

## Семинар 5

**В некоторых случаях удобно ввести «обобщенные» полярные координаты:**

$$\begin{cases} x = ar \cos \varphi, \\ y = br \sin \varphi. \end{cases}$$

Тогда

$$|J| = ab\rho, dxdy = ab\rho d\rho d\varphi$$

Задачи в аудитории

3536, 3538, 3540, 3544

Задачи на дом

3537, 3539, 3542, 3543

Пример из Бермана

$$\begin{aligned} \mathbf{3545.} \quad x &= a\rho \cos \varphi, \quad y = b\rho \sin \varphi, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \\ \rho &= 1 \Rightarrow I = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^1 ab\rho^2 \cos \varphi \sin \varphi ab\rho d\rho = \frac{a^2b^2}{2} \times \\ &\times \int_0^{\pi/2} \sin 2\varphi d\varphi \int_0^1 \rho^3 d\rho = \frac{a^2b^2}{8} \int_0^{\pi/2} \sin 2\varphi d\varphi = -\frac{a^2b^2}{16} \times \\ &\times \cos 2\varphi \Big|_0^{\pi/2} = \frac{a^2b^2}{8}. \end{aligned}$$