

# СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

## Основные формулы

Преобразования Лоренца для координат точки

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - (V/c^2)x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

где нештрихованные величины относятся к условно неподвижной системе отчета, штрихованные – к движущейся системе отчета относительно первой вдоль оси  $x$  со скоростью  $V$  (рис. 2.1),  $c$  – скорость света в вакууме.

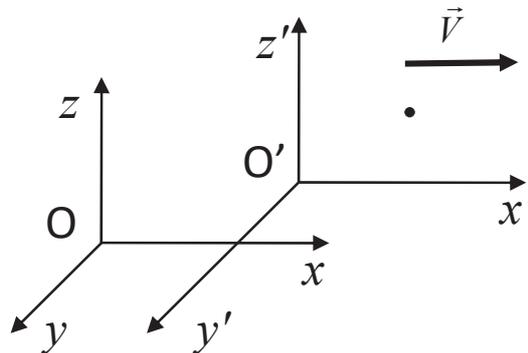


Рис. 2.1

Сокращение длины движущегося тела

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где  $l_0$  – длина тела в системе отчета, в которой тело покоится (собственная длина);  $l$  – длина в системе, в которой тело движется.

## Сокращение временных промежутков

$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где  $\Delta t_0$  – промежуток времени между событиями в движущейся системе отчета (собственное время);  $\Delta t$  – промежуток времени между теми же событиями в неподвижной системе отчета.

Релятивистский закон сложения скоростей для скоростей, направленных вдоль оси  $x$

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}},$$

где  $v$  – скорость относительно неподвижной системе отчета;  $v'$  – скорость относительно движущейся системы отчета,  $V$  – скорость условно движущейся системы отчета относительно неподвижной.

Если событие 1 произошло в точке с координатами  $x_1, y_1, z_1$  в момент времени  $t_1$ , событие 2 –  $x_2, y_2, z_2, t_2$  соответственно, то интервал между этими событиями

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2}.$$

## Релятивистский импульс

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

## Полная энергия тела

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$E_0 = mc^2$  – энергия покоя.

## Кинетическая энергия движущегося тела

$$W_k = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right).$$

## Примеры решения задач

### Пример 1

Чему равна длина космического корабля в системе отчета, относительно которой он движется со скоростью  $0,9c$ , если длина покоящегося корабля в этой системе  $100$  м?

#### Решение

Для решения этой простейшей задачи нужно использовать преобразования Лоренца:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 100 \sqrt{1 - \frac{(0,9c)^2}{c^2}} = 43,5 \text{ м}$$

Ответ:  $43,5$  м

### Пример 2

Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость  $0,4c$  ( $0,4$  от скорости света в вакууме). В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения  $\beta$  – частицу со скоростью  $0,75c$  относительно ускорителя. Определите скорость частицы относительно ядра. Ответ дать в Мм/с.

#### Решение

Для решения этой задачи нужно использовать релятивистский закон сложения скоростей:

$$v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + \frac{v_{x'}v}{c^2}}$$

Здесь  $v_x$  – скорость частицы в системе отсчета, связанной с ускорителем,  $v_{x'}$  – скорость частицы в системе отсчета, связанной с ядром,  $v$  – скорость одной системы отсчета относительно другой. Тогда скорость частицы относительно ядра будет равна:

$$v_{x'} = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v_x v}{c^2}} = \frac{c}{2} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}$$

Ответ:  $150$  Мм/с

### Пример 3

На сколько процентов полная энергия протона, вылетающего из ускорителя со скоростью  $0,8c$ , больше его энергии покоя?

#### Решение

Для решения этой задачи найдем энергию покоя протона  $W_0$ , его полную релятивистскую энергию  $W$ , а затем вычислим их соотношение  $\Delta W/W_0$ , где  $\Delta W = W - W_0$ .

$$W_0 = mc^2$$

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{mc^2}{mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 = 0,67$$

**Ответ:** полная энергия больше энергии покоя на 67%