

Метода эквивалентного активного двухполюсника (эквивалентного генератора)

Цели:

1. Изучить алгоритмы анализа цепей постоянного тока методом эквивалентного активного двухполюсника. Оценить возможности его применения.

2. Получить навыки:

- использования метода контурных токов для расчета одного из токов многоконтурных цепей;
- использования формулы межузлового напряжения при расчете цепей постоянного тока.

Задача 1.

Определить ток I_1 методом эквивалентного активного двухполюсника, если $J = 2 \text{ A}$;

$E = 6 \text{ В}$; $R_1 = R_2 = R_5 = 2 \text{ Ом}$; $R_2 = 2,4 \text{ Ом}$; $R_3 = 1 \text{ Ом}$; $R_4 = 3 \text{ Ом}$.

Решение:

$$I_1 = U_{xx} / (R_{вх} + R_1),$$

где U_{xx} - напряжение холостого хода, $R_{вх}$ - входное сопротивление, относительно разомкнутых зажимов.

Напряжение холостого хода, определяется из схемы а).

На основании II закона Кирхгофа:

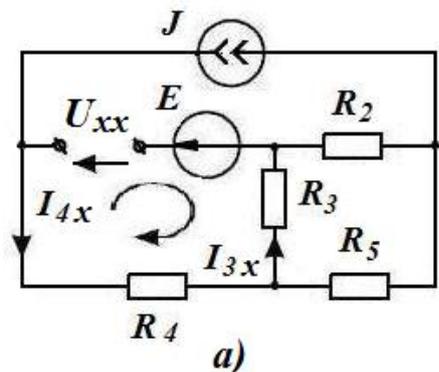
$$U_{xx} - R_3 I_{3x} - R_4 I_{4x} = -E;$$

$$U_{xx} = R_3 I_{3x} + R_4 I_{4x} - E.$$

По правилу делителя токов:

$$I_{4x} = J = 2 \text{ A}; \quad I_{3x} = I_{4x} \cdot R_5 / (R_5 + R_2 + R_3).$$

$$U_{xx} = 1 \cdot 0,8 + 3 \cdot 2 - 6 = 0,8 \text{ В}.$$



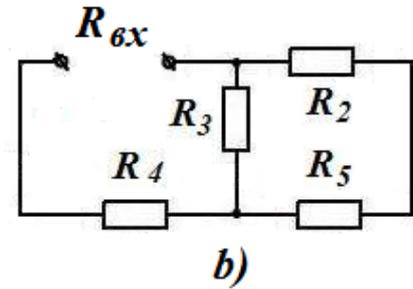
Входное сопротивление, определяется из

схемы b):

$$R_{\text{вх}} = R_4 + R_3 (R_2 + R_5) / (R_3 + R_2 + R_5) =$$

$$= 3 + 1 (2 + 2) / (1 + 2 + 2) = 3,8 \text{ Ом.}$$

$$I_1 = 0,8 / (2 + 3,8) = 0,138 \text{ А.}$$

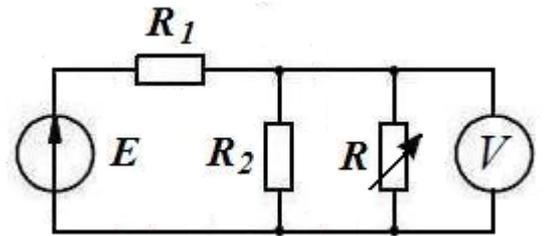


Задача 2.

При изменении сопротивления резистора

R от ∞ до 10 Ом напряжение, измеряемое
вольтметром, изменяется от 100 до 80 В.

Найти ток в этом резисторе при $R = 7,5$ Ом.



Решение:

На основании метода эквивалентного активного двухполюсника

$$I = U_{\text{хх}} / (R_{\text{вх}} + R),$$

где R – сопротивление переменного резистора, $U_{\text{хх}} = 100$ В.

При $R = 10$ Ом $I = 80 / 10 = 100 / (R_{\text{вх}} + 10)$, откуда $R_{\text{вх}} = 2,5$ Ом.

Тогда при $R = 7,5$ Ом: $I = U_{\text{хх}} / (R_{\text{вх}} + 7,5) = 100 / (2,5 + 10) = 10$ А.

Задача 3.

Определить ток I_5 методом

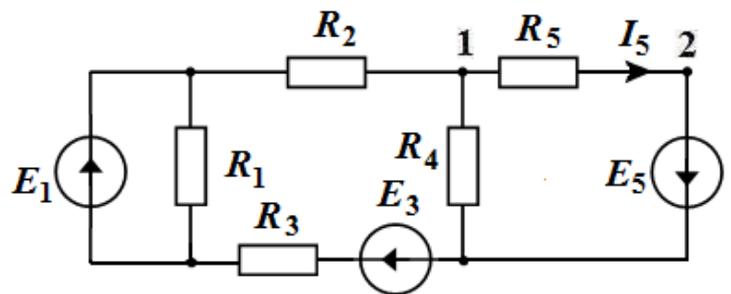
эквивалентного генератора,

если:

$$E_1 = 15 \text{ В, } E_3 = 12 \text{ В, } E_5 = 6 \text{ В,}$$

$$R_1 = R_5 = 5 \text{ кОм, } R_2 = 2 \text{ кОм,}$$

$$R_3 = 1 \text{ кОм, } R_4 = 3 \text{ кОм.}$$



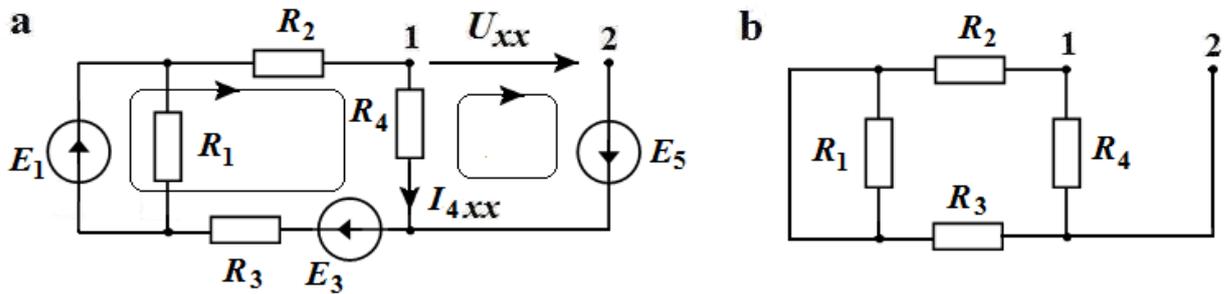
Решение.

В соответствии с методом эквивалентного генератора ток:

$$I_5 = U_{\text{хх}} / (R_{\text{вх}} + R_5),$$

где: $U_{\text{хх}}$ - напряжение холостого хода, напряжение на разомкнутых зажимах
1 – 2, определяется по схеме а;

$R_{\text{вх}}$ – входное сопротивление цепи относительно зажимов 1 – 2, определяется по схеме b.



Определяем напряжение холостого хода U_{xx} . Для этого запишем второй закон Кирхгофа для контура: $U_{\text{xx}} - R_4 - E_5$, направление обхода контура указано на схеме a: $U_{\text{xx}} - R_4 \cdot I_{4\text{xx}} = E_5$, отсюда

$$U_{\text{xx}} = E_5 + R_4 \cdot I_{4\text{xx}}.$$

Ток $I_{4\text{xx}}$, входящий в последнее уравнение, определяем из второго закона Кирхгофа записанного для контура: $E_3 - R_3 - E_1 - R_2 - R_4$.

$$(R_3 + R_2 + R_4) \cdot I_{4\text{xx}} = E_3 + E_1,$$

$$I_{4\text{xx}} = (E_3 + E_1) / (R_3 + R_2 + R_4) =$$

$$= (12 + 15) / (10^3 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^3) = 4,5 \cdot 10^{-3} = 4,5 \text{ мА}.$$

Напряжение холостого хода: $U_{\text{xx}} = 6 + 3 \cdot 10^3 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} = 19,5 \text{ В}.$

Определяем, по схеме b, входное сопротивление относительно зажимов 1-2, учитывая, что резистор R_1 закорочен:

$$R_{\text{вх}} = (R_3 + R_2) \cdot R_4 / (R_3 + R_2 + R_4) =$$

$$= (10^3 + 2 \cdot 10^3) \cdot 3 \cdot 10^3 / (10^3 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^3) = 1,5 \cdot 10^3 = 1,5 \text{ кОм}.$$

Искомый ток: $I_5 = 19,5 / (1,5 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3) = 3 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ мА}.$

Ответ: $I_5 = 3 \text{ мА}.$

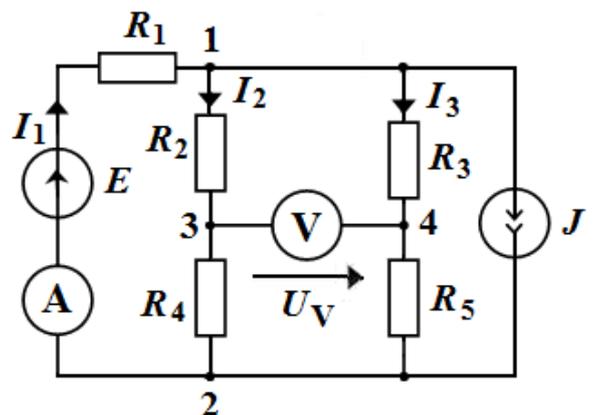
Задача 4.

Определить показания вольтметра и амперметра, если:

$$E = 15 \text{ В}, J = 2 \text{ А},$$

$$R_1 = 5 \text{ Ом}, R_2 = 6 \text{ Ом},$$

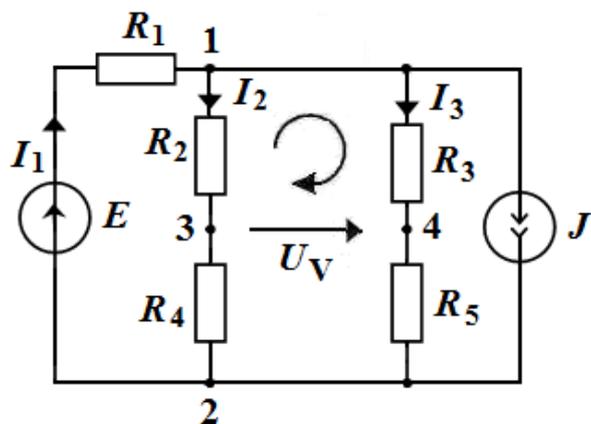
$$R_3 = 12 \text{ Ом}, R_4 = 4 \text{ Ом}, R_5 = 8 \text{ Ом}.$$



Решение.

Показание амперметра равно току в первой ветви – I_1 . Показание вольтметра равно напряжению между точками 3 и 4 – U_V .

Сопротивление амперметра принимаем равным нулю, а вольтметра бесконечности. В эквивалентной схеме замещения амперметр представляем закороткой, а вольтметр разрывом. В полученной схеме замещения задаём положительными направлениями токов в ветвях.



Эквивалентная схема замещения имеет четыре параллельных ветви, присоединенные к узлам 1 и 2.

Напряжение между узлами U_{12} определяем по формуле междузвонного напряжения (методу двух узлов):

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\frac{E}{R_1} - J}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_4} + \frac{1}{R_3 + R_5}} = \frac{\frac{15}{5} - 2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6+4} + \frac{1}{12+8}} = 2,86 \text{ В.}$$

Ток в первой ветви I_1 , ток амперметра, определяем по обобщенному закону Ома :

$$I_1 = \frac{-U_{12} + E}{R_1} = \frac{-2,86 + 15}{5} = 2,43 \text{ А;}$$

Тока второй и третьей ветвей определяем по закону Ома:

$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_2 + R_4} = \frac{2,86}{6 + 4} = 0,286 \text{ А;}$$

$$I_3 = \frac{U_{12}}{R_3 + R_5} = \frac{2,86}{12 + 8} = 0,143 \text{ А;}$$

Показание вольтметра, напряжение U_V , определяем по второму закону Кирхгофа:

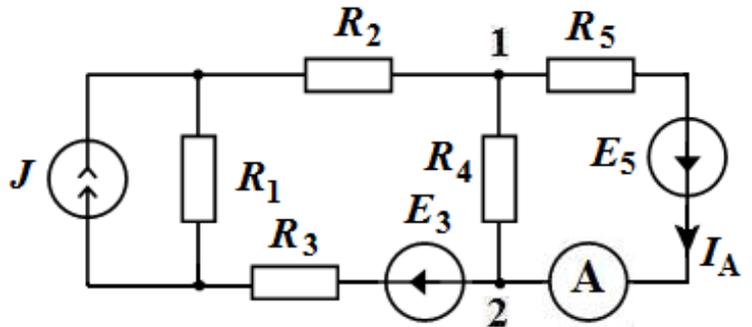
$$U_V + I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0,$$

$$U_V = I_3 R_3 - I_2 R_2 = 0.143 \cdot 12 - 0.286 \cdot 6 = 0 \text{ В.}$$

Ответы: $I_1 = 2.43 \text{ А}$; $U_V = 0 \text{ В}$.

Задача 5.

Определить показания амперметра методом эквивалентного генератора, если:



$$J = 4 \text{ мА}, E_3 = 12 \text{ В}, E_5 = 6 \text{ В},$$

$$R_1 = R_4 = 3 \text{ кОм}; R_2 = 2 \text{ кОм}, R_3 = 1 \text{ кОм}, R_5 = 5 \text{ кОм}.$$

Решение.

Амперметр измеряет ток I_A протекающий в ветви содержащей резистор R_5 и ЭДС E_5 . Принимая сопротивление амперметра равным нулю, в соответствии с методом эквивалентного генератора ток амперметра:

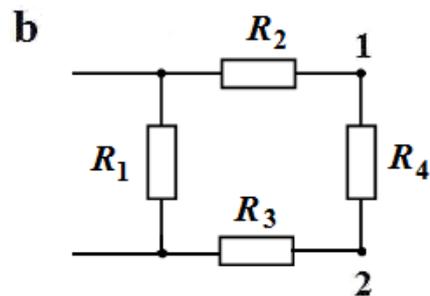
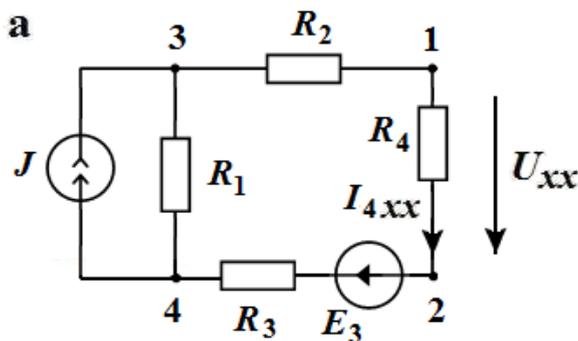
$$I_A = (U_{xx} + E_5) / (R_{вх} + R_5),$$

где: U_{xx} - напряжение холостого хода, напряжение на разомкнутых зажимах 1 – 2, определяется по схеме а;

$R_{вх}$ – входное сопротивление цепи относительно зажимов 1 – 2, определяется по схеме б.

Определяем напряжение холостого хода U_{xx} . В нашем случае, напряжение холостого хода U_{xx} равно падению напряжения на резисторе R_4 (схема а):

$$U_{xx} = R_4 \cdot I_{4xx}.$$



Для определения тока $I_{4\text{xx}}$ найдем, по формуле межзвонного напряжения, напряжение U_{34} :

$$U_{34} = \varphi_3 - \varphi_4 = \frac{J - \frac{E_3}{R_2 + R_3 + R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3 + R_4}} = \frac{4 - \frac{12}{2+1+3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2+1+3}} = 4 \text{ В.}$$

Ток определяем по обобщенному закону Ома:

$$I_{4\text{xx}} = \frac{U_{34} + E_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{4 + 12}{6} \cdot 10^{-3} = 2.67 \text{ мА.}$$

Напряжение холостого хода: $U_{\text{xx}} = R_4 \cdot I_{4\text{xx}} = 3 \cdot 10^3 \cdot 2.67 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ В.}$

Входное сопротивление $R_{\text{вх}}$, сопротивление относительно зажимов 1-2, определяем по схеме б:

$$R_{\text{вх}} = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot R_4 / (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = \\ = (3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 + 10^3) \cdot 3 \cdot 10^3 / (3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 + 10^3 + 3 \cdot 10^3) = 2 \cdot 10^3 = 2 \text{ кОм.}$$

Показания амперметра:

$$I_A = (U_{\text{xx}} + E_5) / (R_{\text{вх}} + R_5) = (8 + 6) / (2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3) = 2 \text{ мА.}$$

Ответ: $I_A = 2 \text{ мА.}$

Дополнительные задачи

Задача 1.

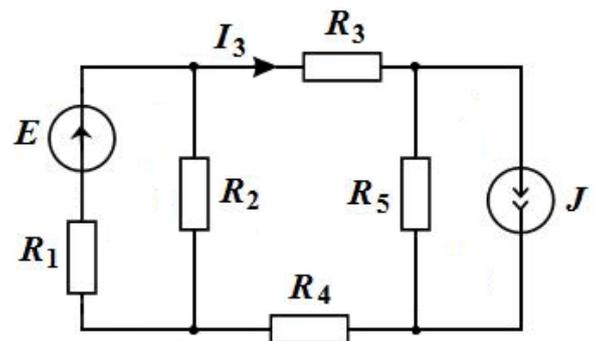
Определить ток I_3 методом

эквивалентного генератора, если:

$E = 20 \text{ В}; J = 1 \text{ А}; R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом};$

$R_3 = R_5 = 5 \text{ Ом}, R_4 = 15 \text{ Ом}.$

Ответ: $I_3 = 0,5 \text{ А.}$



Задача 2.

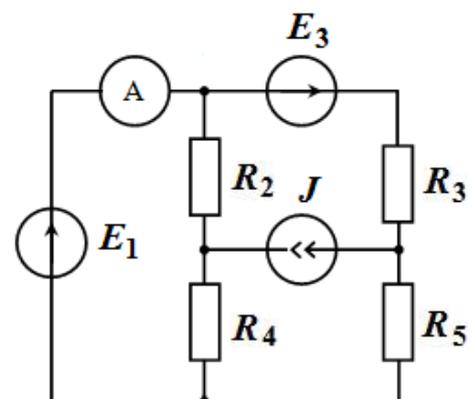
Определить показание амперметра методом

эквивалентного генератора, если:

$J = 1 \text{ А},$

$E_1 = 35 \text{ В}, E_3 = 10 \text{ В},$

$R_2 = 40 \text{ Ом}, R_3 = 50 \text{ Ом},$



$$R_4 = 30 \text{ Ом}, R_5 = 10 \text{ Ом},$$

$$\text{Ответ: } I_A = 988 \text{ мА}.$$

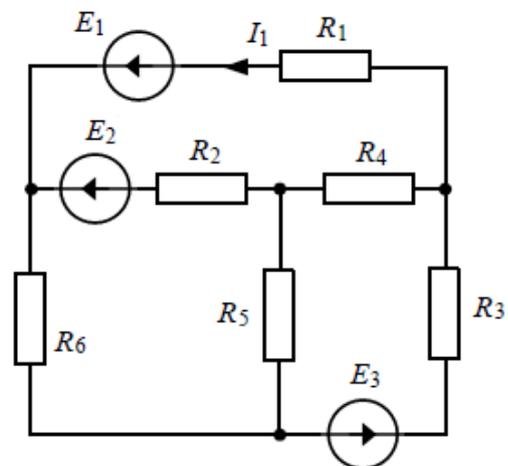
Задача 3.

Определить I_1 методом эквивалентного генератора, если:

$$E_1 = E_2 = E_3 = 48 \text{ В}; R_2 = R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом};$$

$$R_1 = R_3 = R_6 = 3 \text{ Ом}.$$

$$\text{Ответ: } I_1 = 5,33 \text{ А}.$$



Задача 4.

Определить I_5 методом эквивалентного генератора, если:

$$E_1 = 90 \text{ В}; E_5 = 70 \text{ В}; R_1 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 15 \text{ Ом}; R_3 = 5 \text{ Ом}; R_4 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 10 \text{ Ом}.$$

$$\text{Ответ: } I_5 = 2,22 \text{ А}.$$

