

Практикум

Тема 1 Предел и непрерывность функций одной переменной

1. Вычислите пределы

№	Условие	Ответ	№	Условие	Ответ
1	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 2n^2 - 1}{2n^4 + 3}$	0	11	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$	1,5
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)^2 + (x-2)^2}{(x+3)^2}$	2	12	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+2}{x^2 - 5x + 4} - \frac{1}{3} \frac{x-4}{x^2 - 3x + 2} \right)$	0
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 2} - 5x^2}{x - \sqrt{x^4 - x} + 3}$	5	13	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$	0,5
4	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^8 + 6} - \sqrt{n-6}}{\sqrt[8]{n^8 + 6} + \sqrt{n-6}}$	∞	14	$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x$	$\frac{1}{3}$
5	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2)}{\sqrt{4n^4 + 3n + 1}}$	0,75	15	$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$	$\frac{1}{3}$
6	$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+6)} - n)$	3	16	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$	0,25
7	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$	0	17	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}$	$6\sqrt{2}$
8	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$	-1	18	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$	8
9	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$	0	19	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-1} \right)^{5x}$	e^{-5}
10	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x^2} - 2}{\sqrt{9+x^2} - 3}$	1,5	20	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 2x - 1}{3x^2 + 1} \right)^x$	$e^{2/3}$

2. Вычислите пределы, используя метод эквивалентных замен

№	Условие	Ответ	№	Условие	Ответ
1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{\arcsin 3x \cdot \sin(x/2)}$	$\frac{2}{3}$	3	$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 5x}{1 - \cos 4x}$	$\frac{25}{16}$
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sqrt[3]{1+x}}{2 \operatorname{arctg} x - \arcsin x}$	$\frac{2}{3}$	4	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Вычислите пределы, используя различные методы

№	Условие	Ответ	№	Условие	Ответ
1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$	$\frac{1}{4}$	9	$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin\left(\frac{5x}{2}\right) \cos x}$	$\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$
2	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$	$\frac{2}{27}$	10	$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6-x}{3}\right)^{\operatorname{tg}(\pi x/6)}$	$e^{2/\pi}$
3	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$	0	11	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + 5\pi/2) \operatorname{tg} x}{\arcsin 2x^2}$	-0,5
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 1}{x^3 - 1}\right)^{2x - x^2}$	1	12	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$	0
5	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n-1} + 2^n}$	3	13	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{n+3} - n\right)^{-3}$	
6	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\sin \pi x}$	$\frac{1}{2\pi}$	14	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}$	$-\infty$

№	Условие	Ответ			
1	$y = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^3, & -1 < x \leq 1, \\ 2x-x^2, & x > 1 \end{cases}$				
2	$y = \frac{\frac{1}{1-3^{x-2}}}{1+3^{x-2}}$				
7	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - 3x + 6}{x^3 + 5x + 1} \right)^{x/2}$	1	15	$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$	$\frac{1}{8}$
8	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{2+n^5} - \sqrt{2n^3+3}}{(n+1)\sqrt{7n}}$	$\sqrt{\frac{2}{7}}$	16	$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2+3n-2} - \sqrt{n^2-3} \right)$	1,5

4. Исследуйте на непрерывность функции и постройте эскизы графиков