

## Задачи для контрольных заданий

Вариант по шифру	Контрольная работа № 2						
<b>1</b>	61	71	81	91	101	111	121
<b>2</b>	62	72	82	92	102	112	122
<b>3</b>	63	73	83	93	103	113	123
<b>4</b>	64	74	84	94	104	114	124
<b>5</b>	65	75	85	95	105	115	125
<b>6</b>	66	76	86	96	106	116	126
<b>7</b>	67	77	87	97	107	117	127
<b>8</b>	68	78	88	98	108	118	128
<b>9</b>	69	79	89	99	109	119	129
<b>10</b>	70	80	90	100	110	120	130

### ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

- **Вариант контрольной работы – последняя цифра личного шифра студента.**
- **Из приведенной выше таблицы студент выполняет только 4 задачи, номер которых заканчивается цифрой, соответствующей варианту:**

**61 – 70**

**91 – 100**

**101 – 110 а)**

**111 – 120.**

*Например,* шифр студента заканчивается цифрой 4; студент решает задачи: 64, 94, 104 а), 114.

### Контрольная работа №2

**Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Действия с комплексными числами**

**61 – 70.** Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

**61. а)**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{|x|}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x + 1}{4x} \right)^{2x}$ .

62. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x/2}{x^2}$ ;  
 г)  $\lim_{x \rightarrow 1} (7-6x)^{x/(3x-3)}$ .

63. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x$ .

64. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + x + 3}{x^4 - 12x + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x+x^2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}$ ;  
 г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x+1) \ln \frac{x+3}{x}$ .

65. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^x$ .

66. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x-2}}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} 5x \operatorname{ctg} 3x$ ;  
 г)  $\lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{2/(x-3)}$ .

67. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\operatorname{arctg} x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+2x)^{1/x}$ .

68. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^2 + x}{x^4 + 3x^2 + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^3 + x^2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$ ;  
 г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x-5)[\ln(x-3) - \ln x]$ .

69. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 5}{5x^2 - x - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \frac{x+1}{x}$ .

70. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 3}{x^4 + 3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x}$ ;  
 г)  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{2x/(x^2-4)}$

71 – 80. Задана функция и два значения аргумента  $x_1$  и  $x_2$ . Требуется: 1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента; 2) в случае разрыва функции найти ее пределы в точке разрыва слева и справа; 3) найти пределы при  $x \rightarrow +\infty$  и  $x \rightarrow -\infty$ ; 4) сделать схематический чертеж.

71.  $f(x) = 8^{1/(5-x)}$ ,  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 5$ .

72.  $f(x) = 14^{1/(6-x)}$ ,  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 6$ .

73.  $f(x) = 4^{1/(3-x)}$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 3$ .

75.  $f(x) = 13^{1/(5+x)}$ ,  $x_1 = -5$ ,  $x_2 = -3$ .

77.  $f(x) = 10^{1/(7-x)}$ ,  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 7$ .

79.  $f(x) = 3^{1/(4-x)}$ ,  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 4$ .

74.  $f(x) = 9^{1/(2-x)}$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ .

76.  $f(x) = 15^{1/(8-x)}$ ,  $x_1 = 6$ ,  $x_2 = 8$ .

78.  $f(x) = 11^{1/(4+x)}$ ,  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = -2$ .

80.  $f(x) = 12^{1/x}$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ .

81 – 90. Исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва (если они существуют). Сделать чертеж.

$$81. f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0; \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \pi/4; \\ 2x, & x > \pi/4. \end{cases}$$

$$82. f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$83. f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x < 1; \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$84. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2; \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$85. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi; \\ x-2, & x > \pi. \end{cases}$$

$$86. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4; \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

$$87. f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0; \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

$$88. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

$$89. f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1; \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1; \\ -x, & x > 1. \end{cases}$$

$$90. f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0; \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1; \\ 2, & x > 1. \end{cases}$$

91 – 100. Найти: 1) первые производные  $\frac{dy}{dx}$  данных в примерах а), б), в), г), д)

функций; 2)  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  для явно и параметрически заданных функций в примерах е) и ж).

91. а)  $y = 2\sqrt{4x+3} - \frac{3}{\sqrt{x^3+x+1}}$ ; б)  $y = (e^{\cos x} + 3)^2$ ; в)  $y = \ln \sin(2x+5)$ ;

г)  $y = x^{x^x}$ ; д)  $\operatorname{tg}(y/x) = 5x$ ; е)  $y = \frac{x}{x^2-1}$ ; ж)  $x = \cos \frac{t}{2}$ ,  $y = t - \sin t$ .

92. а)  $y = x^2 \sqrt{1-x^2}$ ; б)  $y = \frac{4 \sin x}{\cos^2 x}$ ; в)  $y = \operatorname{arctg} e^{2x}$ ; г)  $y = x^{1/x}$ ;

д)  $x - y + \operatorname{arctg} y = 0$ ; е)  $y = \operatorname{Intg} 2x$ ; ж)  $x = t^3 + 8t$ ;  $y = t^5 + 2t$ .

93. а)  $y = x \sqrt{(1+x)^2 / (1-x)}$ ; б)  $y = \frac{2}{\operatorname{tg}^2 2x}$ ; в)  $y = \arcsin \sqrt{1-3x}$ ; г)  $y = x^{\ln x}$ ;

д)  $y \sin x = \cos(x-y)$ ; е)  $y = x^3 \ln x$ ; ж)  $x = t - \sin t$ ;  $y = 1 - \cos t$ .

94. а)  $y = (3+6x)\sqrt{3-4x+5x^2}$ ; б)  $y = \sin x - x \cos x$ ; в)  $y = x^m \ln x$ ; г)  $y = x^{-\operatorname{tg} x}$ ;

д)  $(y/x) = \operatorname{arctg}(x/y)$ ; е)  $y = x \operatorname{arctg} x$ ; ж)  $x = e^{2t}$ ;  $y = \cos t$ .

95. а)  $y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ ; б)  $y = \frac{\sin^2 x}{2+3\cos^2 x}$ ; в)  $y = \frac{x \ln x}{x-1}$ ; г)  $y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x}$ ;

д)  $(e^x - 1)(e^y - 1) - 1 = 0$ ; е)  $y = \operatorname{arctg} x$ ; ж)  $x = 3 \cos^2 t$ ;  $y = 2 \sin^3 t$ .

96. а)  $y = 5\sqrt[3]{x^3 + 1} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ; б)  $y = 2 \operatorname{tg}^3(x^2 + 1)$ ; в)  $y = 3^{\operatorname{arctg} x^3}$ ; г)  $y = (\operatorname{arctg} x)^x$ ;

д)  $y^2 x = e^{y/x}$ ; е)  $y = e^{\operatorname{ctg} 3x}$ ; ж)  $x = 3 \cos t$ ;  $y = 4 \sin^2 t$ .

97. а)  $y = \sqrt[3]{(x^2 + 1) / (1 - x^2)}$ ; б)  $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln \cos x$ ; в)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}}$ ;

г)  $y = (x + x^2)^x$ ; д)  $x^3 + y^3 - 3axy = 0$ ; е)  $y = e^x \cos x$ ; ж)  $x = 3t - t^3$ ;  $y = 3t^2$ .

98. а)  $y = 3\sqrt[3]{x^5 + 5x^4 - 5/x}$ ; б)  $y = \ln \sqrt{(1 - \sin x) / (1 + \sin x)}$ ; в)  $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$ ;

г)  $y = (\sin x)^{\ln x}$ ; д)  $x - y + a \sin y = 0$ ; е)  $y = e^{-x} \sin x$ ; ж)  $x = 2t - t^3$ ;  $y = 2t^2$ .

99. а)  $y = 5\sqrt[5]{x^2 + x + 1/x}$ ; б)  $y = 2^x e^{-x}$ ; в)  $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$ ; г)  $y = (\cos x)^x$ ;

д)  $\ln y = \operatorname{arctg}(x/y)$ ; е)  $y = x \sqrt{1+x^2}$ ; ж)  $x = t + \ln \cos t$ ;  $y = t - \ln \sin t$ .

100. а)  $y = \sqrt[3]{x^3 + 1} + \sqrt{x^2 + 1}$ ; б)  $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + x$ ; в)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-2}}$ ;

г)  $y = (\cos x)^{x^2}$ ; д)  $x - y + e^y \operatorname{arctg} x = 0$ ; е)  $y = x e^{-x^2}$ ; ж)  $x = \ln t$ ;  $y = \frac{1}{2} \left( t + \frac{1}{t} \right)$ .

101 – 110. Найти пределы, используя правила Лопиталья.

101. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$ ;

102. а)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 3x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +0} x^{3/(4 + \ln x)}$ ;

103. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{1/(1-x)}$ ;

104. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{1/x}$ ;

105. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{\sqrt[5]{x}}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{tg}(x/4))^{1/\cos(x/2)}$ ;

106. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$ ; б) найти правосторонний предел:  $\lim_{x \rightarrow +0} (1/\sin x)^{1/\ln x}$ ;

107. а) найти правосторонний предел:  $\lim_{x \rightarrow (\pi/2)+0} (1 - \sin x) \operatorname{tg} x$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{1/\arcsin x}$ ;

108. а) найти правосторонний предел:  $\lim_{x \rightarrow +0} \left( \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x} \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{1/\arccos x}$ ;

109. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin^2 x)^{1/\cos x}$ ;

110. а)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( \frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\sin^2 x}$ .

111 – 120. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и, используя результаты исследования, построить ее график.

111.  $y = \frac{4x}{4 + x^2}$ .

112.  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ .

113.  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ .

114.  $y = \frac{x^2}{x - 1}$ .

115.  $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ .

116.  $y = \frac{4x^3 + 5}{x}$ .

117.  $y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$ .

118.  $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$ .

119.  $y = \frac{4x^3}{x^3 - 1}$ .

$$120. y = \frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2}.$$

**121 – 130.** Дано комплексное число  $z$ . Требуется: 1) записать число  $z$  в алгебраической, тригонометрической и показательной формах; 2) найти все корни уравнения  $w^3 + z = 0$  и изобразить их точками на комплексной плоскости.

$$121. z = \frac{-2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$122. z = \frac{1}{\sqrt{3}-i}.$$

$$123. z = \frac{2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$124. z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}.$$

$$125. z = \frac{-4}{\sqrt{3}-i}.$$

$$126. z = \frac{4}{1+i\sqrt{3}}.$$

$$127. z = \frac{-2\sqrt{2}}{1+i}.$$

$$128. z = \frac{1}{\sqrt{3}+i}.$$

$$129. z = \frac{-4}{1-i\sqrt{3}}.$$

$$130. z = \frac{4}{1-i\sqrt{3}}.$$