

## Практическое занятие 5а

### Основы квантовой механики

1. Электрон в атоме водорода находится в основном состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi(r) = Ae^{-r/a}$ . Найти: а) нормировочный коэффициент  $A$ ; б) энергию  $E$  электрона и  $a$  (с помощью уравнения Шредингера); в) среднее расстояние электрона от ядра  $\langle r \rangle$ ; г) наиболее вероятное расстояние электрона от ядра  $r_0$ ; д) вероятность нахождения электрона в области  $r < r_0$ ; е) вероятность нахождения электрона вне классических границ поля. **Ир. Кв.физ 3.84, 3.86, 3.87; Чертов 47.6-47.10.**

2. Электрон в атоме водорода находится в основном состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi(r) = A(1 + br)e^{-ar}$ . Найти: а) нормировочный коэффициент  $A$ ; б) энергию  $E$  электрона и постоянные  $b$  и  $a$  (с помощью уравнения Шредингера); в) расстояние электрона  $r_1$  от ядра на которых вероятность обнаружить электрон имеет максимумы; г) расстояние электрона  $r_2$  от ядра на которых вероятность обнаружить электрон равна нулю; д) построить графики зависимости  $|\Psi(r)|^2$  и  $r^2 |\Psi(r)|^2$  от  $r$ . **Ир. Кв.физ 3.85; Чертов 47.12.**

3. Найти среднюю кинетическую энергию частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < l$ ), если частица находится в состоянии а)  $\Psi(x) = A \sin^2(px/l)$ ; б)  $\Psi(x) = Ax(l-x)$ .

4. Частица массы  $m$  находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $l$  с абсолютно непроницаемыми стенками. Найти волновую функцию частицы в момент  $t$ , если в начальный момент времени  $t=0$  она имела вид  $\Psi(x, 0) = Ax(l-x)$ .

5. Какие из механических величин (энергия  $E$ , проекция импульса, проекция и момент квадрата импульса) сохраняются при движении частицы; а) в отсутствии поля (свободное движение); б) в однородном потенциальном поле  $U(z) = az$ , где  $a$ - постоянная; в) в центрально симметричном потенциальном поле  $U(r)$ ; г) в однородном переменном поле  $U(z, t) = a(t)z$ .

6. В одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 \leq x \leq a$ ) находится частица массой  $m$  в состоянии  $y(x) = A(1 - \cos(2px/a))$ . Чему равно среднее значение импульса в этом состоянии? Какова вероятность того, что энергия в этом состоянии равна  $p^2 \hbar^2 / 2ma^2$ ?

7. В одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 \leq x \leq a$ ) находится частица массой  $m$ . Определить вероятность нахождения частицы с энергией  $8p^2 \hbar^2 / ma^2$  в области  $a/3 \leq x \leq 2a/3$ .

8. Частица массы  $m$  находится в некотором одномерном потенциальном поле  $U(x)$  в стационарном состоянии, для которого волновая функция при  $x > 0$  имеет вид  $y(x) = Ax \exp(-ax)$ , где  $A$  и  $a > 0$ - заданные постоянные. Имея в виду, что  $\psi=0$  при  $x < 0$  и  $U(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ , найти с помощью уравнения Шредингера  $U(x)$  и энергию  $E$  частицы.

9. Волновая функция частицы массы  $m$ , находящейся в двумерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < a$ ), ( $0 < y < b$ ) имеет

следующий вид:  $\Psi(x, y) = \sqrt{\frac{4}{ab}} \sin\left(\frac{np}{a}x\right) \sin\left(\frac{mp}{b}y\right)$ , где  $n, m$ - целые положительные числа

( $n, m=1, 2, 3, \dots$ ). Найти: а) собственные значения энергии этой частицы; б) значения энергии для первых четырех уровней.

10. Электрон находится в двумерной квадратной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Сторона квадрата равна  $a=3 \times 10^{-10}$  м. Найти: а) разность энергий между 7-м и 6-м уровнями; б) число состояний, соответствующих каждому из этих уровней.