

Практическое занятие 5а

Основы квантовой механики

1. Электрон в атоме водорода находится в основном состоянии, описываемом волновой функцией $\Psi(r) = Ae^{-r/a}$. Найти: а) нормировочный коэффициент A ; б) энергию E электрона и a (с помощью уравнения Шредингера); в) среднее расстояние электрона от ядра $\langle r \rangle$; г) наиболее вероятное расстояние электрона от ядра r_0 ; д) вероятность нахождения электрона в области $r < r_0$; е) вероятность нахождения электрона вне классических границ поля. **Ир. Кв.физ 3.84, 3.86, 3.87; Чертов 47.6-47.10.**

2. Электрон в атоме водорода находится в основном состоянии, описываемом волновой функцией $\Psi(r) = A(1 + br)e^{-ar}$. Найти: а) нормировочный коэффициент A ; б) энергию E электрона и постоянные b и a (с помощью уравнения Шредингера); в) расстояние электрона r_1 от ядра на которых вероятность обнаружить электрон имеет максимумы; г) расстояние электрона r_2 от ядра на которых вероятность обнаружить электрон равна нулю; д) построить графики зависимости $|\Psi(r)|^2$ и $r^2 |\Psi(r)|^2$ от r . **Ир. Кв.физ 3.85; Чертов 47.12.**

3. Найти среднюю кинетическую энергию частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ($0 < x < l$), если частица находится в состоянии а) $\Psi(x) = A \sin^2(px/l)$; б) $\Psi(x) = Ax(l-x)$.

4. Частица массы m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной l с абсолютно непроницаемыми стенками. Найти волновую функцию частицы в момент t , если в начальный момент времени $t=0$ она имела вид $\Psi(x, 0) = Ax(l-x)$.

5. Какие из механических величин (энергия E , проекция импульса, проекция и момент квадрата импульса) сохраняются при движении частицы; а) в отсутствии поля (свободное движение); б) в однородном потенциальном поле $U(z) = az$, где a - постоянная; в) в центрально симметричном потенциальном поле $U(r)$; г) в однородном переменном поле $U(z, t) = a(t)z$.

6. В одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ($0 \leq x \leq a$) находится частица массой m в состоянии $y(x) = A(1 - \cos(2px/a))$. Чему равно среднее значение импульса в этом состоянии? Какова вероятность того, что энергия в этом состоянии равна $p^2 \hbar^2 / 2ma^2$?

7. В одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ($0 \leq x \leq a$) находится частица массой m . Определить вероятность нахождения частицы с энергией $8p^2 \hbar^2 / ma^2$ в области $a/3 \leq x \leq 2a/3$.

8. Частица массы m находится в некотором одномерном потенциальном поле $U(x)$ в стационарном состоянии, для которого волновая функция при $x > 0$ имеет вид $y(x) = Ax \exp(-ax)$, где A и $a > 0$ - заданные постоянные. Имея в виду, что $\psi=0$ при $x < 0$ и $U(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, найти с помощью уравнения Шредингера $U(x)$ и энергию E частицы.

9. Волновая функция частицы массы m , находящейся в двумерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ($0 < x < a$), ($0 < y < b$) имеет

следующий вид: $\Psi(x, y) = \sqrt{\frac{4}{ab}} \sin\left(\frac{np}{a}x\right) \sin\left(\frac{mp}{b}y\right)$, где n, m - целые положительные числа

($n, m=1, 2, 3, \dots$). Найти: а) собственные значения энергии этой частицы; б) значения энергии для первых четырех уровней.

10. Электрон находится в двумерной квадратной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Сторона квадрата равна $a=3 \times 10^{-10}$ м. Найти: а) разность энергий между 7-м и 6-м уровнями; б) число состояний, соответствующих каждому из этих уровней.