

## ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПРОГРАММНОЙ СРЕДЫ MathCAD ДЛЯ РАСЧЕТА ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

С целью автоматизации и ускорения процесса расчета рассмотрим основные возможности и приемы работы в математической программной среде MathCAD при анализе линейных электрических цепей однофазного синусоидального тока.

### Задача 1

Мгновенные значения напряжения и тока на выходе цепи равны:  $u = 90 \sin(628t + 25^\circ)$  В,  $i = 30 \sin(628t - 115^\circ)$  В. Построить кривые изменения напряжения и тока. Определить значения величин на момент времени  $t = 0$ .

### Решение

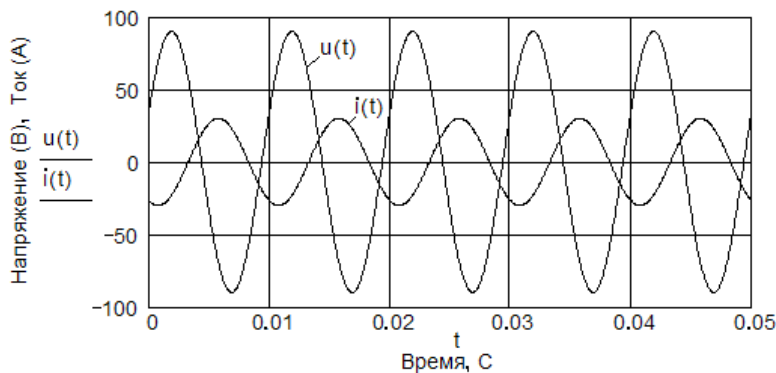
Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Задание мгновенных значений величин:

$$u(t) := 90 \cdot \sin(628 \cdot t + 25 \text{deg})$$

$$i(t) := 30 \cdot \sin(628 \cdot t - 115 \text{deg})$$

2. Задание зависимостей в декартовой системе координат (X-Y Plot):



3. Значения величин при  $t = 0$ :

$$\text{Напряжение, В: } u(0) = 38.04$$

$$\text{Ток, А: } i(0) = -27.19$$

Примечание. Чтобы аргумент тригонометрической функции был представлен в градусах (град), необходимо после записи значения аргумента в MathCAD добавить deg.

### Задача 2

Мгновенные значения напряжения источника и тока изменяются по закону  $u(t) = 6\sqrt{2} \sin 314t$  В,  $i(t) = 1,8\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ)$  А. Построить график изменения полной мгновенной мощности цепи.

### Решение

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Задание мгновенных значений величин:

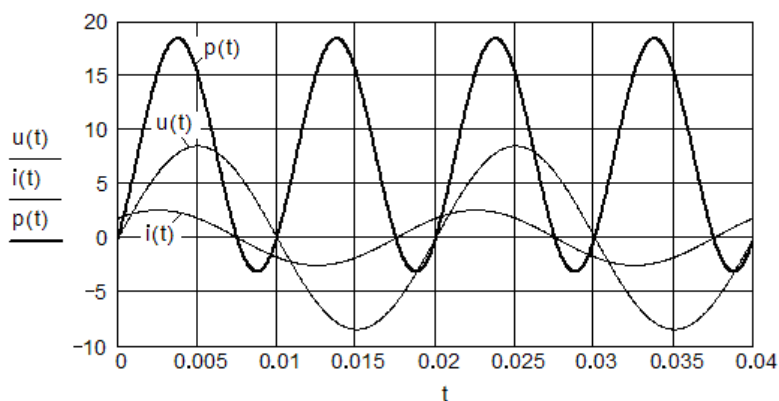
$$u(t) := 6 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314 \cdot t)$$

$$i(t) := 1.8 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314 \cdot t + 45 \text{deg})$$

2. Мгновенное значение мощности, ВА:

$$p(t) := u(t) \cdot i(t)$$

3. Задание зависимостей в декартовой системе координат (X-Y Plot):



### Задача 3

Комплекс действующего значения тока равен  $\underline{I}_1 = 12 + j16$  А. Определить модуль, аргумент комплексного тока и комплексно-сопряженное ему число.

### Решение

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Комплексный ток, А:

$$I_1 := 12 + 16j$$

2. Модуль комплексного тока, А:

$$|I_1| = 20$$

3. Аргумент комплексного тока, рад:

$$\arg(I_1) = 0.927$$

4. Аргумент комплексного тока, град:

$$\frac{\arg(I_1)}{\text{deg}} = 53.13$$

5. Комплексно-сопряженное току число:

$$\bar{I}_1 = 12 - 16j$$

Примечание. Чтобы перевести радианы (рад) в электрические градусы (град) необходимо задаваемую функцию аргумента (arg) в MathCAD разделить на deg.

### Задача 4

Комплекс действующего значения напряжения задан в показательной форме  $\underline{U}_1 = 420e^{-j120^\circ}$  В. Записать комплекс действующего значения напряжения в алгебраической форме. Выделить действительную и мнимую части комплексного числа.

### Решение

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Комплекс действующего напряжения в показательной форме, В :

$$U_1 := 420 \cdot e^{-120 \cdot \text{deg} \cdot j}$$

2. Комплекс действующего напряжения в алгебраической форме, В :

$$U_1 = -210 - 363.73j$$

3. Действительная часть числа :

$$\text{Re}(U_1) = -210$$

4. Мнимая часть числа :

$$\text{Im}(U_1) = -363.73$$

### Задача 5

В результате расчета электрической цепи были получены комплексы действующих токов для узла (рис. 9.1)  $\underline{I}_1 = 2,4 - j1,8$  А,  $\underline{I}_2 = 0,8 - j1,6$  А,  $\underline{I}_3 = -0,4 + j0,7$  А. Определить комплекс действующего значение тока  $\underline{I}_4$  модуль, и начальную фазу.

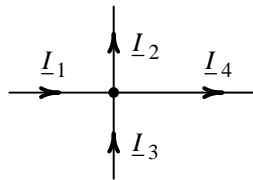


Рис. 1

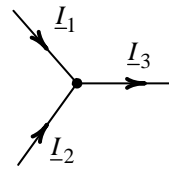


Рис. 2

### Решение

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Комплексы действующих токов, А :

$$I_1 := 2.4 - 1.8j \quad I_2 := 0.8 - 1.6j \quad I_3 := -0.4 + 0.7j$$

2. Комплекс действующего тока  $I_4$  (рис. 9.1):

$$I_4 := I_1 - I_2 + I_3$$

$$I_4 = 1.2 + 0.5j$$

3. Модуль комплексного тока, А :

$$|I_4| = 1.3$$

4. Аргумент комплексного тока (начальная фаза), град :

$$\frac{\text{arg}(I_4)}{\text{deg}} = 22.62$$

### Задача 6

Для узла цепи (рис. 2) определить комплекс действующего тока  $\underline{I}_3$ , модуль и начальную фазу, если  $\underline{I}_1 = 21,4e^{j56,3^\circ}$  А,  $\underline{I}_2 = 16,8e^{-j25,8^\circ}$  А.

### Решение

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD:

1. Комплексы действующих токов, А :

$$I_1 := 21.4 \cdot e^{56.3 \cdot \text{deg} \cdot j} \quad I_2 := 16.8 \cdot e^{-25.8 \cdot \text{deg} \cdot j}$$

2. Комплекс действующего тока  $I_3$  :

$$I_3 := I_1 + I_2$$

$$I_3 = 27 + 10.49j$$

3. Модуль комплексного тока, А :

$$|I_3| = 28.97$$

4. Аргумент комплексного тока (начальная фаза), град :

$$\frac{\arg(I_3)}{\text{deg}} = 21.24$$

### Задача 7

Определить эквивалентное комплексное сопротивление цепи (рис. 9.3), если  $r_1 = 120 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 160 \text{ Ом}$ ,  $r_3 = 110 \text{ Ом}$ ,  $L_1 = 0,45 \text{ Гн}$ ,  $L_2 = 0,25 \text{ Гн}$ ,  $C_3 = 50 \text{ мкФ}$ ,  $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$ .

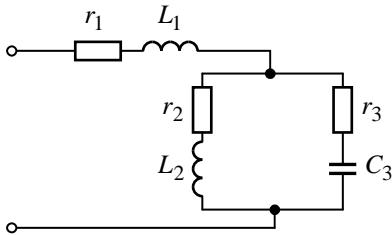


Рис. 3

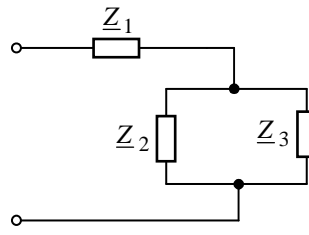


Рис. 4

### Решение

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Ввод исходных данных:  $j := \sqrt{-1}$   $\omega := 200$

Активные сопротивления, Ом:  $r_1 := 120$   $r_2 := 160$   $r_3 := 110$

Индуктивности, Гн:  $L_1 := 0.45$   $L_2 := 0.25$

Емкость, Ф:  $C_3 := 50 \cdot 10^{-6}$

2. Расчет сопротивлений реактивных элементов, Ом :

$$X_{L1} := \omega \cdot L_1 \quad X_{L2} := \omega \cdot L_2 \quad X_{C3} := \frac{1}{\omega \cdot C_3}$$

$$X_{L1} = 90 \quad X_{L2} = 50 \quad X_{C3} = 100$$

3. Комплексные сопротивления ветвей, Ом (рис. 9.4) :

$$Z_1 := r_1 + X_{L1} \cdot j \quad Z_2 := r_2 + X_{L2} \cdot j \quad Z_3 := r_3 - X_{C3} \cdot j$$

$$Z_1 = 120 + 90j \quad Z_2 = 160 + 50j \quad Z_3 = 110 - 100j$$

4. Расчет эквивалентного комплексного сопротивления, Ом :

$$Z_{\text{ЭКВ}} := Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

$$Z_{\text{ЭКВ}} = 207.9 + 67.4j$$

Модуль, Ом:  $|Z_{\text{ЭКВ}}| = 218.54$

Аргумент, град:  $\frac{\arg(Z_{\text{ЭКВ}})}{\text{deg}} = 17.96$

### Задача 8

Определить показания приборов электромагнитной и электродинамической системы (рис. 5), если  $u = 100 \sin(314t + 50^\circ) \text{ В}$ ,  $r_1 = 26 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 32 \text{ Ом}$ ,  $r_3 = 12 \text{ Ом}$ ,  $x_{L2} = 28 \text{ Ом}$ ,  $x_{C1} = 16 \text{ Ом}$ ,  $x_{C3} = 24 \text{ Ом}$ .

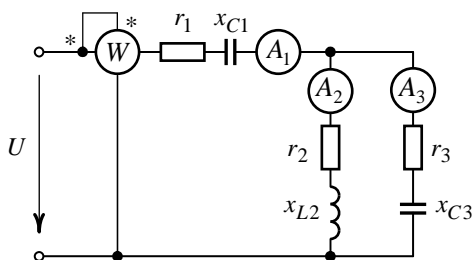


Рис. 5

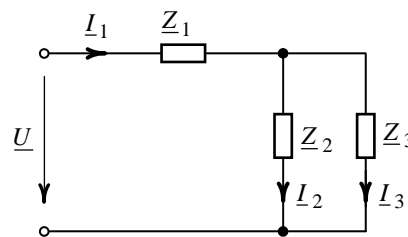


Рис. 6

## Решение

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD:

1. Ввод исходных данных:  $j := \sqrt{-1}$

$$\text{Напряжение, В: } U := \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot 50 \text{deg}}$$

Сопротивления, Ом:  $r_1 := 26$     $r_2 := 32$     $r_3 := 12$

$$X_{L2} := 28 \quad X_{C1} := 16 \quad X_{C3} := 24$$

2. Комплексные сопротивления ветвей, Ом (рис. 9.6):

$$Z_1 := r_1 - X_{C1} \cdot j \quad Z_2 := r_2 + X_{L2} \cdot j \quad Z_3 := r_3 - X_{C3} \cdot j$$

$$Z_1 = 26 - 16j \quad Z_2 = 32 + 28j \quad Z_3 = 12 - 24j$$

3. Расчет эквивалентного комплексного сопротивления всей цепи, Ом:

$$Z_{\text{ЭКВ}} := Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

$$Z_{\text{ЭКВ}} = 48.918 - 27.902j$$

4. Комплекс действующего значения тока в неразветвленной части цепи, А:

$$I_1 := \frac{U}{Z_{\text{ЭКВ}}}$$

$$I_1 = 0.225 + 1.235j$$

5. Комплексы действующих значений токов в разветвленной части цепи, А:

$$I_2 := I_1 \cdot \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \quad I_3 := I_1 \cdot \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}$$

$$I_2 = 0.748 + 0.146j \quad I_3 = -0.524 + 1.089j$$

6. Показания амперметров, установленных в ветвях цепи, А:

$$A_1 := |I_1| \quad A_2 := |I_2| \quad A_3 := |I_3|$$

$$A_1 = 1.256 \quad A_2 = 0.763 \quad A_3 = 1.208$$

7. Показание ваттметра, Вт:  $P_W := \text{Re}(U \cdot \bar{I}_1)$

$$P_W = 77.122$$

## Задача 9

Определить показания ваттметров, установленных в цепи (рис. 7), если  $\underline{E}_1 = 94 e^{j150^\circ}$  В,  $\underline{E}_2 = 126 e^{-j60^\circ}$  В,  $r_1 = 30$  Ом,  $r_2 = 50$  Ом,  $x_{L1} = 15$  Ом,  $x_{L2} = 25$  Ом,  $x_{L3} = 60$  Ом,  $x_{C3} = 45$  Ом.

## Решение

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Ввод исходных данных:  $j := \sqrt{-1}$

Напряжения источников ЭДС, В:  $E_1 := 94 \cdot e^{j \cdot 150 \text{deg}}$   $E_2 := 126 \cdot e^{-j \cdot 60 \text{deg}}$

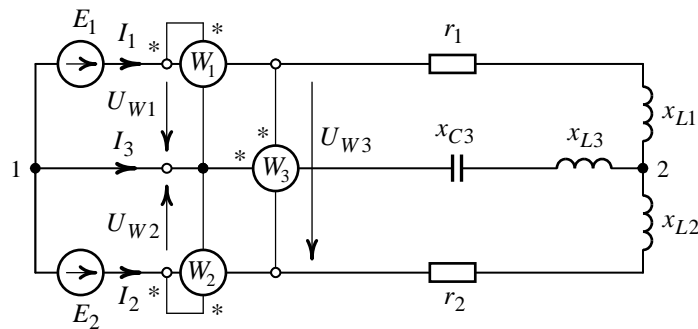


Рис. 7

Сопротивления, Ом:  $r_1 := 30$   $r_2 := 50$   $X_{L1} := 15$

$X_{L2} := 25$   $X_{L3} := 60$   $X_{C3} := 45$

2. Напряжение между узловыми точками 2 и 1, В (рис. 9.7):

$$\phi_1 := 0$$

$$\phi_2 := \frac{\frac{E_1}{r_1 + X_{L1} \cdot j} + \frac{E_2}{r_2 + X_{L2} \cdot j}}{\frac{1}{r_1 + X_{L1} \cdot j} + \frac{1}{r_2 + X_{L2} \cdot j} + \frac{1}{X_{L3} \cdot j - X_{C3} \cdot j}}$$

$$U_{21} := \phi_2 - \phi_1$$

$$U_{21} = -7.103 - 12.569j$$

3. Комплексы действующих значений токов, А (рис.9.7):

$$I_1 := \frac{-U_{21} + E_1}{r_1 + X_{L1} \cdot j} \quad I_2 := \frac{-U_{21} + E_2}{r_2 + X_{L2} \cdot j} \quad I_3 := \frac{-U_{21}}{X_{L3} \cdot j - X_{C3} \cdot j}$$

$$I_1 = -1.187 + 2.579j$$

$$I_2 = 0.349 - 2.106j$$

$$I_3 = 0.838 - 0.474j$$

4. Показания первого ваттметра (W1), Вт:

$$\text{Напряжение } U_{W1}: U_{W1} := E_1$$

$$\text{Мощность, Вт: } P_1 := \text{Re}(U_{W1} \cdot \bar{I}_1)$$

$$P_1 = 217.87$$

5. Показания второго ваттметра (W2), Вт:

$$\text{Напряжение } U_{W2}: U_{W2} := E_2$$

$$\text{Мощность, Вт: } P_2 := \text{Re}(U_{W2} \cdot \bar{I}_2)$$

$$P_2 = 251.77$$

6. Показания третьего ваттметра (W3), Вт:

$$\text{Напряжение } U_{W3}: U_{W3} := E_1 - E_2$$

$$\begin{aligned} \text{Мощность, Вт: } P_3 &:= \operatorname{Re}(U_{W3} \cdot \bar{I}_3) \\ P_3 &= -194.93 \end{aligned}$$

### Задача 10

Определить показания амперметров, установленных в ветвях цепи (рис. 9.8). Выполнить проверку по балансу мощностей.

Дано:  $\underline{E}_1 = 25e^{j90^\circ}$  В,  $\underline{E}_2 = 15e^{-j90^\circ}$  В,  $r_1 = 4$  Ом,  $r_2 = 6$  Ом,  $x_{L1} = 5$  Ом,  $x_{L2} = 3$  Ом,  $x_{C1} = 8$  Ом.

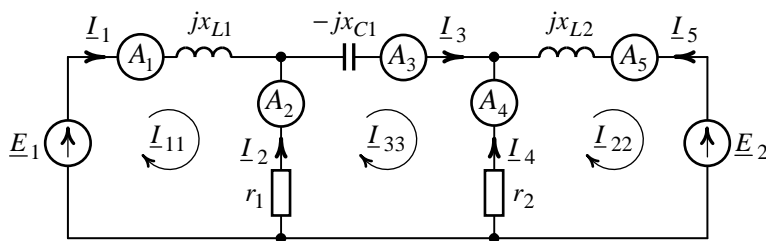


Рис. 8

### Решение

1. Система уравнений, составленная относительно комплексов действующих значений контурных токов, имеет вид

$$\begin{cases} \underline{I}_{11}(r_1 + jx_{L1}) - \underline{I}_{33}r_1 = \underline{E}_1, \\ \underline{I}_{22}(r_2 + jx_{L2}) - \underline{I}_{33}r_2 = -\underline{E}_2, \\ \underline{I}_{33}(r_1 + r_2 - jx_{C1}) - \underline{I}_{11}r_1 - \underline{I}_{22}r_2 = 0. \end{cases}$$

2. Приведем систему к матричной форме записи:

$$\begin{bmatrix} (r_1 + jx_{L1}) & 0 & -r_1 \\ 0 & (r_2 + jx_{L2}) & -r_2 \\ -r_1 & -r_2 & (r_1 + r_2 - jx_{C1}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \\ \underline{I}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_1 \\ -\underline{E}_2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

3. Действительные токи определяются как алгебраическая сумма комплексов действующих значений контурных токов смежных контуров:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11}, \quad \underline{I}_2 = -\underline{I}_{11} + \underline{I}_{33}, \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{33}, \quad \underline{I}_4 = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{33}, \quad \underline{I}_5 = -\underline{I}_{22}.$$

Расчет получим с помощью определителей по формулам Крамера.  
Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Ввод исходных данных:  $j := \sqrt{-1}$

Напряжения источников ЭДС, В:  $E_1 := 25 \cdot e^{j \cdot 90 \text{deg}}$      $E_2 := 15 \cdot e^{-j \cdot 90 \text{deg}}$

Сопротивления, Ом:  $r_1 := 4$      $r_2 := 6$      $X_{L1} := 5$      $X_{L2} := 3$      $X_{C1} := 8$

2. Главный определитель системы :

$$\Delta := \begin{bmatrix} (r_1 + jX_{L1}) & 0 & -r_1 \\ 0 & (r_2 + jX_{L2}) & -r_2 \\ -r_1 & -r_2 & (r_1 + r_2 - jX_{C1}) \end{bmatrix}$$

$$|\Delta| = 186 + 120j$$

Дополнительные определители системы :

$$\Delta_{11} := \begin{bmatrix} E_1 & 0 & -r_1 \\ -E_2 & (r_2 + jX_{L2}) & -r_2 \\ 0 & -r_2 & (r_1 + r_2 - jX_{C1}) \end{bmatrix}$$

$$|\Delta_{11}| = 450 + 1560j$$

$$\Delta_{22} := \begin{bmatrix} (r_1 + jX_{L1}) & E_1 & -r_1 \\ 0 & -E_2 & -r_2 \\ -r_1 & 0 & (r_1 + r_2 - jX_{C1}) \end{bmatrix}$$

$$|\Delta_{22}| = -270 + 1560j$$

$$\Delta_{33} := \begin{bmatrix} (r_1 + jX_{L1}) & 0 & E_1 \\ 0 & (r_2 + jX_{L2}) & -E_2 \\ -r_1 & -r_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|\Delta_{33}| = -750 + 960j$$

3. Решение для комплексов действующих значений контурных токов, A :

$$I_{11} := \frac{|\Delta_{11}|}{|\Delta|} \quad I_{22} := \frac{|\Delta_{22}|}{|\Delta|} \quad I_{33} := \frac{|\Delta_{33}|}{|\Delta|}$$

$$I_{11} = 5.53 + 4.82j \quad I_{22} = 2.8 + 6.58j \quad I_{33} = -0.5 + 5.48j$$

4. Комплексы действующих значений действительных токов, A :

$$I_1 := I_{11} \quad I_2 := -I_{11} + I_{33} \quad I_3 := I_{33} \quad I_4 := I_{22} - I_{33} \quad I_5 := -I_{22}$$

$$I_1 = 5.53 + 4.82j \quad I_4 = 3.29 + 1.1j$$

$$I_2 = -6.02 + 0.66j \quad I_5 = -2.8 - 6.58j$$

$$I_3 = -0.5 + 5.48j$$

5. Показания амперметров, установленных в ветвях схемы (рис. 9.8), A :

$$A_1 := |I_1| \quad A_2 := |I_2| \quad A_3 := |I_3| \quad A_4 := |I_4| \quad A_5 := |I_5|$$

$$A_1 = 7.34 \quad A_2 = 6.06 \quad A_3 = 5.5 \quad A_4 = 3.47 \quad A_5 = 7.15$$

6. Проверка по балансу мощностей :

Мощность, развиваемая источниками, ВА:

$$S_{\text{ист}} := E_1 \cdot \bar{I}_1 + E_2 \cdot \bar{I}_5$$

$$S_{\text{ист}} = 219.25 + 180.16j$$

Мощность, потребляемая, ВА:

$$S_{\text{потр}} := (|I_1|)^2 \cdot jX_{L1} + (|I_2|)^2 \cdot r_1 + (|I_3|)^2 \cdot (-jX_{C1}) + (|I_4|)^2 \cdot r_2 + (|I_5|)^2 \cdot jX_{L2}$$

$$S_{\text{потр}} = 219.25 + 180.16j$$

## Задача 11



Определить показания вольтметров, установленных в цепи (рис. 9), если параметры:  $\underline{E}_1 = 40e^{j150^\circ}$  В,  $\underline{E}_2 = 80e^{-j150^\circ}$  В,  $\underline{E}_3 = 60e^{j60^\circ}$  В,  $\underline{I}_k = 1,5e^{j210^\circ}$  А,  $r_1 = 34$  Ом,  $r_2 = 21$  Ом,  $r_3 = 16$  Ом,  $r_4 = 28$  Ом,  $x_{L1} = 52$  Ом,  $x_{L2} = 36$  Ом,  $x_{L3} = 18$  Ом,  $x_{L4} = 42$  Ом,  $x_{C1} = 21$  Ом,  $x_{C3} = 12$  Ом,  $x_{C4} = 29$  Ом.

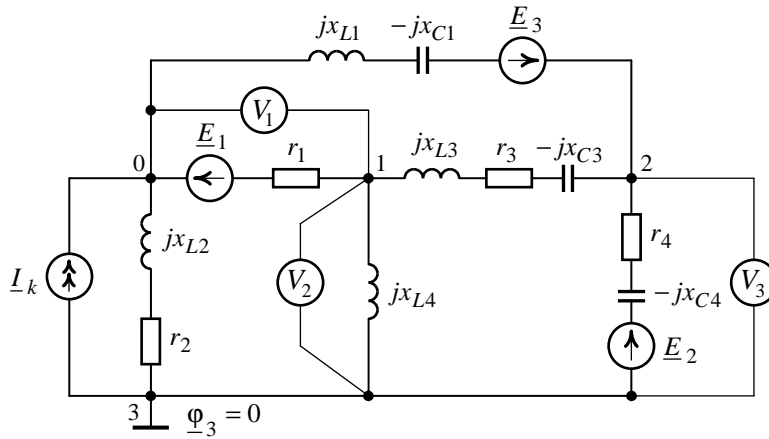


Рис. 9

### Решение

1. Расчет выполним по методу узловых потенциалов.

Введем обозначения комплексных сопротивлений ветвей:

$$\underline{Z}_1 = jx_{L1} - jx_{C1}, \quad \underline{Z}_2 = r_2 + jx_{L2}, \quad \underline{Z}_3 = r_3 + jx_{L3} - jx_{C3},$$

$$\underline{Z}_4 = r_4 - jx_{C4}, \quad \underline{Z}_5 = r_1, \quad \underline{Z}_6 = jx_{L4}.$$

Комплексный потенциал узловой точки 3 примем равным нулю ( $\underline{\Phi}_3 = 0$ ).

Система уравнений для расчета действующих значений комплексных потенциалов  $\underline{\Phi}_0$ ,  $\underline{\Phi}_1$  и  $\underline{\Phi}_2$  будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \underline{\Phi}_0 \left( \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_5} \right) - \underline{\Phi}_1 \frac{1}{\underline{Z}_5} - \underline{\Phi}_2 \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_5} - \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_1} + \underline{I}_k, \\ \underline{\Phi}_1 \left( \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_5} + \frac{1}{\underline{Z}_6} \right) - \underline{\Phi}_0 \frac{1}{\underline{Z}_5} - \underline{\Phi}_2 \frac{1}{\underline{Z}_3} = -\frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_5}, \\ \underline{\Phi}_2 \left( \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} \right) - \underline{\Phi}_0 \frac{1}{\underline{Z}_1} - \underline{\Phi}_1 \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_4} + \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_1}. \end{cases}$$

2. Приведем систему к матричной форме записи:

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_5} \right) & -\frac{1}{\underline{Z}_5} & -\frac{1}{\underline{Z}_1} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_5} & \left( \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_5} + \frac{1}{\underline{Z}_6} \right) & -\frac{1}{\underline{Z}_3} \\ -\frac{1}{\underline{Z}_1} & -\frac{1}{\underline{Z}_3} & \left( \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} \right) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_0 \\ \underline{\Phi}_1 \\ \underline{\Phi}_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{E_1}{Z_5} - \frac{E_3}{Z_1} + I_k \\ -\frac{E_1}{Z_5} \\ \frac{E_2}{Z_4} + \frac{E_3}{Z_1} \end{bmatrix}.$$

3. Показания вольтметров определим через разность потенциалов узловых точек:

$$\underline{U}_{V1} = \underline{\varphi}_0 - \underline{\varphi}_1, \quad \underline{U}_{V2} = \underline{\varphi}_1 - \underline{\varphi}_3, \quad \underline{U}_{V3} = \underline{\varphi}_2 - \underline{\varphi}_3.$$

Пример вычислительного блока, реализованного в среде MathCAD.

1. Ввод исходных данных:  $j := \sqrt{-1}$

Напряжения источников ЭДС, В:

$$E_1 := 40 \cdot e^{j \cdot 15 \text{deg}}$$

$$E_2 := 80 \cdot e^{-j \cdot 150 \text{deg}}$$

$$E_3 := 60 \cdot e^{j \cdot 60 \text{deg}}$$

Ток источника тока, А:  $I_k := 1.5 \cdot e^{j \cdot 210 \text{deg}}$

Сопротивления, Ом:  $r_1 := 34 \quad r_2 := 21 \quad r_3 := 16 \quad r_4 := 28$

$X_{L1} := 52 \quad X_{L2} := 36 \quad X_{L3} := 18 \quad X_{L4} := 42$

$X_{C1} := 21 \quad X_{C3} := 12 \quad X_{C4} := 29$

2. Комплексные сопротивления ветвей:

$$Z_1 := jX_{L1} - jX_{C1} \quad Z_2 := r_2 + jX_{L2} \quad Z_3 := r_3 + jX_{L3} - jX_{C3}$$

$$Z_4 := r_4 - jX_{C4} \quad Z_5 := r_1 \quad Z_6 := jX_{L4}$$

3. Матрица коэффициентов системы:

$$Y := \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_5} \right) & -\frac{1}{Z_5} & -\frac{1}{Z_1} \\ -\frac{1}{Z_5} & \left( \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_5} + \frac{1}{Z_6} \right) & -\frac{1}{Z_3} \\ -\frac{1}{Z_1} & -\frac{1}{Z_3} & \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \right) \end{bmatrix}$$

Вектор свободных членов:

$$V := \begin{pmatrix} \frac{E_1}{Z_5} - \frac{E_3}{Z_1} + I_k \\ -\frac{E_1}{Z_5} \\ \frac{E_2}{Z_4} + \frac{E_3}{Z_1} \end{pmatrix}$$

Вектор искомых потенциалов :  $\phi := Y^{-1} \cdot V$

Решение для комплексных потенциалов узловых точек, В : 
$$\phi = \begin{pmatrix} -8.66 - 79.42j \\ 19.99 - 92.55j \\ 19.75 - 102.81j \end{pmatrix}$$

$$\phi_0 = -8.66 - 79.42j$$

$$\phi_1 = 19.99 - 92.55j$$

$$\phi_2 = 19.75 - 102.81j$$

4. Напряжения в местах установки вольтметров, В :  $\phi_3 := 0$

$$U_{V1} := \phi_0 - \phi_1 \quad U_{V2} := \phi_1 - \phi_3 \quad U_{V3} := \phi_2 - \phi_3$$

$$U_{V1} = -28.66 + 13.13j \quad U_{V2} = 19.99 - 92.55j \quad U_{V3} = 19.75 - 102.81j$$

Показания вольтметров, В

$$V_1 := |U_{V1}| \quad V_2 := |U_{V2}| \quad V_3 := |U_{V3}|$$

$$V_1 = 31.52 \quad V_2 = 94.68 \quad V_3 = 104.69$$