Решатели Fluent

Содержание

Краткий обзор решателей потока

FLUENT позволяет выбрать один из двух численных методов:

- решатель, основанный на давлении.
- решатель, основанный на плотности.

Исторически сложилось, что подход, основанный на давлении, разрабатывался для низкоскоростных несжимаемых потоков, в то время как подход, основанный на плотности, в основном использовался для высокоскоростных сжимаемых потоков. Однако в последнее время оба метода были расширены и переформулированы для решения и работы в широком диапазоне условий потока вне их традиционного или первоначального назначения. В обоих методах поле скорости получается из уравнений количества движения. В подходе, основанном на плотности, уравнение непрерывности используется для получения поля плотности, в то время как поле давления определяется из уравнения состояния.
С другой стороны, в подходе, основанном на давлении, поле давления получается решением уравнения давления или уравнения поправки давления, которое получается основными уравнениями непрерывности и количества движения.

Используя любой метод, FLUENT будет решать определяющие интегральные уравнения сохранения массы и количества движения и (когда соответствует) энергии и других величин, таких как турбулентность и химические компоненты. В обоих случаях используется метод, основанный на контрольном объеме, который состоит из:

- Деление области на дискретные контрольные объемы с использованием вычислительной сетки.
- Интегрирование определяющих уравнений по индивидуальным контрольным объёмам для создания алгебраических уравнений для дискретных зависимых переменных (“неизвестных”), таких как скорости, давление, температура и сохраняемые величины.
- Линеаризация дискретных уравнений и решение результирующей системы линейных уравнений, чтобы получить измененные значения зависимых переменных.

Оба численных метода используют подобный процесс дискретизации (конечный объём), но подход, используемый для линеаризации и решения дискретных уравнений, является различным.

Решатель, основанный на давлении

Решатель, основанный на давлении, использует алгоритм, который принадлежит общему классу методов, называемых методом проектирования. В методе проектирования достигается ограничение сохранения массы (непрерывности) поля скорости решением уравнения давления (или поправки давления). Уравнение давления получается из уравнений непрерывности и количества движения таким способом, что поле скорости, корректируемое давлением, удовлетворяет непрерывности. Так как определяющие уравнения нелинейны и связаны одно с другим, процесс решения включает в себя итерации, в которых полный набор определяющих уравнений решается многократно до сходимости решения. Во FLUENT доступны два алгоритма решателя, основанного на давлении. Отдельный (segregated) алгоритм и связанный (coupled) алгоритм.

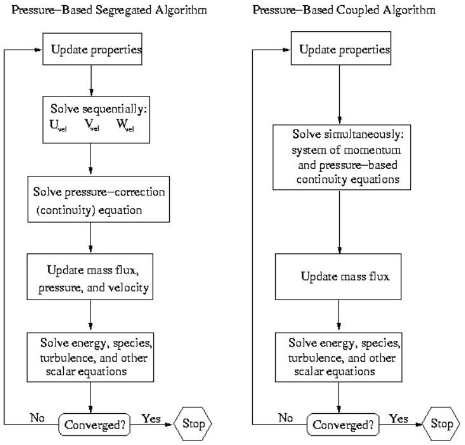
Segregated алгоритм

Решатель, основанный на давлении, использует алгоритм решения, где определяющие уравнения решаются последовательно (т.е. отдельно одно от другого). Поскольку определяющие уравнения являются нелинейными и связанными, цикл решения нужно выполнить итерационно, чтобы получить сошедшееся численное решение.
В отдельном алгоритме индивидуальные определяющие уравнения для переменных решения (например, u, v, w, p, T и т.д.) решаются одно после другого. Каждое определяющее уравнение решается "несвязанно" или "отдельно" от других уравнений, отсюда его название. Отдельный алгоритм является эффективным по памяти, так как дискретные уравнения нужно сохранять в памяти только по одному за раз. Однако поскольку уравнения решаются несвязанным способом, сходимость решения является относительно медленной.

1. Изменение свойств жидкости (ρ, μ, c_p), основываясь на текущем решении.
2. Решение уравнений количества движения одно за другим, используя недавно измененные значения давления и массовых потоков поверхности.
3. Решение уравнения поправки давления, используя недавно полученное поле скорости и массового потока.
4. Корректировка массовых потоков через поверхности, p и u, используя поправку давления, полученную в п. 3.
5. Решение уравнений дополнительных величин, типа турбулентных величин, энергии, компонентов, используя текущие значения переменных решения.
6. Изменение источниковых членов, являющихся результатом взаимодействия между различными фазами.
7. Проверка сходимости уравнений.

Эти шаги продолжаются до выполнения критерия сходимости.

Segregated и coupled алгоритмы



coupled алгоритмы

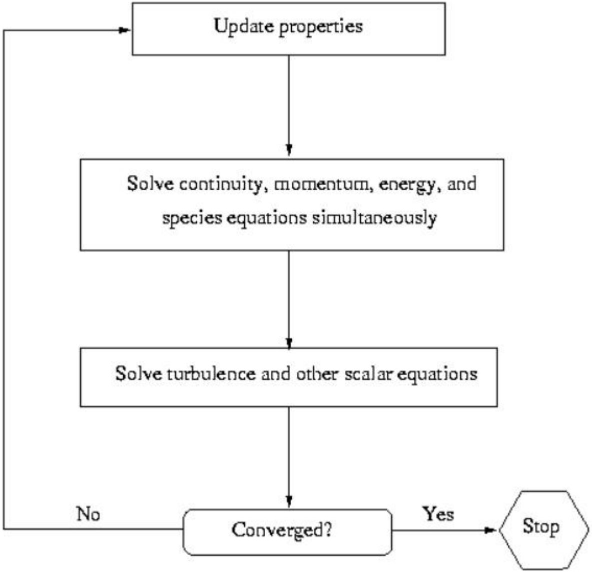
В отличие от отдельного алгоритма, описанного выше, связанный алгоритм, основанный на давлении, решает связанную систему уравнений, содержащую уравнения количества движения и уравнение непрерывности, основанные на давлении. Таким образом, в связанном алгоритме шаги 2 и 3 в отдельном алгоритме решения заменяются одним шагом, в котором решается связанная система уравнений. Остальные уравнения решаются несвязанным способом как в отдельном алгоритме. Так как уравнения количества движения и непрерывности решаются связанным способом, скорость сходимости решения значительно улучшается по сравнению с отдельным алгоритмом. Однако требование памяти увеличивается в 1,5 – 2 раза по сравнению с отдельным алгоритмом, так как дискретную систему всех уравнений количества движения и непрерывности, основанных на давлении, нужно сохранять в памяти при решении полей скорости и давления (предпочтительнее, чем только одно уравнение, как в случае с отдельным алгоритмом).

Решатель, основанный на плотности

Решатель, основанный на плотности, решает определяющие уравнения одновременно. Определяющие уравнения для дополнительных величин будут решаться после и последовательно.

1. Изменение свойств жидкости, основываясь на текущем решении.
2. Решение уравнений непрерывности, количества движения, энергии и компонентов одновременно.
3. Решение уравнений величин типа турбулентности и радиации, используя предварительно измененные значения других переменных.
4. Проверка сходимости набора уравнений.

Эти шаги продолжаются до выполнения критерия сходимости.


Update properties
Solve continuity, momentum, energy, and species equations simultaneously
Solve turbulence and other scalar equations
No
Converged?
Yes
Stop

Способ, в котором определяющие уравнения линеаризуются, может принимать ”неявную” или “явную” форму относительно зависимой переменной (или набора переменных). Неявная и явная означают следующее:

- неявная: для данной переменной неизвестное значение в каждой ячейке вычисляется использованием отношения, которое включает оба существующее и неизвестное значения из соседних ячеек. Поэтому каждая неизвестная будет появляться в более чем одном уравнении в системе и эти уравнения нужно решать одновременно, чтобы получить неизвестные величины.
- явная: для данной переменной неизвестное значение в каждой ячейке вычисляется использованием отношения, которое включает только существующие значения. Поэтому каждая неизвестная будет появляться только в одном уравнении в системе и уравнения для неизвестного значения в каждой ячейке можно решить по одному, чтобы получить неизвестные величины.

FLUENT использует метод, основанный на контрольном объеме для преобразования общего уравнения переноса величины к алгебраическому уравнению, которое можно решить численно. Этот метод контрольного объема состоит из интегрирования уравнения переноса по каждому контрольному объему, выдавая дискретное уравнение, которое выражает закон сохранения на основе контрольного объема.

Дискретизация определяющих уравнений наиболее легко можно проиллюстрировать рассмотрением нестационарного уравнения сохранения переноса скалярной величины ϕ. Это демонстрируется следующим уравнением, записанным в интегральной форме для произвольного контрольного объема V следующим образом:

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \bar{v} \cdot d\bar{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\bar{A} + \int_V S_\phi dV$$

где

ρ - плотность;

$\bar{v}$ - вектор скорости $(u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k})$;

$\bar{A}$ - вектор площади поверхности;

Γ_ϕ - коэффициент диффузии для ϕ;

∇_ϕ - градиент ϕ;

S_ϕ - источник ϕ на единицу объёма.

Данное уравнение применяется к каждому контрольному объему или ячейке в вычислительной области. Дискретизация уравнения на ячейке:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_{f}^{N_{faces}} \rho_f \bar{v_f} \phi_f \cdot \bar{A_f} = \sum_{f}^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \bar{A_f} + S_\phi V$$

N_{faces} - число поверхностей, охватывающих ячейку;
ϕ_f - значение ϕ, конвектируемой через поверхность f;
$\rho_f \bar{v_f} \cdot \bar{A_f}$ -массовый поток через поверхность;
$\bar{A_f}$ - площадь поверхности $\left| A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \right|$
$\nabla \phi_f$ - градиент ϕ на поверхности f;
V - объём ячейки.

Решение линейной системы

Дискретизованное уравнение переноса величины содержит неизвестную переменную величину ϕ в центре ячейки, а также неизвестные значения в окружающих соседних ячейках. Линеаризованную форму можно записать как:

$$a_P\phi = \sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b$$

nb - соседние ячейки, a_P и a_{nb} - линеризованные коэффициенты для ϕ и ϕ_{nb}.
Число соседних узлов для каждой ячейки зависит от топологии сетки, но как правило будет равно числу поверхностей, охватывающих ячейку (исключением являются граничные ячейки). Подобные уравнения можно записать для каждой ячейки в сетке. Это приводит к набору алгебраических уравнений с разреженной матрицей коэффициентов.

SIMPLE

Почему уравнения Навье-Стокса тяжело решаются численно?

- Рассмотрим несжимаемые уравнения неразрывности и движения:

$$\nabla \cdot U = 0 \tag{1}$$

$$U \cdot \nabla U - \nabla \left(\nu \nabla U \right) = -\nabla \varrho \tag{2}$$

- Четыре уравнения и четыре неизвестных: U_x, U_y, U_z, ϱ - кинематическое давление $\varrho = p/\rho$, ν - кинематическая вязкость.

Сложности

- Есть уравнения для U_x, U_y, U_z, но нет для ϱ.
- Рассчитанные компоненты скорости U_x, U_y, U_z вместе должны удовлетворять уравнению неразрывности.
- Конвективный член в уравнении движения $\nabla \cdot (UU)$ - нелинеен.
- Можно использовать уравнение состояния для расчёта давления $(p = \rho RT)$ при постоянной плотности или температуре.

Алгоритм SIMPLE

ключевые особенности

- Определить одно уравнение для давления из уравнений движения и неразрывности.
- Определить коррекцию скорости так, чтобы выполнялось уравнение неразрывности.

- Получение уравнения для p: декомпозиция матрицы:

$$\nabla \cdot U = 0 \tag{3}$$

$$U \cdot \nabla U - \nabla \left(\nu \nabla U \right) = -\nabla \varrho \tag{4}$$

Алгоритм SIMPLE

- 1. Представим уравнение движения в общей матричной форме:

$$MU = -\nabla p \tag{5}$$

- M - матрица коэффициентов, рассчитываемая из дискретизации членов уравнений. Все они известны.

Пример

- Рассмотрим компоненту X:

$$\begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & \cdots & M_{1N} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & \cdots & M_{2N} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & \cdots & M_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{N1} & M_{N2} & M_{N3} & \cdots & M_{NN} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (\partial p/\partial x)_1 \\ (\partial p/\partial x)_2 \\ (\partial p/\partial x)_3 \\ \vdots \\ (\partial p/\partial x)_N \end{vmatrix}$$

- Имеется N уравнений, по одному на каждую ячейку.
- Коэффициенты M_{ij} - известны.

- Декомпозиция элементов матрицы - разделим матрицу на диагональные и недиагональные элементы:

$$MU = -\nabla p \tag{6}$$

$$AU - H = -\nabla p \tag{7}$$

$$A = \begin{vmatrix} A_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & AM_{NN} \end{vmatrix}; \; A^{-1} = \begin{vmatrix} 1/A_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/A_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1/A_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1/AM_{NN} \end{vmatrix}$$

- Матрица H вычисляется явно из недиагональных членов и скорости с предыдущей итерации. $\Rightarrow$ она известна:

$$H = AU - MU \tag{8}$$

- Имеется декомпозированная матрица

$$AU - H = -\nabla p \tag{9}$$

- и уравнение неразрывности: $\nabla \cdot U = 0$.
- $\Rightarrow$ можно определить уравнение для давления.

- Перезапишем уравнение движения:

$$U = A^{-1}H - A^{-1}\nabla\varrho \tag{10}$$

- Подставим в уравнение неразрывности:

$$\nabla\left(A^{-1}H - A^{-1}\nabla\varrho\right) = 0 \tag{11}$$

- $\Rightarrow$ Имеется уравнение Пуассона для давления:

$$\nabla\left(A^{-1}\nabla\varrho\right) = \nabla\left(A^{-1}H\right) = 0 \tag{12}$$

- Теперь имеется четыре уравнения и четыре неизвестных.

Процесс решения

- 1. Вычисляем поле скорости. Данное поле скорости не удовлетворяет уравнению неразрывности.

$$MU = -\nabla \varrho \tag{13}$$

- 2. Решаем уравнение Пуассона для давления:

$$\nabla \left(A^{-1} \nabla \varrho\right) = \nabla \left(A^{-1} H\right) = 0 \tag{14}$$

Процесс решения

- 3. Используем вычисленное значение давления для коррекции поля скорости так, чтобы удовлетворялось уравнение неразрывности:

$$U = A^{-1}H - A^{-1}\nabla\varrho \tag{15}$$

- 4. Теперь поле скорости не удовлетворяет уравнению движения.
- 5. Повторяем цикл.
- 6. Уравнения энергии, турбулентность, диффузия и др. - вычисляются вне данного цикла после коррекции.

Summary

- SIMPLE - это pressure-based алгоритм, поскольку решается уравнение Пуассона для давления.
- Для неизотермического случая плотность вычисляется из уравнения состояния.
- Density-based алгоритм так же доступен, но предпочтительно применяется в сжимаемых течениях. В этом алгоритме плотность вычисляется напрямую из уравнения неразрывности, а уравнение состояния используется для вычисления давления.

PISO

- В данном алгоритме в матрицу H подставляется уже скорректированная скорость U.

$$MU = -\nabla \varrho \tag{16}$$

- Затем проводятся ”внутренние циклы”пока не сойдётся уравнение давления:

$$H = AU - MU \tag{17}$$

$$\nabla \left(A^{-1} \nabla p\right) = \nabla \cdot \left(A^{-1} H\right) \tag{18}$$

$$U = A^{-1} H - A^{-1} \nabla p \tag{19}$$

- SIMPLE рекомендуется для стационарных течений, где нет изменения по времени:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_P^{i+1} - U_P^i}{\Delta t} \tag{20}$$

- При малых Δt производная по времени много больше других членов в уравнении $\nabla^2 U, \nabla \cdot (UU)$.
- Производная по времени всегда располагается на диагонали матрицы U_P.
- Малое Δt увеличивает диагональное преобладание.
- Для стационарных потоков, требуется подрелаксация, чтобы искусственно увеличить диагональное преобладание.

Подрелаксация

Уравнение движения $(0 < \alpha < 1)$

$$a_P U_P + \sum_N a_N U_N = R_P \tag{21}$$

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} a_P U_P + a_P U_P + \sum_N a_N U_N = R_P + \frac{1-\alpha}{\alpha} a_P U_P^{old} \tag{22}$$

- Когда решение сошлось $U_P^{old} = U_P$ и дополнительные члены сокращаются

$$\frac{1}{\alpha} a_P U_P + \sum_N a_N U_N = R_P + \frac{1-\alpha}{\alpha} a_P U_P^{old} \tag{23}$$

- Диагональные элементы становятся больше при $\alpha \to 0$.

Подрелаксация
Уравнение давления и другие переменные

- Подрелаксация давления:

$$\varrho = \alpha\varrho_{new} + (1-\alpha)\varrho_{old} \tag{24}$$

- Другие переменные аналогично:

$$k = \alpha k_{new} + (1-\alpha)k_{old} \tag{25}$$

$$T = \alpha T_{new} + (1-\alpha)T_{old} \tag{26}$$

$$\ldots \tag{27}$$

- PISO - для нестационарных несжимаемых потоков.
- Мы не можем делать ~ 5000 внешних коррекций (полная сходимость) на каждом шаге по времени!
- Если Δt достаточно мал $Co < 1$, тогда можно сделать одно вычисление уравнения движения и две внутренних коррекции и частично свести решение.
- Подрелаксация не является необходимой при $Co < 1$ и имеется сильное диагональное преобладание.

Non-orthogonal correctors

- Уравнение давления имеет форму Лапласиана.

$$\nabla \cdot \left(A^{-1} \nabla p\right) = \nabla \cdot \left(A^{-1} H\right) \tag{28}$$

$$\left(\nabla^2 p\right) = f \tag{29}$$

- $\Rightarrow$ Если сетка неортогональна, необходимо явно обновлять коррекцию неортогональности источниковых членов.
- Это требует дополнительных итераций для уравнения давления.

Non-orthogonal correctors

Пример

- Простой цикл SIMPLE с двумя коррекциями неортогональности:

$$MU = -\nabla \varrho \tag{30}$$

$$H = AU - MU \tag{31}$$

$$\nabla(A^{-1}\nabla p) = \nabla(A^{-1}H) \tag{32}$$

$$\nabla(A^{-1}\nabla p) = \nabla(A^{-1}H) \tag{33}$$

$$\nabla(A^{-1}\nabla p) = \nabla(A^{-1}H) \tag{34}$$

$$U = A^{-1}H - A^{-1}\nabla p \tag{35}$$

$$\text{Повторить с первого уравнения} \tag{36}$$

- Для PISO аналогично, но коррекция зацикливается до второго уравнения.