Пример экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет АВТ

Билет №
к экзамену по дисциплине «Математический анализ» 2 семестр

Теоретические вопросы:
1. Основные свойства двойного интеграла (от линейности до теоремы о среднем).
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ второго порядка

Задачи:

Вычислить с помощью перехода к полярным координатам двойной интеграл:

$$\int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln\left(1+x^2+y^2\right) dy$$

Решить уравнение

$$y' - \frac{3y}{x} = x.$$

Определить область сходимости ряда

$$\frac{2x+1}{1} + \frac{(2x+1)^2}{4} + \frac{(2x+1)^3}{7} + \dots$$

Составил В.В. Филатов

Утверждаю: Зав. кафедрой ИМ, профессор В.А. Селезнев

Примеры задач на экзамене

1 модуль

Найти двойным интегрированием объем тела, ограниченного плоскостями координат, плоскостями $x = 4$ и $y = 4$ и эллиптическим параболоидом $z = \frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{2q}$

Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим или к сферическим координатам :

$$\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^a z\sqrt{x^2+y^2}\, dz$$

Вычислить криволинейный интеграл:

$\int_L \sqrt{x^2+y^2}\, ds$, где L - окружность , $(x^2+y^2) = ax$

$\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy\, dx + (y-x)\, dy$ вдоль линии $y = x$

2 модуль

Решить уравнение

$$yy' = 2y - x.$$

Решить уравнение

$$x^3y'' + x^2y' = 1.$$

Решить уравнение

$$\left(4 - \frac{y^2}{x^2}\right) dx + \frac{2y}{x}\, dy = 0.$$

Решить уравнение

$$y'' - 2y' + y = e^{2x}.$$

3 модуль

1. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}\cos\frac{1}{\sqrt{n}}\sin\frac{1}{n}$.
2. Найти область сходимости ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n^2+1}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{n\cdot 3^n\cdot\ln n}$.
3. Разложить $f(x)$ в ряд Фурье на интервале $(0, \pi)$ по косинусам; $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \sin x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ $T = 2\pi$