

Стоимость под риском (Value-at risk, VaR) – выраженный в денежных единицах резерв, который нужно создать для погашения убытков в течение определенного периода времени с известной вероятностью.

Плотность распределения случайной величины в соответствии с нормальным законом распределения имеет вид:

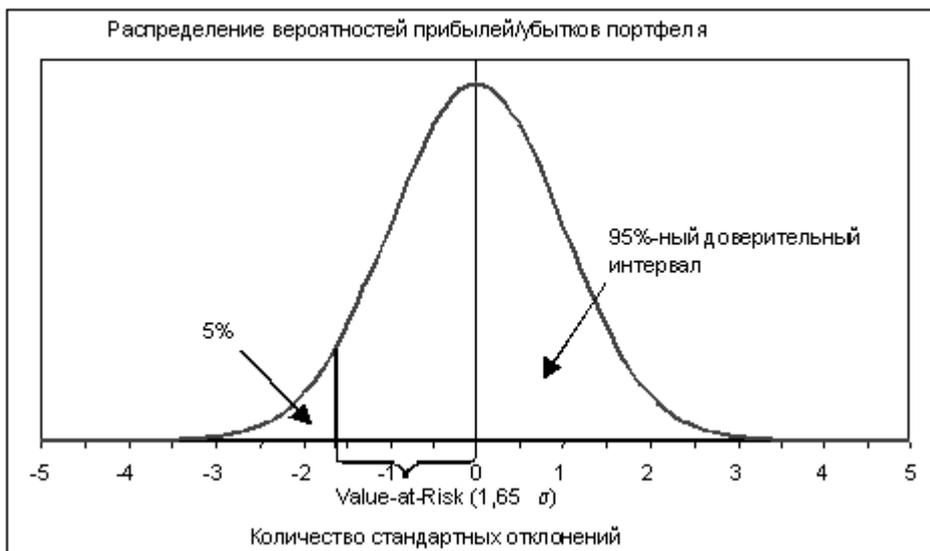


Рис. Определение величины VaR на графике распределения прибылей и убытков

Формула кривой (плотность распределения случайной величины) записывается аналитически так:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

где:

x – случайная величина, которая определена на всей числовой прямой;

π – число пи (3,142);

e – основание натурального логарифма (2,718);

m – математическое ожидание (в различных источниках могут использоваться другие обозначения, например, μ , M , или a);

σ^2 – дисперсия.

На рисунке изображена кривая плотности нормального распределения, когда математическое ожидание $m=0$, а стандартное отклонение $\sigma=1$. Такая кривая называется нормальное стандартное распределение.

В соответствии с параметрическим методом резерв VaR отыскивается по формуле:

$$\text{VaR}(\alpha) = V \cdot \sigma_{\Delta} \cdot z_{\alpha}$$

где:

α – требуемый уровень доверия (надежности);

z_{α} – квантиль нормального распределения для уровня доверия α ;

V – объем актива в денежной форме;

σ_{Δ} – волатильность отклонений.

В табличном процессоре Excel имеется встроенная функция, которая считает площадь в правой части кривой в зависимости от величины квантиля нормального распределения z_{α} :

$$=\text{НОРМСТРАСП}(\$A2+B\$1)$$

J19 : =НОРМСТРАСП(\$A19+J\$1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08
2	0	0,5	0,503989	0,507978	0,511966	0,515953	0,519939	0,523922	0,527903	0,531881
3	0,1	0,539828	0,543795	0,547758	0,551717	0,55567	0,559618	0,563559	0,567495	0,571424
4	0,2	0,57926	0,583166	0,587064	0,590954	0,594835	0,598706	0,602568	0,60642	0,610261
5	0,3	0,617911	0,62172	0,625516	0,6293	0,633072	0,636831	0,640576	0,644309	0,648027
6	0,4	0,655422	0,659097	0,662757	0,666402	0,670031	0,673645	0,677242	0,680822	0,684386
7	0,5	0,691462	0,694974	0,698468	0,701944	0,705401	0,70884	0,71226	0,715661	0,719043
8	0,6	0,725747	0,729069	0,732371	0,735653	0,738914	0,742154	0,745373	0,748571	0,751748
9	0,7	0,758036	0,761148	0,764238	0,767305	0,77035	0,773373	0,776373	0,77935	0,782305
10	0,8	0,788145	0,79103	0,793892	0,796731	0,799546	0,802337	0,805105	0,80785	0,81057
11	0,9	0,81594	0,818589	0,821214	0,823814	0,826391	0,828944	0,831472	0,833977	0,836457
12	1	0,841345	0,843752	0,846136	0,848495	0,85083	0,853141	0,855428	0,85769	0,859929
13	1,1	0,864334	0,8665	0,868643	0,870762	0,872857	0,874928	0,876976	0,879	0,881
14	1,2	0,88493	0,886861	0,888768	0,890651	0,892512	0,89435	0,896165	0,897958	0,899727
15	1,3	0,9032	0,904902	0,906582	0,908241	0,909877	0,911492	0,913085	0,914657	0,916207
16	1,4	0,919243	0,92073	0,922196	0,923641	0,925066	0,926471	0,927855	0,929219	0,930563
17	1,5	0,933193	0,934478	0,935745	0,936992	0,93822	0,939429	0,94062	0,941792	0,942947
18	1,6	0,945201	0,946301	0,947384	0,948449	0,949497	0,950529	0,951543	0,95254	0,953521
19	1,7	0,955435	0,956367	0,957284	0,958185	0,95907	0,959941	0,960796	0,961636	0,962462

Табличные значения функции нормального распределения

Уровень доверия (надежности) α	Квантиль k_{α}
0,84	1,000
0,90	1,282
0,95	1,645
0,955	2,000
0,99	2,326
0,999	3,090
0,9999	3,719

Задача

Найдите денежный резерв на закупку лука для ресторана, который обеспечивает надежность снабжения с вероятностью 99,0%, 99,9%, 99,99%, если объем ежедневной закупки лука составляет 30 кг. Цены на лук распределены нормально.

Цена x (по ежедневным наблюдениям в предшествующие дни) составляла:

Цена, руб.	Ежедневные наблюдения:			
	t=1	t=2	t=3	t=4
x_i	40	45	44	43

Используйте для поиска решения параметрический метод расчета резерва.

Решение.

Предположим, что все наблюдения равновероятны. Тогда вероятность каждого наблюдения составляет 0,25.

В этом случае математическое ожидание цены на лук:

$$M(x) = 0,25 \cdot 40 + 0,25 \cdot 45 + 0,25 \cdot 44 + 0,25 \cdot 43 = 43 \text{ руб.}$$

Средняя стоимость закупаемой партии лука:

$$V = 30 \cdot 43 = 1290 \text{ руб.}$$

Рассчитаем волатильность отклонений цены на лук:

Отклонения цены	Ежедневные наблюдения:				Матожидание отклонения	Волатильность отклонений σ_{Δ}
	t=1	t=2	t=3	t=4		
$\Delta_t = (x_t - x_{t-1}) / x_{t-1}$		0,1250	-0,022	-0,023	0,026684	0,069520568

Подставив соответствующие значения в формулу, найдем резерв для разных уровней доверия:

$$\text{VaR}(99,0\%) = 208,63 \text{ руб.}$$

$$\text{VaR}(99,9\%) = 277,13 \text{ руб.}$$

$$\text{VaR}(99,99\%) = 333,53 \text{ руб.}$$