

## Интегральное исчисление

Задачи 1...9. Найдите неопределённые интегралы, ответ проверьте дифференцированием.

$$1. \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}.$$

$$4. \int \frac{x^3 - 2x^2 + x + 2}{x^3 - 2x^2} dx.$$

$$7. \int \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2} dx.$$

$$2. \int x \cdot 3^{\frac{x}{2}} dx.$$

$$5. \int \frac{2x + 1}{x^3 - 1} dx.$$

$$8. \int \frac{\sin^4 x dx}{\cos^2 x}.$$

$$3. \int \frac{(3x - 1) dx}{\sqrt{2x^2 - 5x + 1}}.$$

$$6. \int \frac{dx}{(1 + \sqrt[4]{x})^3 \cdot \sqrt{x}}.$$

$$9. \int \frac{\sin^3 x}{\cos x - 3} dx.$$

Задачи 10...11. Вычислите несобственные интегралы или установите их расходимость.

$$10. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + x + 1}.$$

$$11. \int_3^6 \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}.$$

Задачи 12...13. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями.

$$12. \begin{cases} y = x^2 - 4x + 7 \\ y = -2x + 10 \end{cases}.$$

$$13. \begin{cases} \rho = 4 \cos 3\varphi, \\ \rho = 2(\rho \geq 2). \end{cases}$$

Задача 14. Вычислите длину дуги кривой (L) :  $\begin{cases} y = 5(1 - \cos t) \\ x = 5(t - \sin t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$  (циклоида).

Задача 15. Найдите объём тела вращения плоской фигуры (S)  $\begin{cases} y = x^2 + 1, \\ y = 0, \\ x = 2, x = -2. \end{cases}$  вокруг оси OX.

Задача 16. Вычислите площадь поверхности вращения дуги (L)  $\begin{cases} y = \sin x \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$  вокруг оси OX.

Задачи 17...18. Вычислите интегралы, воспользовавшись справочниками по высшей математике.

$$17. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^n - a^2}}.$$

$$18. \int_0^{\infty} e^{-a^2 x^2} dx.$$

Задача 19. Скорость движения точки  $V = t \cdot e^{-0,01t}$  м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до полной остановки.

Задача 20. Капля с начальной массой "M" падает под действием силы тяжести и равномерно испаряется, теряя каждую секунду массу, равную  $m_0$ . Какова работа силы тяжести за время от начала движения до полного испарения капли? (Соппротивлением воздуха пренебрегаем.)