

УРАВНЕНИЯ ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

ВИДЫ УРАВНЕНИЯ ПЛОСКОСТИ

- Общее: $ax + by + cz + d = 0$.
- В отрезках и нормальное — очевидные обобщения соответствующих уравнений прямой.
- Обобщения канонического
 - по точке (x_0, y_0, z_0) и двум векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, компланарным плоскости:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = 0; \quad (1)$$

- по двум точкам и вектору, компланарному плоскости: сводится к (1), второй вектор соединяет эти точки;
- по трем точкам: тоже сводится к (1), два вектора соединяют точку с двумя другими.

РАССТОЯНИЯ И УГЛЫ

- Плоскости совпадают, если их общие уравнения пропорциональные.
- Плоскости параллельные, если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \neq \frac{d_1}{d_2}$.
- Расстояние от точки (x_0, y_0, z_0) до плоскости $ax + by + cz + d = 0$ равно

$$\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

- Расстояние между параллельными плоскостями равно расстоянию от произвольно выбранной точки одной плоскости до другой плоскости.
- Угол между пересекающимися плоскостями — это угол между их нормальными векторами.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ СЕМИНАРА

- 1 Составьте уравнение плоскости, проходящей
 - через точку $(2, -3, 1)$ параллельно плоскости $5x - 3y - 4z + 3 = 0$,
 - через точки $(-3, 0, 7)$ и $(1, -2, 5)$ перпендикулярно плоскости $x - 8y - 3z - 9 = 0$,
 - через точки $(-5, 2, 0)$, $(1, -2, 6)$ и $(2, -3, 1)$,
 - через точку $(2, -1, 3)$ и отсекающей от осей равные отрезки,
 - параллельно плоскости $6x - 2y - 3z - 4 = 0$ на расстоянии 5 от начала координат,
 - через точку $(2, -3, 1)$ перпендикулярно плоскостям $6x - 2y - 3z - 4 = 0$ и $6x - 3y - 6z - 1 = 0$,
 - через ось Oy и равноудаленной от точек $(2, 7, 3)$ и $(-4, -1, -1)$.
- 2 Найдите угол между плоскостями $2x - 6y - 3z - 4 = 0$ и $-6x + 2y + 4z - 7 = 0$.
- 3 Найдите расстояние между плоскостями $3x - y - 2z - 4 = 0$ и $-6x + 2y + 4z - 7 = 0$.
- 4 Найдите объем пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $4x - 3y + z - 24 = 0$.