

Теория функций комплексного переменного

**Задача 1.** Вычислить значения функции (ответ дать в алгебраической форме).

$$\operatorname{Arsh} 3; \quad \operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)$$

**Задача 2.** Выяснить геометрический смысл соотношений. Сделать чертёж.

$$|z - 2| + |z + 2| = 5$$

**Задача 3.** Решить уравнение.

$$\sin z + \cos z = i.$$

**Задача 4.** Доказать тождество.

$$\operatorname{ch}(2 + \pi i) = -\operatorname{ch} 2$$

**Задача 5.** Восстановить аналитическую функцию.

$$\operatorname{Re} f(z) = Ax^2 - y^2 + xy, \quad f'(0) = i.$$

**Задача 6.** Вычислить интеграл по дуге  $C$  от точки  $z_1$  до точки  $z_2$ .

$$\int_C \bar{z} \operatorname{Re} z dz = \quad C: y = x^2, \quad z_1 = 0, \quad z_2 = -1 + i.$$

**Задача 7.** Вычислить интеграл от аналитической функции.

$$\int_1^{1+i} (3z^2 + z + 1) dz =$$

**Задача 8.** Найти интеграл, используя интегральную формулу Коши, по контурам  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ .

$$\int_L \frac{e^z dz}{(z+1)^2(z-2)} = J. \quad 1) |z-i|=1, \quad 2) |z+1|=2, \quad 3) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

**Задача 9.** Разложить функцию в ряд Лорана в областях.

$$\frac{z+1}{z^2 - z - 20}, \quad 1) 4 < |z| < 5, \quad 2) |z| > 5.$$

**Задачи 10-11.** Вычислить интегралы с помощью вычетов.

$$10. \int_{|z|=2} \frac{z-1}{(z^3+1)z} dz = \quad 11. \int_{|z-1|=1} \frac{z}{ze^{z-1}-1} dz =$$

**Задача 12.** Вычислить несобственный интеграл с помощью вычетов.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+9)} =$$

**Задача 13.** Вычислить интеграл от заданной ветви многозначной функции по кривой  $C$  от точки  $z_1$  до точки  $z_2$ .

$$\int_C \frac{dz}{\sqrt{1-z}} = \quad C\text{-прямая, } z_1 = -i, \quad z_2 = i.$$

$$\sqrt{1+i} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + i\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$$