,15473 = 154\,730 \text{ р.}$$

Ответ: ежеквартальный аннуитетный платеж составит 154730 р.

### Задача 7

Фирма получила кредит 1 млн.р. сроком на 90 дней под 24% годовых. Проценты выплачиваются ежемесячно. При выдаче кредита фирма уплатила комиссию за выдачу кредита в сумме 2% от суммы выданного кредита, а также обязана ежемесячно платить комиссию за хранение предмета залога в сумме 1000 р. Составьте уравнение для определения эффективной ставки процента по кредиту.

Решение:

Обозначим эффективную ставку процента  $r$ . В общем случае она находится как неизвестная величина из следующего уравнения:

$$\sum_{i=1}^I \frac{C_i}{(1+r)^{(d_i - d_0)/365}} = 0,$$

где

$I$  - общее количество платежей по кредиту

$i$  – номер очередного платежа по кредиту,  $i=1, \dots, I$ ;

$C_i$  – сумма очередного платежа по итогам периода  $i$ ;

$d_i$  – дата  $i$ -ого платежа;

$d_0$  – дата первого платежа.

В данной задаче не требуется найти решения уравнения (оно не решается аналитически в явной форме, однако его можно решить путем пошаговых приближений, или же воспользоваться EXCEL).

В задаче требуется лишь записать само уравнение, не решая его:

$$\frac{(-1000000 + 0,02 \times 1000000)}{(1+r)^0} + \frac{(0,02 \times 1000000 + 1000)}{(1+r)^{30/365}} + \frac{(0,02 \times 1000000 + 1000)}{(1+r)^{61/365}} + \frac{(1000000 + 0,02 \times 1000000 + 1000)}{(1+r)^{91/365}} = 0$$