

Лабораторная работа

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫМИ КАТУШКАМИ

Цель работы

1. Экспериментально определить одноименные зажимы двух индуктивно связанных катушек, их параметры и коэффициент связи между ними.
2. Изучить влияние индуктивной связи на эквивалентные параметры неразветвленной цепи при согласном и встречном включении катушек.

Объект и средства исследования

Исследуемые в работе схемы собираются на наборном поле согласно соответствующему пункту задания. В качестве связанных катушек индуктивности используются катушки трансформатора 300 и 900 витков *с одной половинкой* разъемного сердечника. В схеме используются элементы из набора миниблоков: конденсатор $C = 1$ мкФ и резистор $R = 10$ Ом. В качестве источника входного сигнала в работе применяется нерегулируемый источник постоянного напряжения +15 В либо генератор синусоидальных сигналов из блока генераторов в зависимости от пункта задания. В качестве измерительных приборов задействованы виртуальные вольтметры и амперметры, выведенные на коннектор, а также мультиметр.

Общие сведения

При протекании тока по одной из индуктивно связанных катушек часть создаваемого им магнитного потока сцепляется с витками другой катушки. Взаимная индуктивность M – это коэффициент пропорциональности между потокосцеплением одной катушки, создаваемым током в другой катушке, и величиной этого тока. При изменении тока в первой катушке в ней возникает ЭДС самоиндукции, а во второй – ЭДС взаимной индукции. Также и наоборот: при изменении тока во второй катушке в ней возникает ЭДС самоиндукции, а в первой – ЭДС взаимной индукции.

Параметрами индуктивно связанных катушек являются их индуктивности L_1 и L_2 , взаимная индуктивность $M_{12} = M_{21} = M$ и активные сопротивления катушек R_1 и R_2 . Иногда используют также коэффициент связи $k_{св} = M / \sqrt{L_1 L_2}$, который никогда не превышает единицы.

На рис. 11.1 изображена цепь, состоящая из двух индуктивно связанных катушек. На схеме обозначены точками одноименные зажимы. При одинаковых направлениях токов относительно одноименных зажимов их магнитные потоки складываются, а при разных – вычитаются. Для экспериментального определения одноименных зажимов можно на одну из катушек подать постоянное напряжение, а к другой подключить миллиамперметр (или вольтметр) магнитоэлектрической системы. В момент включения возникает кратковременный ток во второй катушке. Если этот ток положительный (отклонение стрелки вправо), то одноименными являются зажимы, подключенные к «+» источника и к «+» измерительного прибора. Этот опыт можно проделать и с использованием цифровых приборов, однако из-за дискретности отсчетов прибора не каждый раз удастся зафиксировать кратковременное изменение показаний прибора.

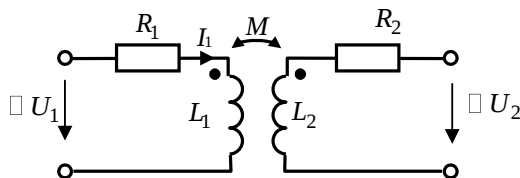


Рис. 11.1

Если синусоидальное напряжение источника приложено только к первой катушке, а вторая катушка разомкнута, то согласно законам Кирхгофа эта цепь описывается следующими двумя уравнениями в комплексной форме:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1, \\ \dot{U}_2 &= j\omega M\dot{I}_1.\end{aligned}$$

Аналогично, если ко второй катушке приложено напряжение, а первая разомкнута, то

$$\begin{aligned}\dot{U}_2 &= (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2, \\ \dot{U}_1 &= j\omega M\dot{I}_2.\end{aligned}$$

Если две катушки имеют одинаковые размеры и форму, то их индуктивности пропорциональны квадрату числа витков, т. е. $L_2 = L_1 W_2^2 / W_1^2$. С учетом этой зависимости для таких катушек получим

$$k_{св} = \frac{W_1 M}{W_2 L_1} = \frac{W_1 U_2}{W_2 U_1 \sin \varphi},$$

где U_1 и U_2 – напряжения на первой и второй катушках, когда первая катушка подключена к источнику питания, а вторая разомкнута; φ – угол сдвига тока и напряжения в первой катушке.

Для экспериментального определения параметров катушек необходимо проделать два опыта. В первом опыте подать синусоидальное напряжение на первую катушку и измерить напряжения U_1 и U_2 , ток I_1 и мощность P_1 . Мощность измеряется для расчета угла сдвига фаз, поэтому, если есть такая возможность, измеряют непосредственно этот угол. Во втором опыте аналогичные измерения делают при подаче питания на вторую катушку. Затем по результатам первого опыта вычисляют параметры схемы:

$$z_1 = \frac{U_1}{I_1}; L_1 = \frac{z_1}{\omega} \sin \varphi_1; R_1 = z_1 \cos \varphi_1; M_{21} = \frac{U_2}{\omega I_1}, \text{ где } \varphi_1 = \arccos \frac{P_1}{U_1 I_1}.$$

Аналогично по результатам второго опыта:

$$z_2 = \frac{U_2}{I_2}; L_2 = \frac{z_2}{\omega} \sin \varphi_2; R_2 = z_2 \cos \varphi_2; M_{12} = \frac{U_1}{\omega I_2}, \text{ где } \varphi_2 = \arccos \frac{P_2}{U_2 I_2}.$$

Причем должно выполняться равенство $M_{21} = M_{12}$.

Взаимная индуктивность между элементами сложной цепи может как увеличивать, так и уменьшать эквивалентную индуктивность. Рассмотрим две возможные схемы последовательного соединения двух индуктивно связанных катушек (рис. 11.2, а и б). Первый случай называется согласным включением катушек, второй – встречным.

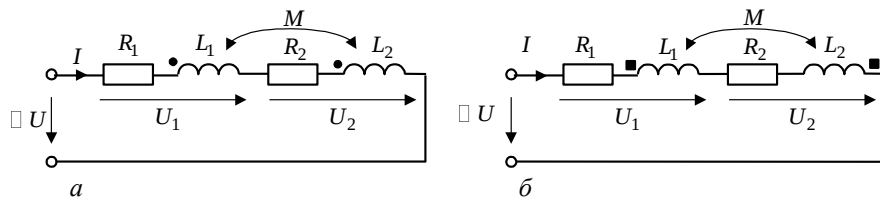


Рис. 11.2

В первом случае (рис. 11.2, а)

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = [(R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2] + [(R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 + j\omega M\dot{I}_1].$$

Поскольку при последовательном соединении $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}$, получим

$$\dot{U} = [(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)]\dot{I},$$

т.е. эквивалентная индуктивность при последовательном согласном включении двух катушек

$$L'_3 = L_1 + L_2 + 2M.$$

При последовательном встречном включении (рис. 11, б) получим

$$L''_3 = L_1 + L_2 - 2M.$$

Отсюда вытекает еще один способ определения взаимной индуктивности. Вычитая последнее уравнение из предыдущего, получим

$$L_3' - L_3'' = 4M, \text{ откуда } M = \frac{L_3' - L_3''}{4}.$$

Измерив индуктивности цепи при согласном и встречном включениях катушек, по этой формуле можно определить взаимную индуктивность.

Если в ходе эксперимента нет возможности измерить угол сдвига фаз или мощность в цепи, можно воспользоваться *резонансным методом* измерения параметров катушки индуктивности. В этом случае необходимо последовательно с исследуемыми катушками индуктивности подключить конденсатор C и резистор R известных номиналов (рис. 11.3) и настроить схему в резонанс, изменяя частоту входного сигнала.

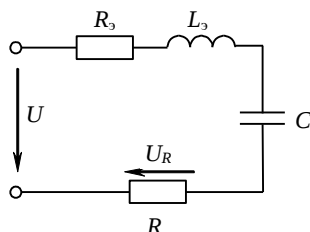


Рис. 11.3

Зная резонансную частоту f_p , можно определить значение эквивалентной индуктивности:

$$L_3 = \frac{1}{\omega_p^2 C}, \quad \omega_p = 2\pi f_p.$$

В частности, для согласного включения катушек

$$L_1 + L_2 + 2M = \frac{1}{\omega_{pc}^2 C},$$

а для их встречного включения

$$L_1 + L_2 - 2M = \frac{1}{\omega_{pb}^2 C}.$$

Отсюда

$$L_1 + L_2 = \frac{1}{2C} \left(\frac{1}{\omega_{pc}^2} + \frac{1}{\omega_{pb}^2} \right), \quad M = \frac{1}{4C} \left(\frac{1}{\omega_{pc}^2} - \frac{1}{\omega_{pb}^2} \right).$$

Эквивалентное сопротивление последовательной схемы замещения катушки R_3 можно рассчитать по формуле, полученной из условия, что при резонансе напряжений

$$\frac{U}{R_3 + R} = \frac{U_R}{R}, \text{ откуда } R_3 = R \left(\frac{U}{U_R} - 1 \right).$$

Таким образом, чтобы определить резонансным методом параметры связанных катушек индуктивности, необходимо провести четыре опыта: для первой катушки, для второй катушки и для их согласного и встречного включения.

В результате проведения первых двух экспериментов определяются значения параметров L_1 , R_1 и L_2 , R_2 , последние два опыта дадут значения L_3' , R_3' и L_3'' , R_3'' , причем

$$R_1 + R_2 = R_3' = R_3''; \quad L_1 + L_2 = \frac{L_3' + L_3''}{2}; \quad M = \frac{L_3' - L_3''}{4}.$$

Рабочее задание

1. С помощью мультиметра определите одноименные зажимы катушек трансформатора с $W1 = 900$ и $W2 = 300$ с одной половинкой разборного сердечника из набора миниблоков, как описано в общих сведениях. В этом опыте используйте нерегулируемый источник постоянного

напряжения +15 В, а для ограничения тока в катушке включите последовательно с ней сопротивление 10 Ом.

2. Соберите цепь по принципиальной схеме, изображенной на рис. 11.4. Все приборы в этой схеме виртуальные.

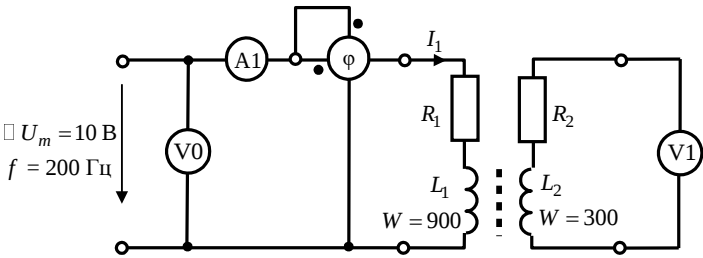


Рис. 11.4

Включите компьютер, активизируйте виртуальные приборы V0, V1 и A1, активизируйте из группы приборов II измеритель фаз и частотомер.

3. Запрограммируйте третий виртуальный прибор из группы II для вычисления коэффициента связи. Если в вашем опыте $W1 = 900$, $W2 = 300$, V0 соответствует окну виртуальных приборов x1, V1 – x2, A1 – x3 и φ – x7, то формула, которую необходимо ввести в окно третьего виртуального прибора, будет выглядеть так:

$$y = 3 \cdot x2 / (x1 \cdot \sin(x7 \cdot 3,14 / 180)) .$$

Не забудьте при этом аргументы x1, x2, x7 ввести в окна, расположенные над формулой и нажать клавишу «Начать счет».

4. Подайте на цепь питание, установите оптимальные пределы измерения на коннекторе и запишите показания приборов в табл. 11.1.

Т а б л и ц а 11.1

Расчет параметров катушек при подаче питания со стороны W1

Измерено						Вычислено			
f	U_1	I_1	U_2	φ	$K_{св}$	z_1	R_1	L_1	M_{21}
Гц	В	мА	В	град.	–	Ом	Ом	мГн	мГн

5. Определите теперь параметры z_1 , R_1 , L_1 , M_{21} по формулам, приведенным в разделе «Общие сведения», результаты расчета внесите в табл. 11.1.

6. Прodelайте опыты пп. 2, 4, 5 при подаче питания на вторую катушку, результаты измерений и вычислений занесите в табл. 11.2.

Т а б л и ц а 11.2

Расчет параметров катушек при подаче питания со стороны W2

Измерено					Вычислено			
f	U_2	I_2	U_1	φ	z_2	R_2	L_2	M_{12}
Гц	В	мА	В	град.	Ом	Ом	мГн	мГн

7. Включите две катушки сначала последовательно согласно, затем последовательно встречно, сделайте измерения и рассчитайте эквивалентные параметры. Результаты запишите в табл. 11.3. Рассчитайте также эквивалентные параметры по результатам предыдущих опытов и сравните результаты.

Т а б л и ц а 11.3

Расчет параметров катушек при их последовательном соединении

Включение катушек	Измерено				Вычислено			
	f	U	I	φ	z_3	R_3	L_3	M

	Гц	В	мА	град.	Ом	Ом	мГн	мГн
Согласное								
Встречное								

8. Проведите измерения параметров катушек резонансным методом. Для этого соберите схему согласно рис. 11.5, а.

9. Установите напряжение генератора $U = 5$ В и в дальнейших опытах поддерживайте его неизменным. Изменяя частоту генератора, настройте цепь в резонанс по максимальному напряжению на сопротивлении R (по максимуму его тока), после чего вновь выставьте напряжение $U = 5$ В. Заполните первую строку табл. 11.4.

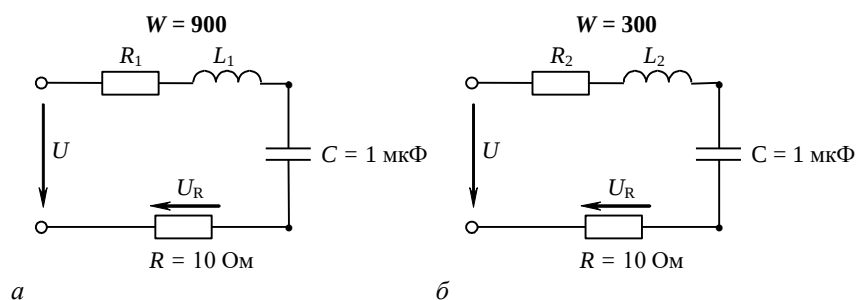


Рис. 11.5

10. Замените первую катушку второй и повторите предыдущий опыт. Заполните вторую строку табл. 11.4.

11. По результатам этих опытов рассчитайте значения параметров элементов R_1 , L_1 и R_2 , L_2 схем замещения первой и второй катушек. Результаты расчетов внесите в табл. 11.4 ($i = 1, 2$).

Т а б л и ц а 11.4

Расчет параметров отдельно взятых катушек

Номер опыта	U	f_p	U_R	R_i	L_i
	В	Гц	В	Ом	мГн
1					
2					

12. Соберите цепь по схеме, изображенной рис. 11.6, а. Настройте ее в резонанс, изменяя частоту генератора. Результаты измерения внесите в табл. 11.5.

13. Поменяйте местами зажимы одной из катушек и повторите предыдущий опыт (рис. 11.6, б).

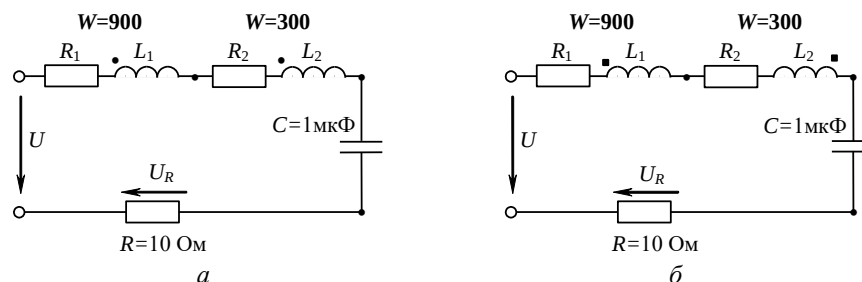


Рис. 11.6

14. По экспериментальным данным рассчитайте значения эквивалентной индуктивности L_Σ и сопротивления R_Σ катушек, суммарные значения их индуктивностей $L_\Sigma = L_1 + L_2$, а также значения взаимной индуктивности катушек $M_{12} = M_{21} = M$. Заполните табл. 11.5. Определите случаи

согласного и встречного включения катушек и вывод запишите в отчет. Вычислите значение коэффициента связи $k_{св}$ индуктивно связанных катушек. Сопоставьте данные табл. 11.4 и 11.5 и сделайте заключение.

Т а б л и ц а 11.5

К определению взаимной индуктивности

Номер опыта	U	f_p	U_R	R_3	L_3	L_Σ	M
	В	Гц	В	Ом	мГн	мГн	мГн
3							
4							

15.* Постройте векторные диаграммы токов и напряжений элементов цепи схем, показанных на рис. 11.6, при резонансе.

16. Соберите цепь по схеме, изображенной на рис. 11.7, а. Установите напряжение генератора $U = 5$ В и частоту $f \geq 1000$ Гц. Измерьте напряжение U_2 на разомкнутых зажимах второй катушки.

Вычислите значение модуля коэффициента передачи по напряжению $k_{21} = \frac{U_2}{U_1}$.

17. В предыдущей цепи поменяйте местами катушки (рис. 11.7, б) и вычислите значение $k_{12} = \frac{U_1}{U_2}$.

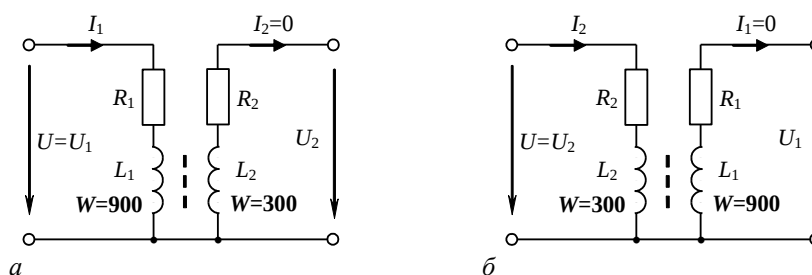


Рис. 11.7

18. Вычислите значение коэффициента связи $k_{св}$ индуктивно связанных катушек как среднее геометрическое из модулей коэффициентов передачи по напряжению и сравните с результатами, полученными в пп. 4 и 14.

Методические указания и рекомендации

1. В данной лабораторной работе рекомендуется определять параметры связанных катушек индуктивности одним из двух методов: либо с помощью виртуальных приборов (пп. 2 – 7), либо резонансным методом (пп. 8 – 14), на усмотрение преподавателя.

2. О факте согласного или встречного включения катушек можно судить по двум значениям эквивалентной индуктивности. В том случае, когда эквивалентная индуктивность оказывается большей, включение будет согласным, а когда меньшей – встречной.

3. Коэффициентом передачи двух индуктивно связанных катушек называется отношение действующего значения напряжения одной катушки U_{Li} при разомкнутых ее зажимах к действующему значению напряжения второй катушки U_{Lj} ($i \neq j$) (рис. 11.8).

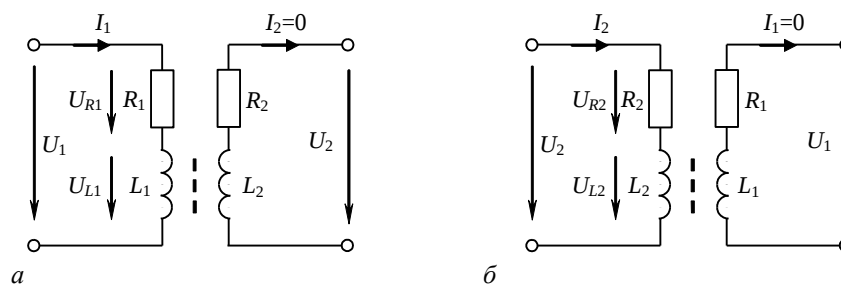


Рис. 11.8

Мы не располагаем практической возможностью измерить напряжения этих катушек, измерить можно лишь действующие значения напряжений U_i ветвей R_i, L_i ($i = 1, 2$) последовательной схемы замещения катушки:

$$\left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{I_2=0} = \frac{\omega M_{21}}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2}}, \quad \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_1=0} = \frac{\omega M_{12}}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}}.$$

В пп. 16 и 17 опыты проводятся на частоте генератора f , при которой сопротивление резистора R_i схемы замещения катушки становится пренебрежимо малым по сравнению с ее индуктивным сопротивлением ωL_i , следовательно, долей напряжения, приходящейся на сопротивление R_i , можно пренебречь.

С учетом этих рассуждений значение коэффициента связи индуктивно связанных катушек можно вычислить по формуле

$$k_{св} = \sqrt{k_{21}k_{12}},$$

где

$$k_{21} \approx \left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{I_2=0}; \quad k_{12} \approx \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_1=0}.$$

Контрольные вопросы

1. Объяснить физическую сущность явлений самоиндукции и взаимной индукции.
2. Какие зажимы индуктивно связанных катушек называются одноименными?
3. Какое включение катушек называется согласным и какое – встречным?
4. Как практически произвести разметку зажимов двух (и больше) индуктивно связанных катушек? Приведите схемы опытов и расчетные формулы.
5. Какими способами можно определить взаимную индуктивность между двумя катушками?
6. Что называется коэффициентом связи катушек? В каких пределах он может изменяться?
7. Каким образом в расчетном отношении можно «развязать» индуктивную связь пары катушек?