

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Основные формулы

Преобразования Лоренца для координат точки

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - (V/c^2)x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}},$$

где нештрихованные величины относятся к условно неподвижной системе отчета, штрихованные – к движущейся системе отчета относительно первой вдоль оси x со скоростью V (рис. 2.1), c – скорость света в вакууме.

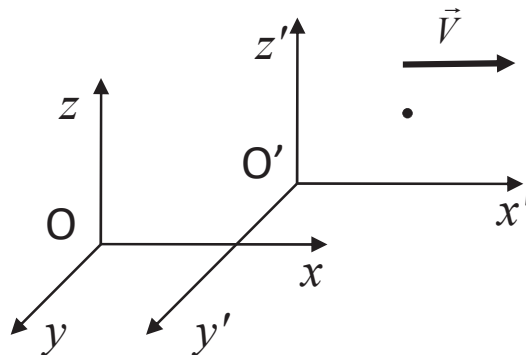


Рис. 2.1

Сокращение длины движущегося тела

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где l_0 – длина тела в системе отчета, в которой тело покоится (собственная длина); l – длина в системе, в которой тело движется.

Сокращение временных промежутков

$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где Δt_0 – промежуток времени между событиями в движущейся системе отчета (собственное время); Δt – промежуток времени между теми же событиями в неподвижной системе отчета.

Релятивистский закон сложения скоростей для скоростей, направленных вдоль оси x

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}},$$

где v – скорость относительно неподвижной системе отчета; v' – скорость относительно движущейся системы отчета, V – скорость условно движущейся системы отчета относительно неподвижной.

Если событие 1 произошло в точке с координатами x_1, y_1, z_1 в момент времени t_1 , событие 2 – x_2, y_2, z_2, t_2 соответственно, то интервал между этими событиями

$$s_{12} = \sqrt{c^2(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2}.$$

Релятивистский импульс

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Полная энергия тела

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$E_0 = mc^2$ – энергия покоя.

Кинетическая энергия движущегося тела

$$W_k = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right).$$

Примеры решения задач

Пример 1

Чему равна длина космического корабля в системе отчета, относительно которой он движется со скоростью $0,9c$, если длина покоящегося корабля в этой системе 100 м?

Решение

Для решения этой простейшей задачи нужно использовать преобразования Лоренца:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 100 \sqrt{1 - \frac{(0,9c)^2}{c^2}} = 43,5 \text{ м}$$

Ответ: $43,5$ м

Пример 2

Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $0,4c$ ($0,4$ от скорости света в вакууме). В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β – частицу со скоростью $0,75c$ относительно ускорителя. Определите скорость частицы относительно ядра. Ответ дать в Мм/с.

Решение

Для решения этой задачи нужно использовать релятивистский закон сложения скоростей:

$$v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + \frac{v_{x'}v}{c^2}}$$

Здесь v_x – скорость частицы в системе отсчета, связанной с ускорителем, $v_{x'}$ – скорость частицы в системе отсчета, связанной с ядром, v – скорость одной системы отсчета относительно другой. Тогда скорость частицы относительно ядра будет равна:

$$v_{x'} = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v_x v}{c^2}} = \frac{c}{2} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}$$

Ответ: 150 Мм/с

Пример 3

На сколько процентов полная энергия протона, вылетающего из ускорителя со скоростью $0,8c$, больше его энергии покоя?

Решение

Для решения этой задачи найдем энергию покоя протона W_0 , его полную релятивистскую энергию W , а затем вычислим их соотношение $\Delta W/W_0$, где $\Delta W = W - W_0$.

$$W_0 = mc^2$$

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{mc^2}{mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 = 0,67$$

Ответ: полная энергия больше энергии покоя на 67%