Семинар 3

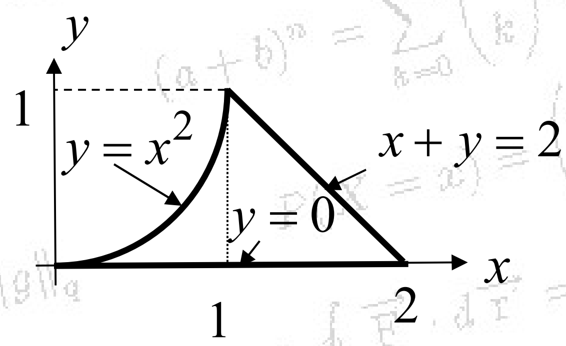
Согласно формуле, выражающей объем через поперечные сечения, получим:

$$V=\iint\limits_{D} z(x,y)\,dxdy=\int\limits_{a}^{b}\left(\int\limits_{y_1(x)}^{y_2(x)} z(x,y)\,dy\right)dx=\int\limits_{a}^{b}dx\int\limits_{y_1(x)}^{y_2(x)} z(x,y)\,dy \qquad \textbf{(1.1)}$$

- Изменив порядок интегрирования, аналогично получим

$$\iint\limits_{D} z(x,y)\,dxdy=\int\limits_{c}^{d}dy\int\limits_{x_1(y)}^{x_2(y)} z(x,y)\,dx \qquad \textbf{(1.2)}$$

Пример 3



$$\iint_D z(x,y)\,dxdy = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} z(x,y)\,dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} z(x,y)\,dy = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} z(x,y)\,dx$$

Задание на семинар
3498, 3501, 3502, 3504-1), 3485, 3489,3491,3495

Домашнее задание
3499, 3501, 3503, 3504-3), 3488, 3487, 3496

Задачи из Бермана

3500. $y = \sqrt{2rx - x^2} \Rightarrow (x-r)^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow x = r \pm \pm\sqrt{r^2 - y^2}$, при $0 \leqslant x \leqslant r$ $x = r - \sqrt{r^2 - y^2}$, $0 \leqslant y \leqslant r \Rightarrow I = \int_0^r dy \int_{r-\sqrt{r^2-y^2}}^{y} f(x,\ y)dx$.

3504.2. $y = x^2$, $0 \leqslant x \leqslant 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{y}$, $0 \leqslant y \leqslant 1$, $y = \frac{3-x}{2}$, $1 \leqslant x \leqslant 3 \Leftrightarrow x = 3 - 2y$, $0 \leqslant y \leqslant 1 \Rightarrow I = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{3-2y} f(x,\ y)dx$.

3490. $\frac{x^2}{4} \leqslant 1 \Rightarrow -2 \leqslant x \leqslant 2$, $\frac{y^2}{9} \leqslant 1 - \frac{x^2}{4} \Rightarrow -\frac{3}{2}\sqrt{4-x^2} \leqslant y \leqslant \frac{3}{2}\sqrt{4-x^2}$; $I = \int_{-2}^{9} dx \int_{-3\sqrt{4-x^2}/2}^{3\sqrt{4-x^2}/2} f(x,\ y)dy$.

3497. Точки пересечения $x = \pm 2$, $y = \pm\sqrt{5}$; при $-3 \leqslant x \leqslant -2$ и $2 \leqslant x \leqslant 3$ выполняется $-\sqrt{9-x^2} \leqslant y \leqslant \sqrt{9-x^2}$, при $-2 \leqslant x \leqslant 2$ выполняется $-\sqrt{1+x^2} \leqslant y \leqslant \sqrt{1+x^2} \Rightarrow I = \int_{-3}^{-2} dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} f(x,\ y)dy + \int_{-2}^{2} dx \int_{-\sqrt{1+x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} f(x,\ y)dy + \int_{2}^{3} dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} f(x,\ y)dy$.