

Тема 4. Мощность трехфазной системы. Измерение активной мощности

Возможность представления трехфазной системы в виде совокупности из трех однофазных позволяет производить расчет активной и реактивной мощностей отдельно на каждую фазу. Из этого следует, что активная и реактивная мощности трехфазной цепи равны суммам этих мощностей ее отдельных фаз. Следует также учитывать особенности при определении мощности для случаев симметричной и несимметричной нагрузки. Эти особенности также учитываются при измерениях активной мощности.

При выполнении мощностных расчетов в трехфазных системах, как правило, интересуют вопросы, связанные с вычислениями потребляемой мощности, сохранением баланса по активной и реактивной мощностям, измерением активной мощности и определением показаний ваттметров в зависимости от схемы их включения.

Задача 4.1

К симметричному трехфазному генератору с фазной ЭДС $E_{\phi} = 220 \text{ В}$ через линию подключена симметричная нагрузка, соединенная звездой (рис. 4.1). Рассчитать комплексы действующих значений токов в фазах. Определить активную, реактивную и полную мощности трехфазной системы, мощность, расходуемую в нагрузке и потери мощности в линии, если сопротивления фаз нагрузки $Z_H = 100 + j50 \text{ Ом}$, сопротивления линии $r = 10 \text{ Ом}$, $x_L = 20 \text{ Ом}$.

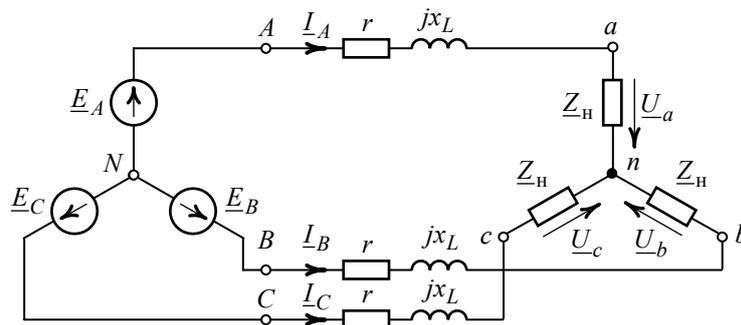


Рис. 4.1

Решение

1. Принимаем комплексы действующих значений фазных ЭДС генератора равными:

$$\underline{E}_A = 220 \angle 0^\circ \text{ В}, \quad \underline{E}_B = a^2 \underline{E}_A = 220 \angle -120^\circ \text{ В}, \quad \underline{E}_C = a \underline{E}_A = 220 \angle 120^\circ \text{ В}.$$

2. Для случая симметрии фаз напряжение смещения нейтрали $\underline{U}_{nN} = 0$, следовательно, расчет комплексов действующих значений токов выполним по одной фазе (например, по фазе A):

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \frac{\underline{E}_A}{Z_A} = \frac{\underline{E}_A}{r + jx_L + Z_H} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 + j20 + 100 + j50} = \\ &= \frac{220 \angle 0^\circ}{130,38 \angle 32,5^\circ} = 1,69 \angle -32,5^\circ \text{ А}. \end{aligned}$$

Комплексы действующих значений токов в фазах B и C получим с помощью фазного множителя:

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = e^{-j120^\circ} 1,69 \underline{\underline{-32,5^\circ}} = 1,69 \underline{\underline{-152,5^\circ}} \text{ A},$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A = e^{j120^\circ} 1,69 \underline{\underline{-32,5^\circ}} = 1,69 \underline{\underline{87,5^\circ}} \text{ A}.$$

3. Мощность, с учетом симметрии трехфазной системы, определим через комплексную мощность, например, фазы A генератора:

$$\tilde{S}_A = \underline{E}_A \bar{I}_A = 220 \underline{\underline{0^\circ}} \cdot 1,69 \underline{\underline{+32,5^\circ}} = 313,2 + j199,3 \text{ ВА}.$$

Действительная часть от комплексной мощности составляет активную мощность фазы A генератора:

$$P_A = \operatorname{Re}[\tilde{S}_A] = \operatorname{Re}[313,2 + j199,3] = 313,2 \text{ Вт}.$$

Мнимая часть от комплексной мощности составляет реактивную мощность фазы A генератора

$$Q_A = \operatorname{Im}[\tilde{S}_A] = \operatorname{Im}[313,2 + j199,3] = 199,3 \text{ ВАр}.$$

Полная мощность фазы A генератора

$$S_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2} = \sqrt{313,2^2 + 199,3^2} = 371,2 \text{ ВА}.$$

Следовательно, активная, реактивная и полная мощности трехфазной системы определяются через соотношения:

$$P = 3P_A = 3 \cdot 313,2 = 939,6 \text{ Вт}, \quad Q = 3Q_A = 597,9 \text{ ВАр},$$

$$S = 3S_A = 3 \cdot 371,2 = 1113,6 \text{ ВА}.$$

4. Мощность, расходуемая (потребляемая) в нагрузке:

$$P_n = 3P_a = 3 \operatorname{Re}[\underline{U}_a \bar{I}_A] = 3 [188,95 \underline{\underline{-5,9^\circ}} \cdot 1,69 \underline{\underline{+32,5^\circ}}] = 856,6 \text{ Вт},$$

где \underline{U}_a – напряжение на фазе A нагрузки:

$$\underline{U}_a = \underline{I}_A \underline{Z}_n = 1,69 \underline{\underline{-32,5^\circ}} \cdot (100 + j50) = 188,95 \underline{\underline{-5,9^\circ}} \text{ В}.$$

5. Мощность потерь в линии

$$P_{\text{л}} = 3I_A^2 r = 3 \cdot 1,69^2 \cdot 10 = 85,7 \text{ Вт}.$$

Задача 4.2

К симметричному трехфазному генератору (рис. 5.2) с фазной ЭДС $E_\phi = 127 \text{ В}$ подключена несимметричная нагрузка, соединенная звездой с нулевым проводом (рис. 5.2). Определить полную мощность трехфазного генератора и мощность, расходуемую в нагрузке, если сопротивления фаз нагрузки $\underline{Z}_a = 30 + j40 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_b = 20 - j60 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_c = 10 + j50 \text{ Ом}$; сопротивление линии $\underline{Z}_{\text{л}} = 3 + j5 \text{ Ом}$; сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_0 = 4 + j9 \text{ Ом}$. Выполнить проверку по балансу активных и реактивных мощностей.

Решение

1. Принимаем комплексы действующих значений фазных ЭДС генератора:

$$\underline{E}_A = 127 \angle 0^\circ \text{ В}, \quad \underline{E}_B = a^2 \underline{E}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 127 \angle 0^\circ = 127 \angle -120^\circ \text{ В},$$

$$\underline{E}_C = a \underline{E}_A = e^{j120^\circ} \cdot 127 \angle 0^\circ = 127 \angle 120^\circ \text{ В}.$$

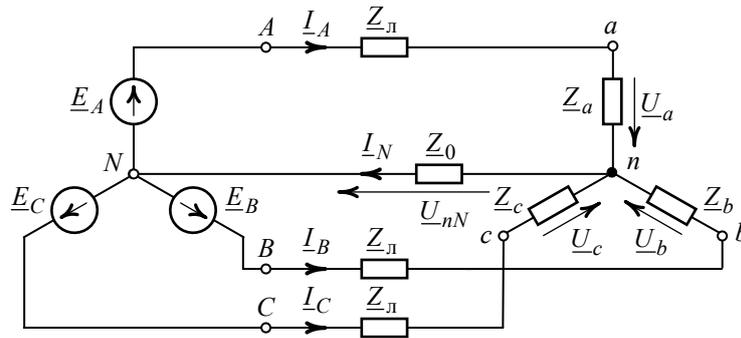


Рис. 4.2

2. Комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_л + \underline{Z}_a = 33 + j45 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_B = \underline{Z}_л + \underline{Z}_b = 23 - j55 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_C = \underline{Z}_л + \underline{Z}_c = 13 + j55 \text{ Ом}.$$

3. Напряжение смещения нейтрали:

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\underline{E}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\underline{E}_C}{\underline{Z}_C}}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_0}} = \frac{4,71 \angle -25^\circ}{0,1256 \angle -60,2^\circ} = 37,5 \angle 35,2^\circ \text{ В}.$$

4. Комплексы действующих значений линейных токов и тока в нейтрали:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_A} = \frac{127 \angle 0^\circ - 37,5 \angle 35,2^\circ}{33 + j45} = 1,77 \angle -66,4^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{E}_B - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_B} = \frac{127 \angle -120^\circ - 37,5 \angle 35,2^\circ}{23 - j55} = 2,71 \angle -58,3^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{E}_C - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_C} = \frac{127 \angle 120^\circ - 37,5 \angle 35,2^\circ}{13 + j55} = 2,28 \angle 60,1^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_N = \frac{\underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_0} = \frac{37,5 \angle 35,2^\circ}{4 + j9} = 3,81 \angle -30,8^\circ \text{ А}.$$

Проверка по первому закону Кирхгофа: $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_N$,

$$1,77 \angle -66,4^\circ + 2,71 \angle -58,3^\circ + 2,28 \angle 60,1^\circ = 3,81 \angle -30,8^\circ \text{ А}.$$

5. Полную мощность трехфазного генератора определим через выражение его комплексной мощности:

$$\begin{aligned}\tilde{S}_\Gamma &= \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = \underline{E}_A \bar{I}_A + \underline{E}_B \bar{I}_B + \underline{E}_C \bar{I}_C = \\ &= 127 \angle 0^\circ \cdot 1,77 \angle +66,4^\circ + 127 \angle -120^\circ \cdot 2,71 \angle +58,3^\circ + \\ &\quad + 127 \angle 120^\circ \cdot 2,28 \angle -60,1^\circ = 426,9 \angle 21,1^\circ \text{ ВА}.\end{aligned}$$

Полная мощность трехфазного генератора

$$S_\Gamma = |\tilde{S}_\Gamma| = 426,9 \text{ ВА}.$$

6. Мощность, расходуемая в нагрузке.

Предварительно рассчитаем напряжения на фазах нагрузки (рис. 4.2):

$$\underline{U}_a = \underline{I}_A \underline{Z}_a = 1,77 \angle -66,4^\circ \cdot (30 + j40) = 88,5 \angle -13,3^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_b = \underline{I}_B \underline{Z}_b = 2,71 \angle -58,3^\circ \cdot (20 - j60) = 171,4 \angle -129,9^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_c = \underline{I}_C \underline{Z}_c = 2,28 \angle 60,1^\circ \cdot (10 + j50) = 116,5 \angle 138,8^\circ \text{ В}.$$

$$\begin{aligned}P_\Pi &= P_{a\Pi} + P_{b\Pi} + P_{c\Pi} = \operatorname{Re}[\underline{U}_a \bar{I}_A] + \operatorname{Re}[\underline{U}_b \bar{I}_B] + \operatorname{Re}[\underline{U}_c \bar{I}_C] = \\ &= \operatorname{Re}[88,5 \angle -13,3^\circ \cdot 1,77 \angle +66,4^\circ] + \operatorname{Re}[171,4 \angle -129,9^\circ \cdot 2,71 \angle +58,3^\circ] + \\ &\quad + \operatorname{Re}[116,3 \angle 138,8^\circ \cdot 2,28 \angle -60,1^\circ] = 292,6 \text{ Вт}.\end{aligned}$$

7. Проверка по балансу активных и реактивных мощностей.

Комплексная мощность трехфазного генератора (см. п. 5):

$$\tilde{S}_\Gamma = \underline{E}_A \bar{I}_A + \underline{E}_B \bar{I}_B + \underline{E}_C \bar{I}_C = 426,9 \angle 21,1^\circ = 398,9 + j153,7 \text{ ВА}.$$

Отсюда генерируемые активная и реактивная мощности:

$$P_\Gamma = \operatorname{Re}[\tilde{S}_\Gamma] = \operatorname{Re}[398,9 + j153,7] = 398,9 \text{ Вт},$$

$$Q_\Gamma = \operatorname{Im}[\tilde{S}_\Gamma] = \operatorname{Im}[398,9 + j153,7] = 153,7 \text{ Вт}.$$

Комплексная мощность всей цепи:

$$\begin{aligned}\tilde{S}_\Pi &= I_A^2 \underline{Z}_A + I_B^2 \underline{Z}_B + I_C^2 \underline{Z}_C + I_N^2 \underline{Z}_0 = \\ &= 1,77^2 (33 + j45) + 2,71^2 (23 - j55) + 2,28^2 (13 + j55) + \\ &\quad + 3,81^2 (4 + j9) = 397,9 + j153,6 \text{ ВА}.\end{aligned}$$

Следовательно, потребляемая активная мощность и реактивная мощности цепи:

$$P_\Pi = \operatorname{Re}[\tilde{S}_\Pi] = \operatorname{Re}[397,9 + j153,6] = 397,9 \text{ Вт},$$

$$Q_\Pi = \operatorname{Im}[\tilde{S}_\Pi] = \operatorname{Im}[397,9 + j153,6] = 153,6 \text{ ВАр}.$$

Относительная ошибка вычислений по активной и реактивной мощностям составляет:

$$\delta_P \% = \frac{398,9 - 397,9}{\frac{1}{2}(398,9 + 397,9)} 100 \% = 0,25 \%,$$

$$\delta_Q \% = \frac{153,7 - 153,6}{\frac{1}{2}(153,7 + 153,6)} 100 \% = 0,07 \%$$

Задача 4.3

К зажимам трехфазного симметричного генератора с фазным напряжением $U_\phi = 220$ В подключена симметричная нагрузка, соединенная звездой с нейтральным проводом (рис. 4.3). Определить показание ваттметра и активную мощность всей цепи для случаев нормального режима работы цепи и в режиме короткого замыкания в фазе а, если $Z_H = 30 - j40$ Ом, $Z_0 = 5 + j10$ Ом.

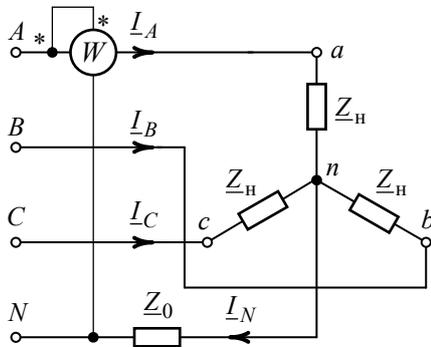


Рис. 4.3

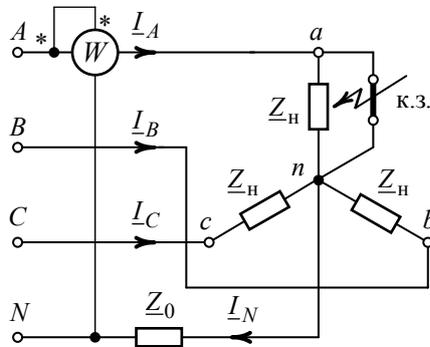


Рис. 4.4

Решение

1. Принимаем комплексы действующих значений напряжений фаз генератора:

$$\underline{U}_A = 220 \angle 0^\circ \text{ В}, \quad \underline{U}_B = a^2 \underline{U}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 220 \angle 0^\circ = 220 \angle -120^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_C = a \underline{U}_A = e^{j120^\circ} \cdot 220 \angle 0^\circ = 220 \angle 120^\circ \text{ В}.$$

2. Для случая симметричной нагрузки (рис. 4.3) напряжения фаз генератора и нагрузки совпадают ($\underline{U}_{nN} = 0$, $\underline{I}_N = 0$).

Комплекс действующего значения тока в фазе А

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{Z_H} = \frac{220 \angle 0^\circ}{30 - j40} = 4,4 \angle 53,1^\circ \text{ А}.$$

3. Показание ваттметра

$$\begin{aligned} P_W &= \operatorname{Re}[\underline{U}_W \bar{I}_A] = \operatorname{Re}[220 \angle 0^\circ \cdot 4,4 \angle -53,1^\circ] = \\ &= \operatorname{Re}[581,2 - j774,1] = 581,2 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

где $\underline{U}_W = \underline{U}_A$ – напряжение, приложенное к измерительной обмотке ваттметра.

4. Учитывая симметричный характер нагрузки и то, что показание ваттметра соответствует активной мощности фазы A , активная мощность всей цепи определится из выражения

$$P = 3P_W = 3 \cdot 581,2 = 1743,6 \text{ Вт}.$$

5. В режиме короткого замыкания в фазе a нагрузки (рис. 4.4) возникнет несимметрия фаз. Напряжение смещения нейтрали станет равным фазному $\underline{U}_{nN} = \underline{U}_A$.

Комплексы действующих значений токов трехфазной системы:

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B - \underline{U}_A}{\underline{Z}_H} = \frac{220 \angle -120^\circ - 220 \angle 0^\circ}{30 - j40} = 7,62 \angle -96,9^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C - \underline{U}_A}{\underline{Z}_H} = \frac{220 \angle 120^\circ - 220 \angle 0^\circ}{30 - j40} = 7,62 \angle -156,9^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_N = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_0} = \frac{220 \angle 0^\circ}{5 + j10} = 19,8 \angle -63,4^\circ \text{ А}.$$

По первому закону Кирхгофа ток фазы A определится как

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_N - \underline{I}_B - \underline{I}_C = \\ &= 19,8 \angle -63,4^\circ - 7,62 \angle -96,9^\circ - 7,62 \angle -156,9^\circ = 18,25 \angle -23,1^\circ \text{ А}. \end{aligned}$$

6. Показание ваттметра:

$$P_W = \operatorname{Re}[\underline{U}_W \bar{I}_A] = \operatorname{Re}[220 \angle 0^\circ \cdot 18,25 \angle +23,1^\circ] = 3693,1 \text{ Вт},$$

где $\underline{U}_W = \underline{U}_A = 220 \angle 0^\circ \text{ В}$.

7. Активную мощность всей цепи в режиме короткого замыкания определим через активную мощность, доставляемую генератором, используя выражение комплексной мощности:

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re}[\underline{U}_A \bar{I}_A + \underline{U}_B \bar{I}_B + \underline{U}_C \bar{I}_C] = \operatorname{Re}[220 \angle 0^\circ \cdot 18,25 \angle +23,1^\circ + \\ &+ 220 \angle -120^\circ \cdot 7,62 \angle +96,9^\circ + 220 \angle 120^\circ \cdot 7,62 \angle +156,9^\circ] = 5436,5 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Задача 4.4

К трехфазной четырехпроводной линии передач с фазным напряжением источника $U_\phi = 240 \text{ В}$ подключена несимметричная нагрузка, соединенная звездой, с нейтральным проводом (рис. 5.5). Определить показания ваттметров и активную мощность, потребляемую схемой, если сопротивление линии $r = 10 \text{ Ом}$, $x_L = 15 \text{ Ом}$, сопротивление нагрузки $\underline{Z}_a = 30 + j20 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_b = 20 - j100 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_c = 60 + j120 \text{ Ом}$.

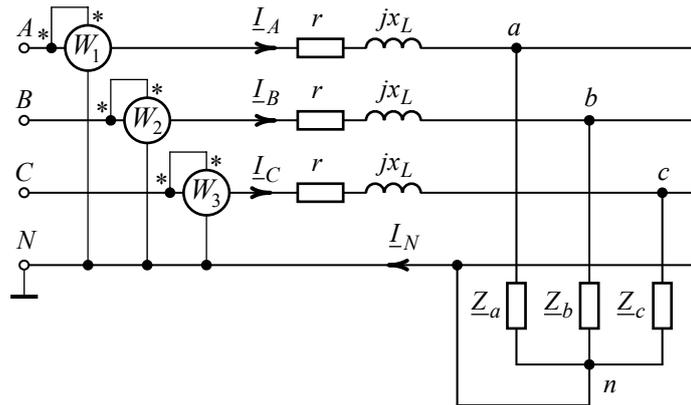


Рис. 4.5

Решение

1. Принимаем комплексы действующих значений фазных напряжений трехфазного источника:

$$\underline{U}_A = U_\phi e^{j0^\circ} = 240 \underline{|0^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_B = a^2 \underline{U}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 240 \underline{|0^\circ} = 240 \underline{|-120^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_C = a \underline{U}_A = e^{j120^\circ} \cdot 240 \underline{|0^\circ} = 240 \underline{|120^\circ} \text{ В}.$$

2. Комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_A = r + jx_L + \underline{Z}_a = 40 + j35 \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_B = r + jx_L + \underline{Z}_b = 30 - j85 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_C = r + jx_L + \underline{Z}_c = 70 + j135 \text{ Ом}.$$

3. Комплексы действующих значений линейных токов, учитывая, что $\underline{U}_{nN} = 0$, определим по закону Ома:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{240 \underline{|0^\circ}}{40 + j35} = 4,52 \underline{|-41,2^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{240 \underline{|-120^\circ}}{30 - j85} = 2,66 \underline{|-49,4^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{240 \underline{|120^\circ}}{70 + j135} = 1,58 \underline{|57,4^\circ} \text{ А}.$$

4. Показания ваттметров найдем, используя формулу комплексной мощности:

$$\begin{aligned} P_{W1} &= \operatorname{Re}[\underline{U}_{W1} \bar{I}_A] = \operatorname{Re}[240 \underline{|0^\circ} \cdot 4,52 \underline{|+41,2^\circ}] = \\ &= \operatorname{Re}[816,2 + j714,5] = 816,2 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

где $\underline{U}_{W1} = \underline{U}_A = 240 \underline{|0^\circ} \text{ В}$.

$$\begin{aligned} P_{W2} &= \operatorname{Re}[\underline{U}_{W2} \bar{I}_B] = \operatorname{Re}[240 \underline{|-120^\circ} \cdot 2,66 \underline{|+49,4^\circ}] = \\ &= \operatorname{Re}[212,1 - j602,2] = 212,1 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

где $\underline{U}_{W2} = \underline{U}_B = 240 \underline{|-120^\circ} \text{ В}$.

$$P_{W3} = \operatorname{Re}[\underline{U}_{W3} \bar{I}_C] = \operatorname{Re}[240 \angle 120^\circ \cdot 1,58 \angle -57,4^\circ] = \\ = \operatorname{Re}[174,5 + j336,7] = 174,5 \text{ Вт},$$

где $\underline{U}_{W3} = \underline{U}_C = 240 \angle 120^\circ \text{ В}$.

5. Принимая во внимание, что при данном способе включения ваттметров показываемая ими мощность равна активной мощности соответствующих фаз, то активная мощность всей системы может быть определена как сумма мощностей отдельных фаз по выражению

$$P = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3} = 816,2 + 212,1 + 174,5 = 1202,8 \text{ Вт}.$$

Задача 4.5

Цепь (рис. 5.6) получает питание от симметричного трехфазного генератора с фазным напряжением $U_\phi = 220 \text{ В}$. Найти показания ваттметров и активную мощность всей системы, если сопротивление линии $x_L = 50 \text{ Ом}$, комплексные сопротивления фаз нагрузки $\underline{Z}_{ab} = 30 + j100 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{bc} = 10 - j200 \text{ Ом}$, $\underline{Z}_{ca} = 60 + j150 \text{ Ом}$.

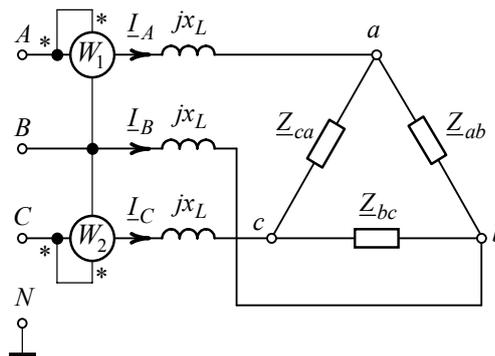


Рис. 4.6

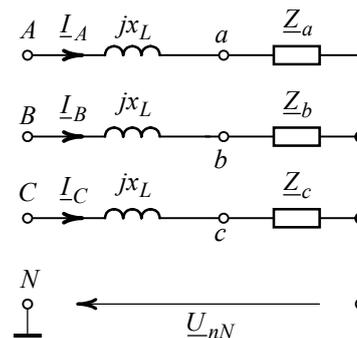


Рис. 4.7

Решение

1. Комплексы действующих значений фазных напряжений генератора:

$$\underline{U}_A = U_\phi e^{j0^\circ} = 220 \angle 0^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_B = a^2 \underline{U}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 220 \angle 0^\circ = 220 \angle -120^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_C = a \underline{U}_A = e^{j120^\circ} \cdot 220 \angle 0^\circ = 220 \angle 120^\circ \text{ В}.$$

2. Преобразуем треугольник сопротивлений нагрузки в эквивалентную звезду сопротивлений (рис. 4.7):

$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{Z}_{ab} \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{(30 + j100)(60 + j150)}{100 + j50} = 150,86 \angle 114,9^\circ \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_b = \frac{\underline{Z}_{bc} \underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{(10 - j200)(30 + j100)}{100 + j50} = 186,99 \angle -40,4^\circ \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_{ca} \underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{(60 + j150)(10 - j200)}{100 + j50} = 289,4 \angle -45,5^\circ \text{ Ом}.$$

3. Комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_A = jx_L + \underline{Z}_a = j50 + 150,86 \angle 114,9^\circ = 197,34 \angle 108,8^\circ \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_B = jx_L + \underline{Z}_b = j50 + 186,99 \angle -40,4^\circ = 159,21 \angle -26,6^\circ \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_C = jx_L + \underline{Z}_c = j50 + 289,4 \angle -45,5^\circ = 256,15 \angle -37,6^\circ \text{ Ом}.$$

4. Комплекс действующего значения напряжения смещения нейтрали (рис. 4.7):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nN} &= \frac{\frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C}}{\frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C}} = \\ &= \frac{\frac{220 \angle 0^\circ}{197,34 \angle 108,8^\circ} + \frac{220 \angle -120^\circ}{159,21 \angle -26,6^\circ} + \frac{220 \angle 120^\circ}{256,15 \angle -37,6^\circ}}{\frac{1}{197,34 \angle 108,8^\circ} + \frac{1}{159,21 \angle -26,6^\circ} + \frac{1}{256,15 \angle -37,6^\circ}} = \\ &= \frac{2,443 \angle -120,4^\circ}{(7,087 \angle 3,2^\circ) \cdot 10^{-3}} = 344,72 \angle -123,6^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

5. Комплексы действующих значений линейных токов:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_A} = \frac{220 \angle 0^\circ - 344,72 \angle -123,6^\circ}{197,34 \angle 108,6^\circ} = 2,54 \angle -73,8^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_B} = \frac{220 \angle -120^\circ - 344,72 \angle -123,6^\circ}{159,21 \angle -26,6^\circ} = 0,79 \angle 76,7^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C - \underline{U}_{nN}}{\underline{Z}_C} = \frac{220 \angle 120^\circ - 344,72 \angle -123,6^\circ}{256,15 \angle -37,6^\circ} = 1,89 \angle 117,9^\circ \text{ А}.$$

6. Показания ваттметров:

$$\begin{aligned} P_{W1} &= \text{Re}[\underline{U}_{W1} \bar{I}_A] = \text{Re}[380 \angle 30^\circ \cdot 2,54 \angle +73,8^\circ] = \\ &= \text{Re}[-230,2 + j937,3] = -230,2 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

где $\underline{U}_{W1} = \underline{U}_{AB} = 380 \angle 30^\circ \text{ В}$.

$$\begin{aligned} P_{W2} &= \text{Re}[\underline{U}_{W2} \bar{I}_C] = \text{Re}[-380 \angle -90^\circ \cdot 1,89 \angle -117,9^\circ] = \\ &= \text{Re}[634,7 - j336,1] = 634,7 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

где $\underline{U}_{W2} = -\underline{U}_{BC} = -380 \angle -90^\circ \text{ В}$.

7. При данном способе включения ваттметров активная мощность всей системы может быть определена как алгебраическая сумма показаний каждого ваттметра в отдельности:

$$P = P_{W1} + P_{W2} = -230,2 + 634,7 = 404,5 \text{ Вт}.$$

Задача 4.6

Найти показания ваттметров для двух схем включения его измерительных обмоток (рис. 4.8, а, б), если линейное напряжение источника $U_{\text{л}} = 150 \text{ В}$, комплексные сопротивления фаз, соединенных в треугольник, $Z_{ab} = 20 + j10 \text{ Ом}$, $Z_{bc} = 30 - j50 \text{ Ом}$, $Z_{ca} = 40 + j20 \text{ Ом}$.

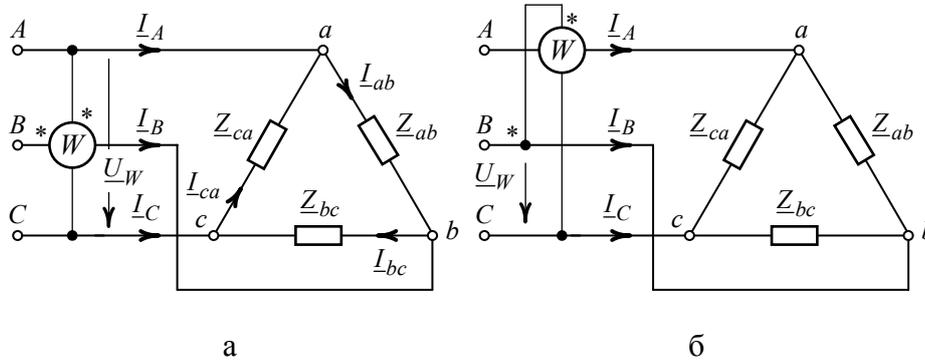


Рис. 4.8

Решение

1. Комплексы действующих значений линейных напряжений источника:

$$\underline{U}_{AB} = U_{\text{л}} e^{j0^\circ} = 150 \underline{0^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_{AB} = e^{-j120^\circ} \cdot 150 \underline{0^\circ} = 150 \underline{-120^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{CA} = a \underline{U}_{AB} = e^{j120^\circ} \cdot 150 \underline{0^\circ} = 150 \underline{120^\circ} \text{ В}.$$

2. Комплексы действующих значений фазных токов:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB}}{Z_{ab}} = \frac{150 \underline{0^\circ}}{20 + j10} = 6,71 \underline{-26,6^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC}}{Z_{bc}} = \frac{150 \underline{-120^\circ}}{30 - j50} = 2,57 \underline{-60,9^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{CA}}{Z_{ca}} = \frac{150 \underline{120^\circ}}{40 + j20} = 3,35 \underline{93,4^\circ} \text{ А}.$$

3. Комплексы действующих значений линейных токов определим по первому закону Кирхгофа через разность фазных токов:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 6,71 \underline{-26,6^\circ} - 3,35 \underline{93,4^\circ} = 8,87 \underline{-45,7^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = 2,57 \underline{-60,9^\circ} - 6,71 \underline{-26,6^\circ} = 4,81 \underline{170,9^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 3,35 \underline{93,4^\circ} - 2,57 \underline{-60,9^\circ} = 5,77 \underline{104,5^\circ} \text{ А}.$$

4. Показания ваттметра для схемы включения рис. 4.8, а:

$$\begin{aligned} P_W &= \operatorname{Re}[\underline{U}_W \bar{I}_B] = \operatorname{Re}[-150 \angle 120^\circ \cdot 4,81 \angle -170,9^\circ] = \\ &= \operatorname{Re}[-455 + j559,9] = -455 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

где $\underline{U}_W = -\underline{U}_{CA} = -150 \angle 120^\circ \text{ В}$.

5. Показания ваттметра для схемы включения (рис. 4.8, б):

$$\begin{aligned} P_W &= \operatorname{Re}[\underline{U}_W \bar{I}_A] = \operatorname{Re}[150 \angle -120^\circ \cdot 8,87 \angle +45,7^\circ] = \\ &= \operatorname{Re}[360 - j1280,9] = 360 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

где $\underline{U}_W = \underline{U}_{BC} = 150 \angle -120^\circ \text{ В}$.