

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

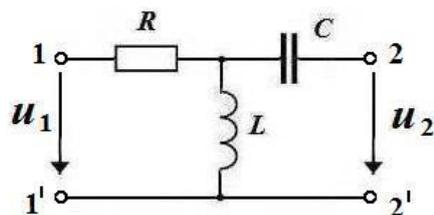
Контрольные вопросы

1. Дать определение четырехполюсника.
2. Классификация четырехполюсников.
3. Основные уравнения пассивных четырехполюсников. Какие формы записи уравнений линейного пассивного четырехполюсника вы знаете? Запишите их.
4. Матричная форма уравнений четырехполюсника.
5. Дайте определение первичных параметров. Расскажите о способах определения первичных параметров линейного пассивного четырехполюсника.
6. Чем определяются значения первичных параметров четырехполюсника?
7. Уравнения связи первичных параметров четырехполюсника. Запишите уравнения для каждой из шести групп параметров.
8. Какие существуют типовые схемы замещения линейных пассивных четырехполюсников?
9. Как параметры типовых схем замещения связаны с параметрами четырехполюсника?
10. Как определяются входные сопротивления четырехполюсников?
11. Какие типы соединения четырехполюсников вы знаете? Изобразите их.
12. Запишите выражения характеристических параметров четырехполюсников (характеристические сопротивления и мера передачи).
13. Почему характеристические параметры четырехполюсников называют вторичными?
14. Особенности определения первичных параметров неавтономных активных четырехполюсников?
15. Запишите уравнения автономных активных четырехполюсников.

Типовые задачи

Задача 1.

Определить А- и характеристические параметры Т-образного четырехполюсника, если:
 $r = 100 \text{ Ом}$; $x_C = 100 \text{ Ом}$; $x_L = 200 \text{ Ом}$.

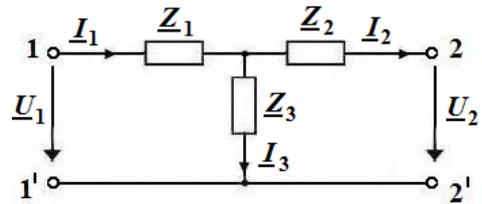


Решение.

Расчетная схема.

$$\underline{Z}_1 = r = 100; \quad \underline{Z}_2 = -j x_C = -j 100;$$

$$\underline{Z}_3 = j x_L = j 200.$$



1. Метод сравнения коэффициентов.

Уравнения четырехполюсника в А-параметрах:

$$\underline{U}_1 = \underline{A} \underline{U}_2 + \underline{B} \underline{I}_2;$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C} \underline{U}_2 + \underline{D} \underline{I}_2.$$

По первому закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_2 + (\underline{U}_2 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2) / \underline{Z}_3 = \underline{I}_2 + \underline{U}_2 / \underline{Z}_3 + \underline{I}_2 \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3 = \underline{U}_2 / \underline{Z}_3 + (1 + \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3) \underline{I}_2;$$

По второму закону Кирхгофа, для внешнего контура:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{Z}_1 \underline{I}_1 = \underline{U}_2 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{Z}_1 [\underline{U}_2 / \underline{Z}_3 + (1 + \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3) \underline{I}_2] = \\ &= (1 + \underline{Z}_1 / \underline{Z}_3) \underline{U}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3) \underline{I}_2. \end{aligned}$$

Сопоставив, полученные уравнения с уравнениями четырехполюсника получим:

$$\underline{A} = 1 + \underline{Z}_1 / \underline{Z}_3 = 1 + 100 / j 200 = 1 - j 0,5;$$

$$\underline{B} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3 = 100 - j 100 + 100 (-j 100) / j 200 = 100 - j 100 - 50 = 50 - j 100 \text{ Ом};$$

$$\underline{C} = 1 / \underline{Z}_3 = 1 / j 200 = -j 0,005 \text{ См}; \quad \underline{D} = 1 + \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3 = 1 + (-j 100) / j 200 = 0,5.$$

Проверка:

$$\underline{A} \underline{D} - \underline{B} \underline{C} = (1 - j 0,5) 0,5 - (50 - j 100) (-j 0,005) = 1,$$

уравнение связи А-параметров выполняется.

2. Метод расчета режимов холостого хода и короткого замыкания.

Холостой ход, $\underline{I}_2 = 0$.

$$\underline{A} = \underline{U}_{10} / \underline{U}_{20} = \underline{U}_{10} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) / \underline{U}_{10} \underline{Z}_3 = 1 + \underline{Z}_1 / \underline{Z}_3; \quad \underline{C} = \underline{I}_{10} / \underline{U}_{20} = \underline{I}_{10} / \underline{Z}_3 \underline{I}_{10} = 1 / \underline{Z}_3.$$

Короткое замыкание, $\underline{U}_2 = 0$.

$$\underline{B} = \underline{U}_{1K} / \underline{I}_{1K} = \frac{\underline{I}_{1K} (\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3})}{\underline{I}_{1K} \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3};$$

$$\underline{D} = \underline{I}_{1K} / \underline{I}_{2K} = \underline{I}_{1K} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) / \underline{I}_{1K} \underline{Z}_3 = 1 + \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3.$$

3. Из системы уравнений для режимов холостого хода и короткого замыкания при прямом и обратном прохождении сигнала.

Уравнения четырехполюсника при прямом питании:

$$\underline{U}_1 = \underline{A} \underline{U}_2 + \underline{B} \underline{I}_2;$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C} \underline{U}_2 + \underline{D} \underline{I}_2.$$

Уравнения четырехполюсника при обратном питании:

$$\underline{U}_2 = \underline{D} \underline{U}_1 + \underline{B} \underline{I}_1;$$

$$\underline{I}_2 = \underline{C} \underline{U}_1 + \underline{A} \underline{I}_1.$$

Холостой ход:

$$\text{при прямом питании, } I_2 = 0 \rightarrow \underline{U}_{10} / \underline{I}_{10} = \underline{Z}_{10} = \underline{A} / \underline{C};$$

$$\text{при обратном питании, } I_1 = 0 \rightarrow \underline{U}_{20} / \underline{I}_{20} = \underline{Z}_{20} = \underline{D} / \underline{C}.$$

Короткое замыкание:

$$\text{при прямом питании, } U_2 = 0 \rightarrow \underline{U}_{1K} / \underline{I}_{1K} = \underline{Z}_{1K} = \underline{B} / \underline{D};$$

$$\text{при обратном питании, } U_1 = 0 \rightarrow \underline{U}_{2K} / \underline{I}_{2K} = \underline{Z}_{2K} = \underline{B} / \underline{A}.$$

Достаточно взять три любых уравнения и уравнение связи А-параметров - $\underline{A} \underline{D} - \underline{B} \underline{C} = 1$, чтобы определить все параметры:

$$\underline{A} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_{20} - \underline{Z}_{2K}}}, \quad \underline{C} = \underline{A} / \underline{Z}_{10}; \quad \underline{D} = \underline{C} \cdot \underline{Z}_{20}; \quad \underline{B} = \underline{A} \cdot \underline{Z}_{2K}.$$

Значения входных сопротивлений при холостом ходе и коротком замыкании определяются расчетным путем или экспериментально.

В нашем примере:

$$\underline{Z}_{10} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 = 100 + j200; \quad \underline{Z}_{20} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = j100;$$

$$\underline{Z}_{2K} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) = 80 - j60; \quad \underline{Z}_{1K} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 / (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) = 100 - j200.$$

4. Характеристические (вторичные) параметры.

По известным первичным параметрам ($\underline{A} = 1 - j 0,5$; $\underline{B} = 50 - j 100$; $\underline{C} = -j 0,005$; $\underline{D} = 0,5$) определяем вторичные.

Характеристические сопротивления:

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\frac{\underline{A} \underline{B}}{\underline{C} \underline{D}}} = 223,6 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{D} \underline{B}}{\underline{C} \underline{A}}} = 89,443 + j44,721 = 100 e^{j26,6^\circ} \text{ Ом}.$$

Характеристическая постоянная передачи (мера передачи) - $\underline{\Gamma} = a + jb$:

$$e^{\underline{\Gamma}} = e^a \cdot e^{jb} = \sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}} = 0,899 - j0,899 = 1,271 e^{-j0,785}.$$

Собственное затухание: $a = \ln(1,271) = 0,24 \text{ Неп}$ ($0,24 \cdot 8,7 = 2,1 \text{ дБ}$).

Коэффициент фазы (фазовая постоянная): $b = -0,785 \text{ рад}$.

Мера передачи: $\underline{\Gamma} = 0,24 - j 0,785$.

По известным входным сопротивлениям холостого хода и короткого замыкания при прямом и обратном питании.

Характеристические сопротивления:

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\underline{Z}_{1K} \cdot \underline{Z}_{10}}; \quad \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\underline{Z}_{2K} \cdot \underline{Z}_{20}}.$$

Характеристическая постоянная передачи:

$$e^{2\Gamma} = \frac{1+th\Gamma}{1-th\Gamma}, \text{ где } th\Gamma = \sqrt{\frac{Z_{2K}}{Z_{20}}} = \sqrt{\frac{80-j60}{j100}} = 0,447 - j0,894;$$

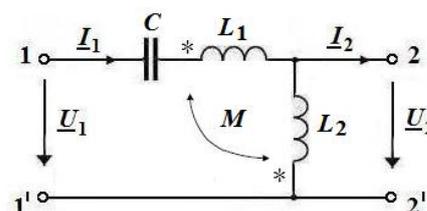
$$\Gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{1+th\Gamma}{1-th\Gamma} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\sqrt{Z_{2K}/Z_{20}}}{1-\sqrt{Z_{2K}/Z_{20}}} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+0,447-j0,894}{1-0,447+j0,894} = \frac{1}{2} \ln(0,0008642 - j1,618) = \frac{1}{2} \ln 1,618 e^{-j1,57}.$$

Собственное затухание: $a = 0,5 \ln(1,618) = 0,24$ Неп.

Коэффициент фазы (фазовая постоянная): $b = 0,5(-1,57) = -0,785$ рад.

Задача 2.

Найти, методом сравнения уравнений, А-параметры четырехполюсника, если: $X_C = 35$ Ом; $X_{L1} = 20$ Ом; $X_{L2} = 60$ Ом; $X_M = 10$ Ом.



Решение.

Для схемы четырехполюсника запишем уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} (-jX_C + jX_{L1}) I_1 - jX_M(I_1 - I_2) + U_2 &= U_1; \\ -jX_{L2}(I_1 - I_2) + jX_M I_1 + U_2 &= 0. \end{aligned}$$

Приведем полученные уравнения к виду уравнений четырехполюсника в А-параметрах:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_2 [1 + (X_{L1} - X_C - X_M)/(X_{L2} - X_M)] + I_2 j \{ [X_{L2}(X_{L1} - X_C - X_M)/(X_{L2} - X_M)] + X_M \}; \\ I_1 &= U_2 / j(X_{L2} - X_M) + I_2 X_{L2}/(X_{L2} - X_M). \end{aligned}$$

Сравнив уравнения, получаем:

$$\underline{A} = 1 + (X_{L1} - X_C - X_M)/(X_{L2} - X_M) = 0,5;$$

$$\underline{B} = j [X_{L2}(X_{L1} - X_C - X_M)/(X_{L2} - X_M)] + jX_M = -j20 \text{ Ом};$$

$$\underline{C} = -j/(X_{L2} - X_M) = -j0,02 \text{ Сим}; \quad \underline{D} = X_{L2}/(X_{L2} - X_M) = 1,2 \text{ См}.$$

Задача 3.

Симметричный четырехполюсник работает в режиме холостого хода.

1. Определить А-параметры, если известны векторная диаграмма и показания приборов:

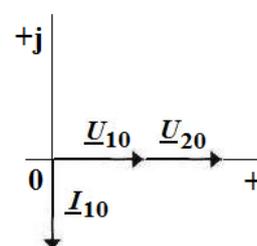
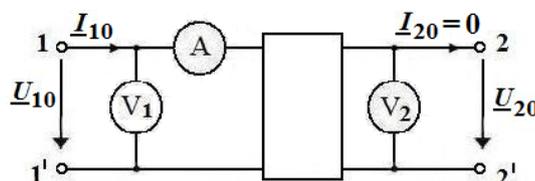
$$U_{V1} = 100 \text{ В}; \quad U_{V2} = 200 \text{ В}; \quad I_A = 2,5 \text{ А}.$$

Решение.

При холостом ходе: $U_{10} = \underline{A} U_{20}$; $I_{01} = \underline{C} U_{20}$.

$$\underline{A} = U_{10} / U_{20} = 100/200 = 0,5;$$

$$\underline{C} = I_{01} / U_{20} = -j2,5/200 = -j0,0125 \text{ См}; \quad \underline{D} = \underline{A} = 0,5.$$



Из уравнения связи А- параметров, $\underline{AD} - \underline{BC} = 1$, следует:

$$\underline{B} = (\underline{AD} - 1) / \underline{C} = 0,5 \cdot 0,5 / -j 0,0125 = -j 60 \text{ Ом.}$$

2. Найти параметры схемы замещения этого четырехполюсника.

Выбираем схему замещения четырехполюсника – Т-образную.

Из задачи 1:

$$\underline{C} = 1 / \underline{Z}_3 \rightarrow \underline{Z}_3 = 1 / \underline{C} = 1 / -j 0,0125 = j80;$$

$$\underline{D} = 1 + \underline{Z}_2 / \underline{Z}_3 \rightarrow \underline{Z}_2 = (\underline{D} - 1) / \underline{C} = (0,5 - 1) / -j 0,0125 = -j 40;$$

$$\underline{A} = 1 + \underline{Z}_1 / \underline{Z}_3 \rightarrow \underline{Z}_1 = (\underline{A} - 1) / \underline{C} = (0,5 - 1) / -j 0,0125 = -j 40.$$

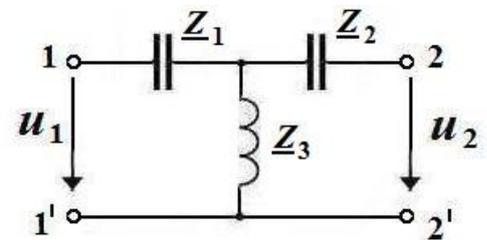
Эквивалентная схема замещения имеет вид.

3. Найти характеристическое сопротивление и меру передачи.

Характеристическое сопротивление, так как

четырёхполюсник симметричный:

$$\underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{AB}}{\underline{CD}}} = 69,282 \text{ Ом.}$$



Проверка: $\underline{Z}_{BX} = \underline{Z}_1 + \frac{(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_C) \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_C + \underline{Z}_3} = 69,282 \text{ Ом.}$

Мера передачи:

$$a = \ln \left(\left| \sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}} \right| \right) = 0,$$

схема без потерь

(резистивные элементы отсутствуют);

$$b = \arg \left(\sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}} \right) = 1,047 \text{ рад.}$$

Задача 4.

У симметричного четырехполюсника известны А-параметры: $\underline{A} = 0,8$; $\underline{B} = j 1,8 \text{ Ом.}$

Определить сопротивления Т-образной схемы замещения и характеристическое сопротивление. Построить топографическую диаграмму напряжений при согласованной нагрузке, при $\underline{I}_2 = I_2 = 1 \text{ А.}$

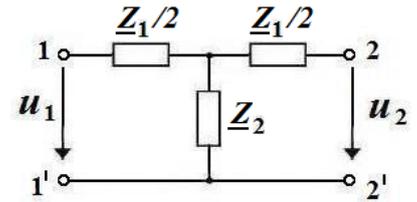
Решение.

Для симметричного четырехполюсника $\underline{A} = \underline{D} = 0,8$. Параметр \underline{C} определяем из уравнения связи А-параметров: $\underline{A}^2 - \underline{B} \underline{C} = 1$: $\underline{C} = (\underline{A}^2 - 1) / \underline{B} = j 0,2 \text{ См.}$

Сопротивления Т-образной схемы замещения.

A-параметры для симметричного типового Т-образного четырехполюсника, из справочника:

$$\underline{A} = \underline{D} = 1 + \underline{Z}_1 / 2\underline{Z}_2; \quad \underline{B} = \underline{Z}_1 (1 + \underline{Z}_1 / 4\underline{Z}_2); \quad \underline{C} = 1 / \underline{Z}_2.$$



Сопротивления схемы замещения:

$$\underline{Z}_2 = 1 / \underline{C} = -j 5 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_1 / 2 = (\underline{A} - 1) / \underline{C} = j 1 \text{ Ом}.$$

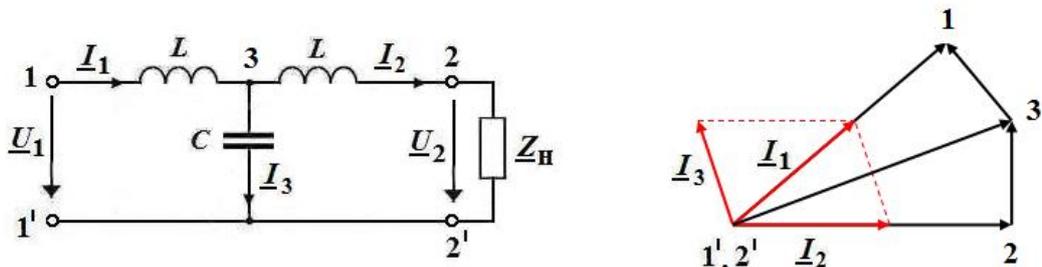
Характеристическое сопротивление симметричного четырехполюсника:

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\underline{B} / \underline{C}} = 3 \text{ Ом}.$$

Характеристическая постоянная передачи $\underline{\Gamma} = a + jb$, для симметричного четырехполюсника: $\text{ch}(a + jb) = \underline{A} = 0,8$ или $\text{ch}(a + jb) = \text{ch} a \cdot \cos b + j \text{sh} a \cdot \sin b = 0,8$.

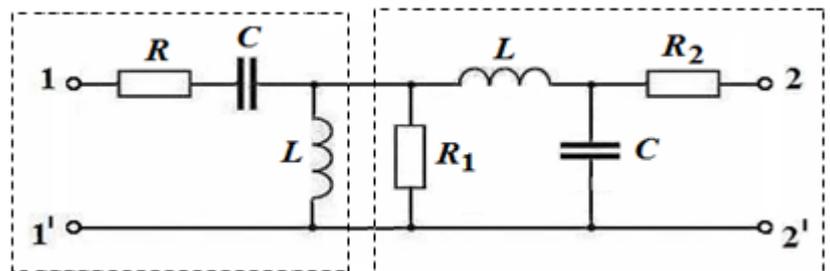
Если $\sin b = 0$, $\cos b = \pm 1$, и $|\text{ch} a| < 1$, чего не может быть. Следовательно, $\text{sh} a = 0$ и $a = 0$, т.е. $U_1 = U_2$ и $I_1 = I_2 = 1 \text{ А}$.

Полученная схема и топографическая диаграмма:



Задача 5.

Определить характеристические параметры четырехполюсника, если:



$$R = R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}, \quad X_C = 10 \text{ Ом}, \quad X_L = 20 \text{ Ом}.$$

Решение:

Характеристические параметры четырехполюсника определяем через A-параметры.

Представим исходный четырехполюсник в виде каскадного соединения двух четырехполюсников, и определим их параметры.

$$\underline{Z}_{2K} = R_2 + \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L - jX_C} = 10 + \frac{j20(-j10)}{j20 - j10} = 10 - j20 = 22,36e^{-j63,4^\circ} \text{ Ом.}$$

По известным сопротивлениям холостого хода и короткого замыкания определяем А-параметры четырехполюсника.

$$\underline{A}_2 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1X}}{\underline{Z}_{2X} - \underline{Z}_{2K}}} = \sqrt{\frac{7,07e^{j45^\circ}}{(15 - j15) - (10 - j20)}} = 1, \quad \underline{B}_2 = \underline{Z}_{2K} \cdot \underline{A}_2 = 22,36e^{-j63,4^\circ},$$

$$\underline{C}_2 = \underline{A}_2 / \underline{Z}_{1X} = 1 / 7,07e^{j45^\circ} = 0,141e^{-j45^\circ}, \quad \underline{D}_2 = \underline{Z}_{2X} \cdot \underline{C}_2 = \underline{A}_2 \underline{Z}_{2X} / \underline{Z}_{1X} = 1 \cdot (15 - j15) / (5 + j5) = -j3.$$

Проверка:

$$\underline{A}_2 \cdot \underline{D}_2 - \underline{B}_2 \cdot \underline{C}_2 = 1 \cdot (-j3) - 22,36e^{-j63,4^\circ} \cdot 0,141e^{-j45^\circ} = -j3 - (10 - j20) \cdot (0,1 - j0,1) = 1.$$

3. Определим А-параметры исходного четырехполюсника. При каскадном соединении:

$$[A] = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A}_2 & \underline{B}_2 \\ \underline{C}_2 & \underline{D}_2 \end{bmatrix}.$$

Выполнив перемножение матриц, получаем:

$$\underline{A} = \underline{A}_1 \cdot \underline{A}_2 + \underline{B}_1 \cdot \underline{C}_2 = 0,5\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \cdot 1 + 10\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \cdot 0,1\sqrt{2}e^{-j45^\circ} = 0,5 - j0,5 - j2 = 0,5 - j2,5 = 2,55e^{-j78,7^\circ};$$

$$\underline{B} = \underline{A}_1 \cdot \underline{B}_2 + \underline{B}_1 \cdot \underline{D}_2 = 0,5\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \cdot 22,36e^{-j63,4^\circ} + 10\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \cdot 3e^{-j90^\circ} = 15,81e^{-j108,4^\circ} + 30\sqrt{2}e^{-j135^\circ} = -5 - j15 - 30 - j30 = -35 - j45 = 57e^{-j127,9^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{C} = \underline{C}_1 \cdot \underline{A}_2 + \underline{D}_1 \cdot \underline{C}_2 = 0,05e^{-j90^\circ} \cdot 1 + 1 \cdot 0,1\sqrt{2}e^{-j45^\circ} = -j0,05 + 0,1 - j0,1 = 0,1 - j0,15 = 0,18e^{-j56,3^\circ} \text{ См};$$

$$\underline{D} = \underline{C}_1 \cdot \underline{B}_2 + \underline{D}_1 \cdot \underline{D}_2 = -j0,05 \cdot 22,36e^{-j63,4^\circ} + 1 \cdot 3e^{-j90^\circ} = -j0,05 \cdot (10 - j20) - j3 = -1 - j3,5 = 3,64e^{-j106^\circ}.$$

Проверка:

$$\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = (0,5 - j2,5) \cdot (-1 - j3,5) - (-35 - j45) \cdot (0,1 - j0,15) = 1.$$

Характеристические сопротивления четырехполюсника:

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\frac{\underline{A} \cdot \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{D}}} = \sqrt{\frac{2,55e^{-j78,7^\circ} \cdot 57e^{-j127,9^\circ}}{0,18e^{-j56,3^\circ} \cdot 25,08e^{-j66,5^\circ}}} = \sqrt{32e^{-j83,8^\circ}} = 5,66e^{-j41,9^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{D} \cdot \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{A}}} = \sqrt{\frac{25,08e^{-j66,5^\circ} \cdot 57e^{-j127,9^\circ}}{0,18e^{-j56,3^\circ} \cdot 2,55e^{-j78,7^\circ}}} = \sqrt{3114,5e^{-j59,4^\circ}} = 55,8e^{-j29,7^\circ} \text{ Ом}.$$

Мера передачи:

$$\underline{\Gamma} = a + jb = \ln(\sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}}) = \ln(\sqrt{2,55e^{-j78,7^\circ} \cdot 25,08e^{-j66,5^\circ}} + \sqrt{57e^{-j127,9^\circ} \cdot 0,18e^{-j56,3^\circ}}) = \ln(\sqrt{64e^{-j125,2^\circ}} + \sqrt{10,26e^{-j184,2^\circ}}) = \ln(8e^{-j62,6^\circ} + 3,2e^{-j92,1^\circ}) = \ln 5,28e^{-j47,6^\circ}.$$

Постоянная ослабления четырехполюсника:

$$a = \ln \left(\left| \sqrt{A \cdot D} + \sqrt{B \cdot C} \right| \right) = \ln 5,28 = 196,3 \text{ Нн.}$$

Постоянная фазы: $b = \arg(\sqrt{A \cdot D} + \sqrt{B \cdot C}) = 0,83 \text{ рад.}$

Задача 6.

Несимметричный четырехполюсник с параметрами:

$$\underline{Z}_{1C} = 10 - j 6; \quad \underline{Z}_{2C} = 6 + j 8; \quad \underline{g} = 0,8 + j \pi/4, \text{ согласован на выходе } (\underline{Z}_H = \underline{Z}_{2C}),$$

ток $I_2 = 1,2 \text{ А.}$

Определить: напряжение \underline{U}_1 .

Решение.

$$\underline{U}_1 = m (\underline{U}_2 \operatorname{ch} \underline{\Gamma} + \underline{Z}_{2C} I_2 \operatorname{sh} \underline{\Gamma}), \quad \text{где} \quad m = \sqrt{\underline{Z}_{C1} / \underline{Z}_{C2}} = 0,81 - j 0,68.$$

Принимаем $\underline{I}_2 = I_2 = 1,2 \text{ А}$, тогда: $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 I_2 = (6 + j 8) \cdot 1,2 = 7,2 + j 9,6 = 12 e^{j 53,13^\circ}$.

$$\underline{U}_1 = (0,81 - j 0,68) 12 e^{j 53,13^\circ} [\operatorname{ch}(0,8 + j \pi/4) + \operatorname{sh}(0,8 + j \pi/4)];$$

$$\operatorname{sh}(0,8 + j \pi/4) = \operatorname{sh} 0,8 \cos \pi/4 + j \operatorname{ch} 0,8 \sin \pi/4 = (0,888106 + j 1,337435) 0,707;$$

$$\operatorname{ch}(0,8 + j \pi/4) = \operatorname{ch} 0,8 \cos \pi/4 + j \operatorname{sh} 0,8 \sin \pi/4 = (1,337435 + j 0,888106) 0,707;$$

$$[\operatorname{ch}(0,8 + j \pi/4) + \operatorname{sh}(0,8 + j \pi/4)] = 0,707[(0,888106 + j 1,337435) + (1,337435 + j 0,888106)] = 2,225541 e^{j 45^\circ}.$$

$$\underline{U}_1 = 1,0576 e^{-j 40^\circ} \cdot 12 e^{j 53,13^\circ} \cdot 2,225541 e^{j 45^\circ} = 28,217 e^{j 58,13^\circ} = 28,217 e^{j 1,017} \text{ (В).}$$

Ответ: $\underline{U}_1 = 28,217 e^{j 58,13^\circ} \text{ В.}$

Задача 7.

Цепная схема (каскадное соединение звеньев) состоит из трех одинаковых симметричных четырехполюсников (аттенюаторов), известны А-параметры аттенюатора:

$$\underline{A} = 3; \quad \underline{C} = 0,2 \text{ См.}$$

1. Определить характеристическое сопротивление $\underline{Z}_Ц$ и собственное затухание цепной схемы.

2. При напряжении питания $U_1 = 120 \text{ В}$ определить ток в сопротивлении согласованной нагрузки.

Решение.

1. Характеристическое сопротивление цепной схемы состоящей из одинаковых симметричных звеньев, равно характеристическому сопротивлению одного звена:

$$\underline{Z}_Ц = \underline{Z}_C = \sqrt{\underline{B} / \underline{C}}.$$

Параметр \underline{B} симметричного звена определяем из уравнения связи А-параметров:

$$\underline{B} = (\underline{A}^2 - 1) / \underline{C} = 40 \text{ Ом, тогда } \underline{Z}_Ц = 14,1 \text{ Ом.}$$

Собственное затухание звена. Для симметричного четырехполюсника:

$$\Gamma = \ln(|\underline{A} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}}|) = \ln(3 + \sqrt{40 \cdot 0,2}) = \ln 5,828 = a = 1,76 \text{ Нп.}$$

Собственное затухание цепной схемы равно сумме собственных затуханий звеньев:

$$a_{\text{ц}} = 3a = 5,28 \text{ Нп.}$$

2. Напряжение на сопротивлении согласованной нагрузки: $U_2 = U_1 e^{-3a} = 0,61 \text{ В.}$

Ток нагрузки: $I_2 = U_2 / Z_{\text{ц}} = 43,2 \text{ мА.}$

Дополнительные задачи.

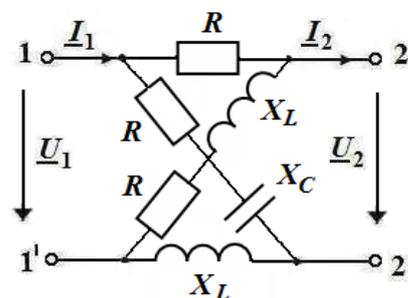
Задача 1.

Определить A -коэффициенты мостовой схемы четырехполюсника, представленного на рисунке, если:

$$R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом.}$$

Ответы:

$$\underline{A} = 0,6 + j0,8, \underline{B} = j20 \text{ Ом}, \underline{C} = 0,1 + j0,1 \text{ См}, \underline{D} = 1 + j2.$$



Задача 2.

По результатам измерений напряжения, тока и мощности со стороны входных зажимов четырехполюсника в режиме холостого хода:

$$U_{1X} = 158,1 \text{ В}, I_{1X} = 10 \text{ А}, P_{1X} = 500 \text{ Вт,}$$

$$\text{и в режиме короткого замыкания: } U_{1K} = 126,5 \text{ В}, I_{1K} = 10 \text{ А}, P_{1K} = 400 \text{ Вт,}$$

а также со стороны выходных зажимов четырехполюсника в режиме холостого хода: $U_{2X} = 158,1 \text{ В}, I_{2X} = 10 \text{ А}, P_{2X} = 1500 \text{ Вт.}$

Определить: A -параметры четырехполюсника, если характер цепи во всех режимах индуктивный.

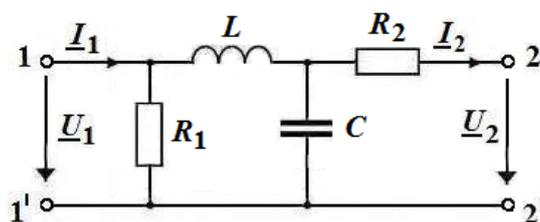
Ответ:

$$\underline{A} = 2,24 e^{j26,6^\circ}, \underline{B} = 28,34 e^{j45^\circ} \text{ Ом}, \underline{C} = 0,142 e^{-j45^\circ} \text{ См}, \underline{D} = 2,24 e^{-j26,6^\circ}.$$

Задача 3.

Параметры элементов схемы замещения четырехполюсника, представленного на рисунке:

$$R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}, X_C = 10 \text{ Ом}, X_L = 20 \text{ Ом.}$$



Используя взаимосвязь между входными сопротивлениями четырехполюсника в режимах холостого хода и короткого замыкания, при прямом и обратном питании, определить характеристические параметры четырехполюсника.

Ответ: $\underline{Z}_{1C} = 7,26 e^{j 35,78^\circ} \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{2C} = 21,78 e^{-j 54,22^\circ} \text{ Ом}$, $\underline{\Gamma} = a + jb = 1,25 + j2,276$.