

Тема 1. Расчет трехфазных цепей при симметричной нагрузке

Трехфазные системы синусоидального тока – наиболее распространенные системы электроснабжения. При решении задач следует учитывать, что теория трехфазных цепей базируется на теории однофазных цепей синусоидального тока, однако она имеет ряд особенностей, главные из которых состоят в том, что соотношения между напряжениями и токами зависят от схемы соединения трехфазной системы ЭДС, нагрузки (сопротивлений фаз) и ее равномерности.

При симметричном режиме сопротивления всех трех фаз одинаковы, а трехфазный генератор образует симметричную систему трех синусоидальных ЭДС, имеющих одинаковую амплитуду и частоту и сдвинутых по фазе на 120° . ЭДС генератора, а также фазы сопротивлений нагрузки могут соединяться звездой или треугольником, при этом напряжения и токи во всех фазах одинаковы по величине, а по фазе отличаются на 120° , что позволяет вести расчеты по одной фазе.

Методы расчета симметричных режимов определяются схемой соединения трехфазного генератора и нагрузки.

Задача 1.1

Для симметричной трехфазной системы с действующим фазным напряжением 220 В при соединении обмоток генератора звездой (рис. 1.1, а) и треугольником (рис. 1.1, б) записать выражения для комплексных и мгновенных значений фазных и линейных напряжений. Построить топографическую диаграмму напряжений и зависимость мгновенных величин от времени.

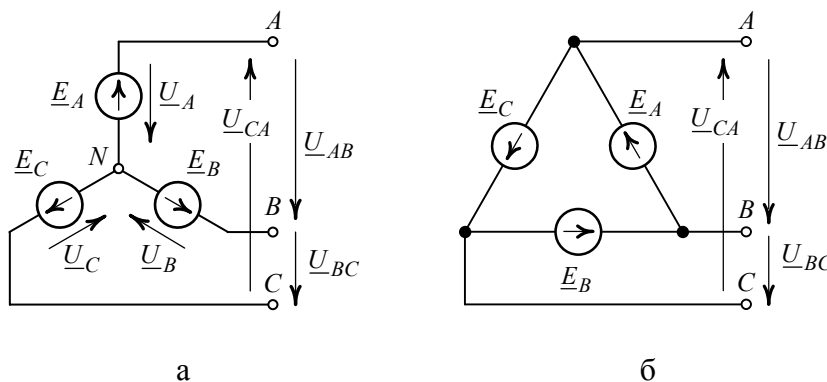


Рис. 1.1

Решение

1. При соединении обмоток генератора звездой (рис. 1.1, а), если принять за начало отсчета момент, когда ЭДС фазы А проходит через нуль, при прямом порядке чередования фаз мгновенные значения напряжений фаз равны:

$$u_A = U_m \sin \omega t = 220\sqrt{2} \sin \omega t \text{ В,}$$

$$u_B = U_m \sin(\omega t - 120^\circ) = 220\sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ) \text{ В,}$$

$$u_C = U_m \sin(\omega t + 120^\circ) = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ В.}$$

П р и м е ч а н и е. Внутренним сопротивлением фаз генератора можно пренебречь. В этом случае фазные напряжения u_A , u_B и u_C считают численно равными ЭДС e_A , e_B и e_C .

Тогда для комплексов действующих значений фазных напряжений имеем

$$\underline{U}_A = Ue^{j0^\circ} = 220e^{j0^\circ} = 220|_{0^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_B = Ue^{-j120^\circ} = 220e^{-j120^\circ} = 220|_{-120^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_C = Ue^{j120^\circ} = 220e^{j120^\circ} = 220|_{120^\circ} \text{ В}.$$

Комплексы действующих значения этих же напряжений в алгебраической форме:

$$\underline{U}_A = 220e^{j0^\circ} = 220(1 + j0) = 220 \text{ В},$$

$$\underline{U}_B = 220e^{-j120^\circ} = 220\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -110 - j190,5 \text{ В},$$

$$\underline{U}_C = 220e^{j120^\circ} = 220\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -110 + j190,5 \text{ В}.$$

П р и м е ч а н и е. Комплексы действующих значений фазных напряжений в показательной форме могут быть записаны с помощью фазного множителя трехфазной системы:

$$\underline{U}_A = U, \quad \underline{U}_B = a^2 \underline{U}, \quad \underline{U}_C = a \underline{U},$$

$$\text{где } a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a^2 = \left(e^{j120^\circ}\right)^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Значение суммы: $1 + a + a^2 = 0$.

Комплексы действующих значений линейных напряжений (напряжений между соответствующими началами фаз) с учетом заданных положительных направлений (рис. 1.1, а):

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = 220e^{j0^\circ} - 220e^{-j120^\circ} =$$

$$= 220\sqrt{3}e^{j30^\circ} \approx 380|_{30^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C = 220e^{-j120^\circ} - 220e^{j120^\circ} =$$

$$= 220\sqrt{3}e^{-j90^\circ} \approx 380|_{-90^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A = 220e^{j120^\circ} - 220e^{j0^\circ} =$$

$$= 220\sqrt{3}e^{j150^\circ} \approx 380|_{150^\circ} \text{ В}.$$

2. При соединении обмоток генератора треугольником линейные напряжения равны фазным (рис. 1.1, б), а начало одной фазы совпадает с концом другой.

Если принять за начало отсчета момент, когда ЭДС фазы А проходит через нуль, то при прямом порядке чередования фаз мгновенные значения фазных и линейных напряжений равны:

$$u_A = u_{AB} = U_m \sin \omega t = 220\sqrt{2} \sin \omega t \text{ В,}$$

$$u_B = u_{BC} = U_m \sin(\omega t - 120^\circ) = 220\sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ) \text{ В,}$$

$$u_C = u_{CA} = U_m \sin(\omega t + 120^\circ) = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ В.}$$

Комплексы для действующих значений напряжений:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{AB} = 220\sqrt{2} \underline{|0^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_{BC} = 220\sqrt{2} \underline{|-120^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_C = \underline{U}_{CA} = 220\sqrt{2} \underline{|120^\circ} \text{ В.}$$

3. Топографическая диаграмма, построенная в соответствующих масштабах напряжений, при соединении обмоток генератора звездой, изображена на рис. 1.2, а.

При построении учтено, что потенциал нейтральной точки $\varphi_N = 0$ (рис. 1.1, а), т.е. точка N находится в начале координат (рис. 1.2, а). Из диаграммы видно, что векторы линейных напряжений \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} и \underline{U}_{CA} опережают по фазе векторы фазных напряжений \underline{U}_A , \underline{U}_B и \underline{U}_C на угол 30° .

Топографическая диаграмма напряжений при соединении обмоток генератора треугольником изображена на рис. 1.2, б.

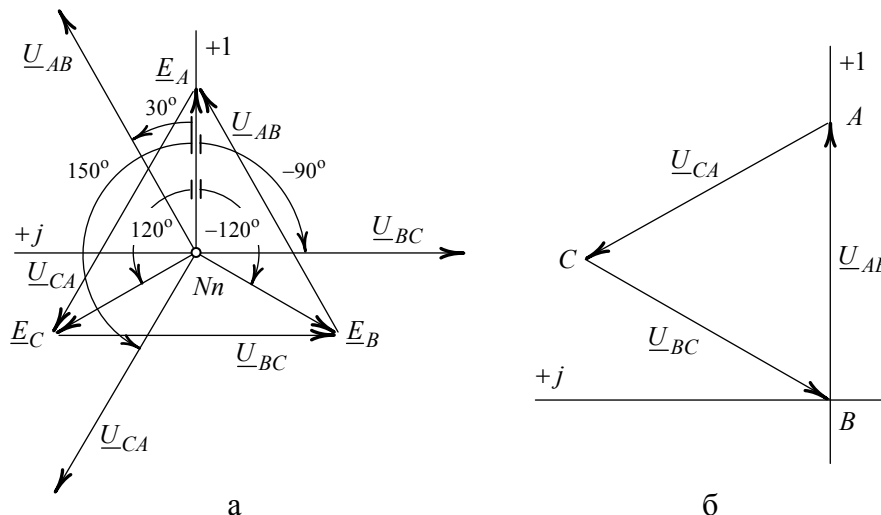


Рис. 1.2

4. Графики зависимостей мгновенных значений фазных напряжений от времени приведены на рис. 1.3.

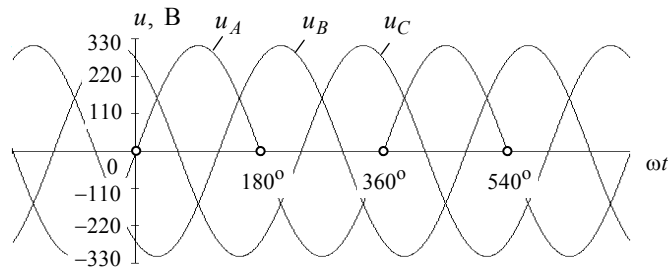


Рис. 1.3

Задача 1.2

К выводам симметричного трехфазного генератора (рис. 1.4) с фазной ЭДС $E_\phi = 220$ В присоединена нагрузка, соединенная звездой. Сопротивление каждой фазы нагрузки составляет $r = 6$ Ом, $x_C = 8$ Ом.

Определить комплексы действующих значений токов. Построить совмещенную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

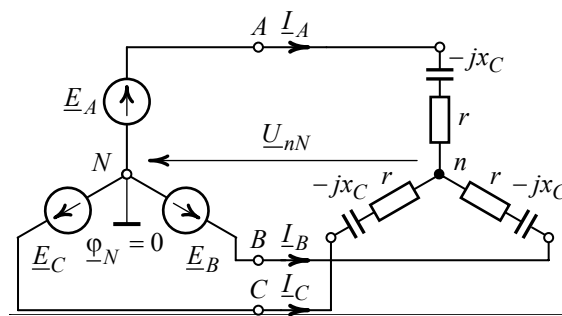


Рис. 1.4

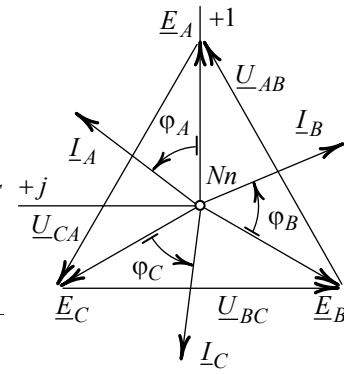


Рис.1.5

Решение

1. Фазные ЭДС генератора, соединенного звездой, образуют симметричную систему:

$$\underline{E}_A = E_\phi e^{j0^\circ} = 220 \underline{|0^\circ} \text{ В}, \quad \underline{E}_B = E_\phi e^{-j120^\circ} = 220 \underline{|-120^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{E}_C = E_\phi e^{j120^\circ} = 220 \underline{|120^\circ} \text{ В}.$$

2. Комплексы сопротивлений фаз нагрузки

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = r - jx_C = 6 - j8 = 10 \underline{|-53,1^\circ} \text{ Ом}.$$

3. Нагрузка симметричная, следовательно, напряжение смещения нейтрали $\underline{U}_{nN} = 0$. Токи в линиях (фазах нагрузки) равны между собой по величине и сдвинуты относительно друг друга по фазе на 120° .

Расчет токов достаточно выполнить только по одной фазе, например, по фазе A:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220 \underline{|0^\circ}}{10 \underline{|-53,1^\circ}} = 22 \underline{|53,1^\circ} \text{ А}.$$

Соответствующие токи в фазах B и C получим с помощью фазного множителя:

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 22 \underline{|53,1^\circ} = 22 \underline{|-66,9^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = a\underline{I}_A = e^{j120^\circ} \cdot 22 \angle 53,1^\circ = 22 \angle 173,1^\circ \text{ A}.$$

Проверка решения по первому закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 22 \angle 53,1^\circ + 22 \angle -66,9^\circ + 22 \angle 173,1^\circ \approx 0.$$

4. Для построения совмещенной топографической диаграммы напряжений и векторной диаграммы токов (рис. 1.5) выбираем масштабы напряжений и токов. Принимаем потенциал $\varphi_N = 0$ (рис. 1.4). В выбранном масштабе на комплексной плоскости $(+1, +j)$ строим симметричную топографическую диаграмму напряжений. На диаграмме (рис. 1.5) строим векторы линейных (фазных) токов \underline{I}_A , \underline{I}_B и \underline{I}_C с учетом углов сдвига фаз.

Так как напряжение между нейтральными точками генератора и нагрузки не возникает ($\underline{U}_{nN} = 0$), топографические диаграммы напряжений генератора и нагрузки совпадают.

Задача 1.3

К трехфазному генератору (рис. 1.6) с действующими значениями фазных ЭДС $E_\phi = 127 \text{ В}$ подключена симметричная нагрузка. Определить комплексы действующих значений токов в фазах нагрузки, если сопротивления фаз $r = 16 \text{ Ом}$, сопротивления линейных проводников $x_L = 12 \text{ Ом}$. Построить совмещенную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

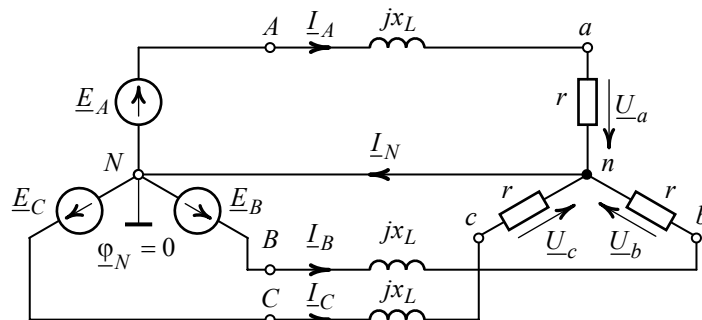


Рис. 1.6

Решение

1. Фазные ЭДС генератора образуют симметричную систему. Комплексы действующих значений фазных ЭДС:

$$\underline{E}_A = \underline{E}_\phi e^{j0^\circ} = 127 \angle 0^\circ \text{ В},$$

$$\underline{E}_B = a^2 \underline{E}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 127 \angle 0^\circ = 127 \angle -120^\circ \text{ В},$$

$$\underline{E}_C = a \underline{E}_A = e^{j120^\circ} \cdot 127 \angle 0^\circ = 127 \angle 120^\circ \text{ В}.$$

2. Наличие симметрии фаз указывает на равенство нулю тока в нейтральном проводе ($\underline{I}_N = 0$). Напряжение между нейтральными точками генератора и нагрузки также не возникает — $\underline{U}_{nN} = 0$. Линейные (фазные) токи равны между собой по величине и сдвинуты относительно друг друга по фазе на угол 120° .

Комплекс действующего значения тока в фазе A :

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{r + jx_L} = \frac{127 \angle 0^\circ}{16 + j12} = 6,35 \angle -36,9^\circ \text{ A}.$$

Токи в фазах B и C получим с помощью фазного множителя:

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 6,35 \angle -36,9^\circ = 6,35 \angle -156,9^\circ \text{ A},$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A = e^{j120^\circ} \cdot 6,35 \angle -36,9^\circ = 6,35 \angle 83,1^\circ \text{ A}.$$

Проверка решения по первому закону Кирхгофа

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 6,35 \angle -36,9^\circ + 6,35 \angle -156,9^\circ + 6,35 \angle 83,1^\circ \approx 0.$$

3. Построение совмещенной топографической диаграммы напряжений и векторной диаграммы токов приведено на рис. 1.7.

Предварительно рассчитаем напряжения на нагрузке:

$$\underline{U}_a = \underline{I}_A r = 6,35 \angle -36,9^\circ \cdot 16 = 101,6 \angle -36,9^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_b = \underline{I}_B r = 6,35 \angle -156,9^\circ \cdot 16 = 101,6 \angle -156,9^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_c = \underline{I}_C r = 6,35 \angle 83,1^\circ \cdot 16 = 101,6 \angle 83,1^\circ \text{ В}.$$

Производим выбор масштабов напряжений и токов, принимаем $\varphi_N = 0$ (рис. 1.6). В выбранном масштабе на комплексной плоскости строим диаграммы напряжений генератора и нагрузки. С учетом углов сдвига фаз строим на диаграмме векторы линейных (фазных) токов \underline{I}_A , \underline{I}_B и \underline{I}_C .

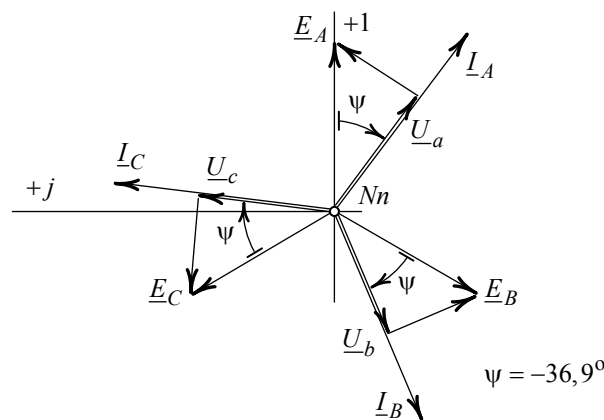


Рис. 2.7

Задача 1.4

Симметричный трехфазный генератор с фазными ЭДС $E_\phi = 220 \text{ В}$ питает симметричную нагрузку, соединенную в треугольник (рис. 1.8). Определить фазные и линейные токи схемы, если сопротивления фаз нагрузки соответственно равны $r = 28 \text{ Ом}$, $x_L = 16 \text{ Ом}$. Построить совмещенную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

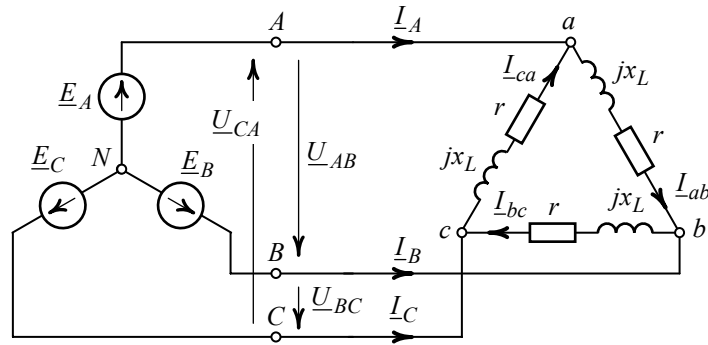


Рис. 1.8

Решение

1. Комплексы действующих значений фазных ЭДС генератора.

Пусть $\underline{E}_A = E_A e^{j0^\circ} = 220 \angle 0^\circ \text{ В}$,

тогда $\underline{E}_B = a^2 \underline{E}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 220 \angle 0^\circ = 220 \angle -120^\circ \text{ В}$,

$\underline{E}_C = a \underline{E}_A = e^{j120^\circ} \cdot 220 \angle 0^\circ = 220 \angle 120^\circ \text{ В}$.

2. Комплексы действующих значений линейных напряжений:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{E}_A - \underline{E}_B = 220 \angle 0^\circ - 220 \angle -120^\circ = 380 \angle 30^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{E}_B - \underline{E}_C = 220 \angle -120^\circ - 220 \angle 120^\circ = 380 \angle -90^\circ \text{ В},$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{E}_C - \underline{E}_A = 220 \angle 120^\circ - 220 \angle 0^\circ = 380 \angle 150^\circ \text{ В}.$$

3. Комплексные сопротивления фаз нагрузки:

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = r + jx_L = 28 + j16 = 32,25 \angle 29,7^\circ \text{ Ом}.$$

4. Фазные токи вычислим по закону Ома:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{380 \angle 30^\circ}{32,25 \angle 29,7^\circ} = 11,78 \angle 0,3^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{380 \angle -90^\circ}{32,25 \angle 29,7^\circ} = 11,78 \angle -119,7^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{380 \angle 150^\circ}{32,25 \angle 29,7^\circ} = 11,78 \angle 120,3^\circ \text{ А}.$$

5. Комплексы действующих значений линейных токов вычислим через разности фазных токов по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 11,78 \angle 0,3^\circ - 11,78 \angle 120,3^\circ = \\ &= 17,72 - j10,11 = 20,4 \angle -29,7^\circ \text{ А}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_B &= \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = 11,78 \angle -119,7^\circ - 11,78 \angle 0,3^\circ = \\ &= -17,62 - j10,29 = 20,4 \angle -149,7^\circ \text{ А}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_C &= \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 11,78 \underline{120,3^\circ} - 11,78 \underline{-119,7^\circ} = \\ &= -0,11 + j20,4 = 20,4 \underline{90,3^\circ} \text{ A.} \end{aligned}$$

Проверка решения по первому закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 20,4 \underline{-29,7^\circ} + 20,4 \underline{-149,7^\circ} + 20,4 \underline{90,3^\circ} \approx 0.$$

Примечание. Для симметричной нагрузки токи в фазах равны между собой по величине, фазовый сдвиг между ними составляет 120° . Достаточно было вычислить по закону Ома ток только одной фазы:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{380 \underline{30^\circ}}{32,25 \underline{29,7^\circ}} = 11,78 \underline{0,3^\circ} \text{ A.}$$

Токи двух других фаз вычисляются с помощью фазного множителя:

$$\underline{I}_{bc} = a^2 \underline{I}_{ab} = e^{-j120^\circ} \cdot 11,78 \underline{0,3^\circ} = 11,78 \underline{-119,7^\circ} \text{ A,}$$

$$\underline{I}_{ca} = a \underline{I}_{ab} = e^{j120^\circ} \cdot 11,78 \underline{0,3^\circ} = 11,78 \underline{120,3^\circ} \text{ A.}$$

Линейные токи по величине в $\sqrt{3}$ раз больше фазных токов ($I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}}$) и отстают от фазных токов на угол 30° . На основании найденного значения фазного тока \underline{I}_{ab} комплексные значения линейных токов тогда составят:

$$\underline{I}_A = \sqrt{3} \underline{I}_{ab} \cdot e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} \cdot 11,78 \underline{0,3^\circ} \cdot \underline{-30^\circ} = 20,4 \underline{-29,7^\circ} \text{ A,}$$

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 20,4 \underline{-29,7^\circ} = 20,4 \underline{-149,7^\circ} \text{ A,}$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A = e^{j120^\circ} \cdot 20,4 \underline{-29,7^\circ} = 20,4 \underline{90,3^\circ} \text{ A.}$$

6. Для построения совмещенной топографической диаграммы напряжений и векторной диаграммы токов выбираем масштабы напряжения и тока (рис. 1.9). Потенциал нейтральной точки N (рис. 1.8) принимаем равным нулю ($\varphi_N = 0$). В выбранном масштабе на комплексной плоскости строим векторы фазных ЭДС \underline{E}_A , \underline{E}_B , \underline{E}_C и линейных напряжений \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} , \underline{U}_{CA} . Так как сопротивления линейных проводов, соединяющих генератор и нагрузку, равны нулю, то топографические диаграммы напряжений генератора и нагрузки совпадают.

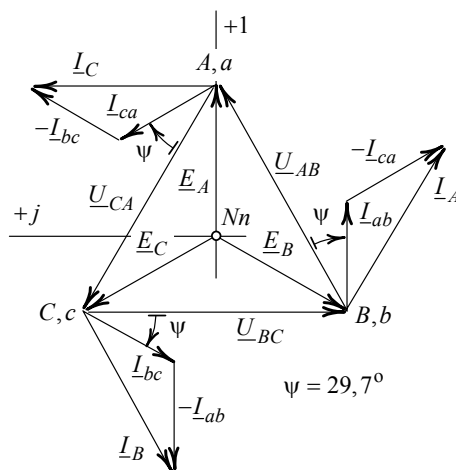


Рис. 1.9

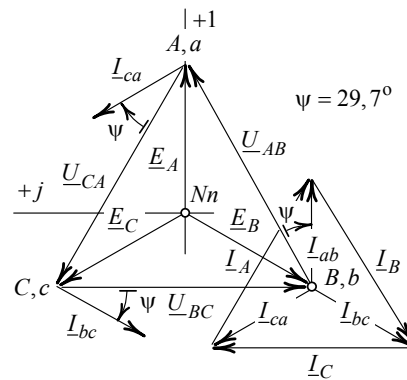


Рис. 1.10

Построение векторной диаграммы токов начинаем с фазных токов \underline{I}_{ab} , \underline{I}_{bc} и \underline{I}_{ca} , которые отстают по фазе относительно фазных (линейных) напряжений \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} и \underline{U}_{CA} на углы $\psi = 29,7^\circ$. Векторы линейных токов \underline{I}_A , \underline{I}_B и \underline{I}_C строим как геометрическую разность фазных токов нагрузки соответствующих фаз и примыкающего к ним линейного проводника.

Примечание. При построении векторной диаграммы можно воспользоваться иным расположением векторов токов, представленным в качестве примера на рис. 1.10. Фазные токи \underline{I}_{ab} , \underline{I}_{bc} , \underline{I}_{ca} с учетом углов сдвига их фаз располагают в виде лучевой диаграммы, а затем достраивается треугольник линейных токов \underline{I}_A , \underline{I}_B и \underline{I}_C .

Задача 1.5

Симметричный трехфазный генератор с фазными ЭДС $E_\phi = 220$ В, соединенными в треугольник, питает симметричную нагрузку, также соединенную в треугольник (рис. 1.11). Определить комплексы действующих значений фазных и линейных токов, если фазные сопротивления нагрузок $x_H = 36$ Ом, сопротивления линейных проводников $r_\pi = 28$ Ом, $x_\pi = 24$ Ом.

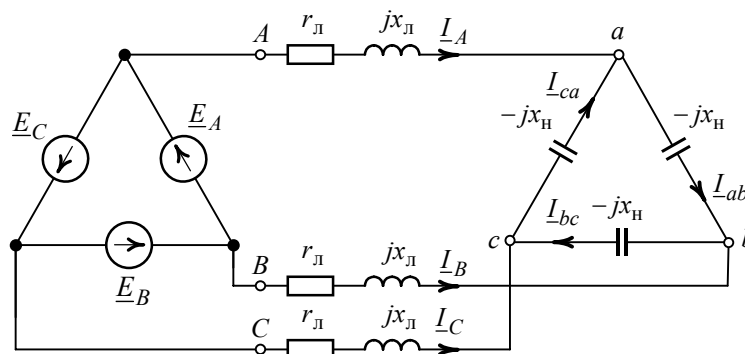


Рис. 1.11

Решение

1. Выполним замену соединения фазных ЭДС генератора с треугольника на звезду (рис. 1.12):

$$E_\phi^I = \frac{E_\phi}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В.}$$

Предположим, что $\underline{E}_A^I = E_\phi^I e^{j0^\circ} = 127|0^\circ$ В,

тогда

$$\underline{E}_B^I = a^2 \underline{E}_A^I = e^{-j120^\circ} \cdot 127|0^\circ = 127|-120^\circ \text{ В,}$$

$$\underline{E}_C^I = a \underline{E}_A^I = e^{j120^\circ} \cdot 127|0^\circ = 127|120^\circ \text{ В.}$$

2. Треугольник сопротивлений нагрузки преобразуем в эквивалентную звезду (рис. 1.12):

$$x_H^I = \frac{x_H}{3} = \frac{36}{3} = 12 \text{ Ом}.$$

Комплексы сопротивлений фаз

$$\begin{aligned} \underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C &= r_{\text{л}} + jx_{\text{л}} - jx_H^I = 28 + j24 - j12 = \\ &= 28 + j12 = 30,46 \angle 23,2^\circ \text{ Ом}. \end{aligned}$$

4. Комплексы действующих значений линейных токов

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A^I}{\underline{Z}_A} = \frac{127 \angle 0^\circ}{30,46 \angle 23,2^\circ} = 4,17 \angle -23,2^\circ \text{ А}.$$

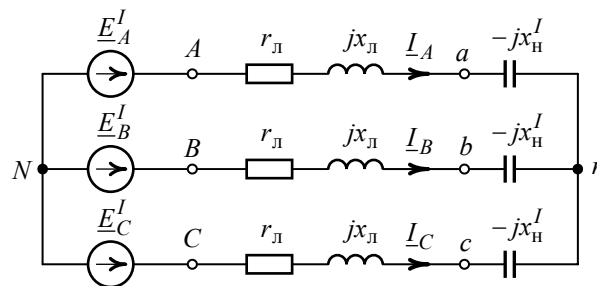


Рис. 1.12

Комплексы линейных токов в фазах В и С получим с помощью фазного множителя

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 4,17 \angle -23,2^\circ = 4,17 \angle -143,2^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A = e^{j120^\circ} \cdot 4,17 \angle -23,2^\circ = 4,17 \angle 96,8^\circ \text{ А}.$$

5. Возвращаясь к исходной схеме (рис. 1.11), имеем в виду, что для случая симметричной нагрузки фаз векторы фазных токов в $\sqrt{3}$ раз меньше линейных токов ($I_\phi = I_{\text{л}}/\sqrt{3}$) и опережают по фазе векторы линейных токов на угол 30° :

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{I}_A}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{4,17 \angle -23,2^\circ}{\sqrt{3}} \cdot 1 \angle 30^\circ = 2,41 \angle 6,8^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{I}_B}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{4,17 \angle -143,2^\circ}{\sqrt{3}} \cdot 1 \angle 30^\circ = 2,41 \angle -113,2^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{I}_C}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{4,17 \angle 96,8^\circ}{\sqrt{3}} \cdot 1 \angle 30^\circ = 2,41 \angle 126,8^\circ \text{ А}.$$

Задача 1.6

Две симметричные трехфазные нагрузки, соединенные в звезду и треугольник, подключены через трехпроводную линию к выводам симметричного генератора с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ (рис. 1.13).

Определить показания амперметров электромагнитной системы, установленных в схеме, если $r = 4 \text{ Ом}$, $x_L = 10 \text{ Ом}$, $x_{\text{н1}} = 9 \text{ Ом}$, $x_{\text{н2}} = 12 \text{ Ом}$.

Решение

1. Действующие значения фазных напряжений генератора

$$U_{\phi} = \frac{U_{\pi}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

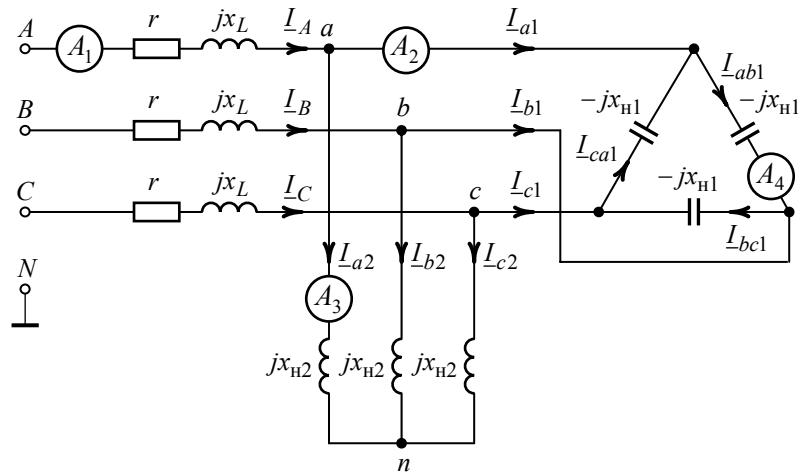


Рис. 1.13

Комплексы действующих значений фазных напряжений генератора.

Примем

$$\underline{U}_A = U_{\phi} e^{j0^{\circ}} = 220 \underline{0^{\circ}} \text{ В,}$$

тогда

$$\underline{U}_B = a^2 \underline{U}_A = e^{-j120^{\circ}} \cdot 220 \underline{0^{\circ}} = 220 \underline{-120^{\circ}} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_C = a \underline{U}_A = e^{j120^{\circ}} \cdot 220 \underline{0^{\circ}} = 220 \underline{120^{\circ}} \text{ В.}$$

2. Треугольник сопротивлений первой нагрузки преобразуем в эквивалентную звезду сопротивлений (рис. 1.14):

$$x_{H1}^I = \frac{x_{H1}}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ Ом.}$$

3. В преобразованной схеме потенциалы нейтральных точек нагрузок, соединенных звездой, и генератора одинаковы, и их можно соединить. В результате получим расчетную схему для одной фазы, например для фазы *A*, показанной на рис. 1.15.

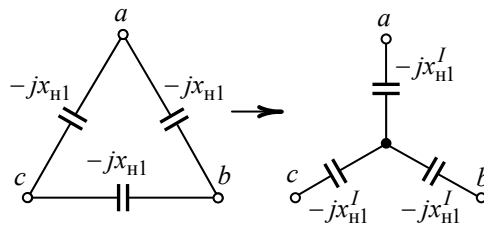


Рис.1.14

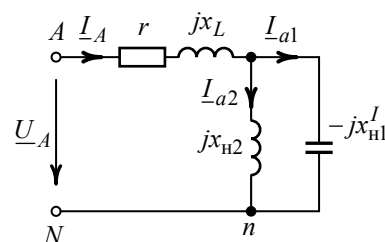


Рис. 1.15

Комплексы действующих значений токов расчетной схемы (рис. 1.15):

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{r + jx_L + \frac{jx_{H2}(-jx_{H1}^I)}{jx_{H2} - jx_{H1}^I}} = \frac{220|0^\circ}{4 + j10 + \frac{j12(-j3)}{j12 - j3}} =$$

$$= \frac{220|0^\circ}{7,21|56,3^\circ} = 30,51|-56,3^\circ \text{ A}.$$

$$\underline{I}_{a1} = \underline{I}_A \frac{jx_{H2}}{jx_{H2} - jx_{H1}^I} = 30,51|-56,3^\circ \cdot \frac{j12}{j12 - j3} = 40,68|-56,3^\circ \text{ A}.$$

$$\underline{I}_{a2} = \underline{I}_A - \underline{I}_{a1} = 30,51|-56,3^\circ - 40,68|-56,3^\circ = 10,17|123,7^\circ \text{ A}.$$

Фазный ток в нагрузке соединенной треугольником исходной схемы (рис. 1.13) в $\sqrt{3}$ раз меньше тока \underline{I}_{a1} и опережает его по фазе на угол 30° :

$$\underline{I}_{ab1} = \frac{\underline{I}_{a1}}{\sqrt{3}} e^{j30^\circ} = \frac{40,68|-56,3^\circ}{\sqrt{3}} \cdot 1|30^\circ = 23,49|-26,3^\circ \text{ A}.$$

4. Показания амперметров $A1, A2, A3, A4$ будут определяться действующими значениями соответствующих модулей комплексов линейного и фазных токов (рис.1.13):

$$I_{A1} = |\underline{I}_A| = 30,51 \text{ A}, \quad I_{A2} = |\underline{I}_{a1}| = 40,68 \text{ A},$$

$$I_{A3} = |\underline{I}_{a2}| = 10,17 \text{ A}, \quad I_{A4} = |\underline{I}_{ab1}| = 23,49 \text{ A}.$$

Задача 1.7

Определить комплексы действующих значений токов в симметричной трехфазной схеме (рис. 1.16), каждая фаза в которой индуктивно связана с двумя другими фазами. Фазное напряжение источника $U_\phi = 110 \text{ В}$, сопротивления $r = 3 \text{ Ом}$, $x_L = 6 \text{ Ом}$, сопротивление взаимной индукции $x_M = 2 \text{ Ом}$.

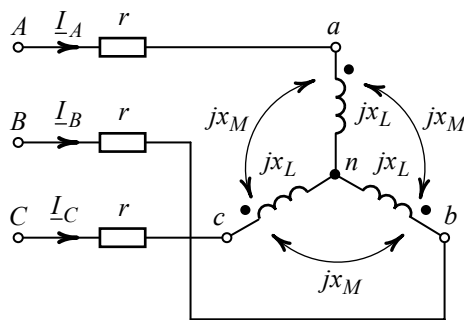


Рис. 1.16

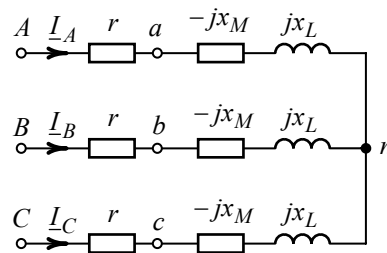


Рис. 1.17

Решение

1. Комплексы действующих значений фазных напряжений генератора: пусть

$$\underline{U}_A = U_\phi e^{j0^\circ} = 110|0^\circ \text{ В},$$

тогда

$$\underline{U}_B = a^2 \underline{U}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 110 \underline{0^\circ} = 110 \underline{-120^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_C = a \underline{U}_A = e^{j120^\circ} \cdot 110 \underline{0^\circ} = 110 \underline{120^\circ} \text{ В}.$$

2. Применим правило магнитной развязки для каждой пары индуктивно связанных элементов фазной нагрузки. После преобразований получаем расчетную схему (рис. 1.17).

3. Нагрузка симметричная, следовательно, расчет можно выполнить для одной фазы, например для фазы А:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{r - jx_M + jx_L} = \frac{110 \underline{0^\circ}}{3 - j2 + j6} = \frac{110 \underline{0^\circ}}{5 \underline{53,1^\circ}} = 22 \underline{-53,1^\circ} \text{ А}.$$

Токи в фазах В и С получим с помощью фазного множителя:

$$\underline{I}_B = a^2 \underline{I}_A = e^{-j120^\circ} \cdot 22 \underline{-53,1^\circ} = 22 \underline{-173,1^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_C = a \underline{I}_A = e^{j120^\circ} \cdot 22 \underline{-53,1^\circ} = 22 \underline{66,9^\circ} \text{ А}.$$

Проверка решения по первому закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 22 \underline{-53,1^\circ} + 22 \underline{-173,1^\circ} + 22 \underline{66,9^\circ} = 0.$$