Тема 7. Расчет индуктивно связанных электрических цепей

Приступая к расчету электрических цепей синусоидального тока при наличии индуктивно связанных элементов (элементов, обладающих взаимной индуктивностью), необходимо учитывать напряжения взаимной индукции. Чтобы учесть напряжения взаимной индукции при составлении уравнений цепи по второму закону Кирхгофа, необходимо знать их условные положительные направления на схеме, которые определяются согласным или встречным включением индуктивно связанных элементов.

Расчет сложных цепей при наличии взаимной индуктивности производится в основном методами уравнений Кирхгофа и контурных токов, записанных в комплексной форме. Метод узловых потенциалов, в котором используется первый закон Кирхгофа, не применяется.

В ряде случаев расчет индуктивно связанных цепей может быть упрощен, если осуществить переход к эквивалентной схеме без индуктивных связей (способ расчета с развязкой индуктивных связей). В этом случае снимаются все ограничения по использованию методов расчета по отношению к способу расчета, где развязка индуктивных связей не предусмотрена.

Задача 7.1

Две индуктивно связанные катушки включены по схеме, показанной на рис. 7.1. Найти комплекс действующего значения тока, протекающего в цепи, и комплекс полной мощности. Определить значение указанного тока при замене местами выводов обмотки катушки L_2. Построить в масштабе векторную диаграмму. Параметры схемы: $U = 160$ В, $r_1 = 12$ Ом, $r_2 = 10$ Ом, $\omega L_1 = 10$ Ом, $\omega L_2 = 8$ Ом, $\omega M = 6$ Ом, $1/\omega C = 10$ Ом.

Решение

1. По схеме (рис. 7.1) определим характер включения обмоток катушек L_1 и L_2. Из рис. 7.1 следует, что при заданном направлении тока в каждой из обмоток катушек потоки самоиндукции и взаимоиндукции одинаково направлены (действуют согласно). Следовательно, катушки включены согласно, и напряжения взаимоиндукции имеют положительные направления. Заданная схема после разметки одноименных зажимов обмоток катушек может быть представлена схемой замещения, показанной на рис. 7.2.

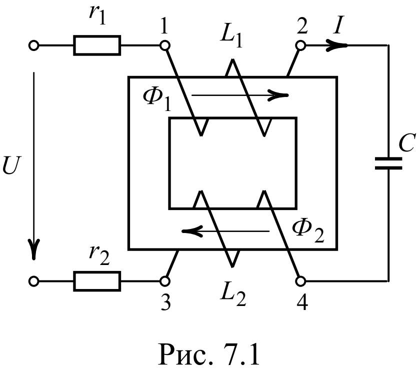

Рис. 7.1

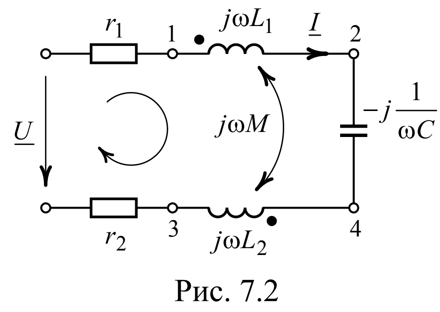

Рис. 7.2

2. На основании второго закона Кирхгофа для схемы замещения (рис. 7.2) запишем уравнение

$$r_1\underline{I} + j\omega L_1\underline{I} + j\omega M\underline{I} - j\frac{1}{\omega C}\underline{I} + j\omega L_2\underline{I} + j\omega M\underline{I} + r_2\underline{I} = \underline{U},$$

из которого найдем комплекс действующего тока

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{r_1 + r_2 + j\omega L_1 + j\omega L_2 + 2j\omega M - j\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{160\lfloor 0^{\circ}}{22 + j20} = 5{,}38\lfloor -42{,}3^{\circ}\ \text{А}.$$

Примечание. Если направления токов относительно одноименных зажимов индуктивно связанных элементов цепи совпадает, то включение этих элементов согласное, и напряжение взаимоиндукции учитывается в уравнении со знаком плюс, в противном случае включение элементов встречное, а напряжение взаимоиндукции учитывается в уравнении со знаком минус.

3. При замене местами выводов обмотки катушки L_2 индуктивно связанные катушки окажутся включенными по схеме, показанной на рис. 7.3.

Из рис. 7.3. следует, что при заданном направлении тока в каждой из обмоток катушек потоки самоиндукции и взаимоиндукции направлены противоположно друг другу (действуют встречно). Следовательно, катушки включены встречно, и напряжения взаимоиндукции имеют отрицательные направления. Схема замещения заданной цепи после

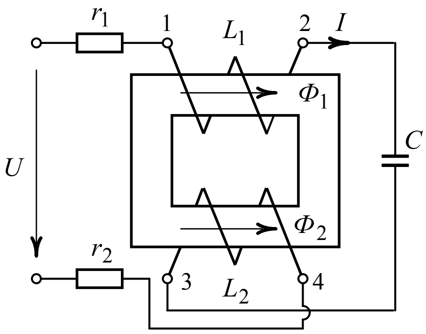

Рис. 7.3

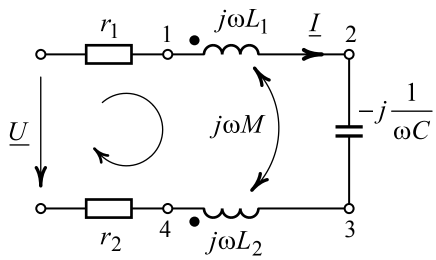

Рис. 7.4

разметки одноименных зажимов обмоток катушек может быть представлена схемой, приведенной на рис. 7.4.

4. Для схемы замещения цепи (рис. 7.4) на основании второго закона Кирхгофа запишем уравнение

$$r_1\underline{I} + j\omega L_1\underline{I} - j\omega M\underline{I} - j\frac{1}{\omega C}\underline{I} + j\omega L_2\underline{I} - j\omega M\underline{I} + r_2\underline{I} = \underline{U},$$

из которого найдем комплекс действующего тока:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{r_1 + r_2 + j\omega L_1 + j\omega L_2 - 2j\omega M - j\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{160\lfloor 0^{\circ}}{22 - j4} = 7{,}15\lfloor 10{,}3^{\circ}\ \text{А}.$$

5. Комплекс полной мощности для схемы соединения обмоток индуктивностей (рис. 7.1):

$$\underline{S} = \underline{U}\overline{I} = 160\lfloor 0^{\circ} \cdot 5{,}38\lfloor +42{,}3^{\circ} = 637{,}7 + j579{,}3\ \text{ВА}.$$

Для схемы соединения обмоток индуктивностей (рис. 7.3):

$$\underline{S} = \underline{U}\overline{I} = 160\lfloor 0^{\circ} \cdot 7{,}15\lfloor -10{,}3^{\circ} = 1125{,}6 - j204{,}5\ \text{ВА}.$$

6. На рис. 7.5 изображена (в масштабе) векторная диаграмма цепи для случая включения обмоток катушек по схеме рис. 7.1, на рис. 7.6 соответственно для случая включения обмоток катушек – по схеме рис. 7.3. По горизонтальной оси отложен

вектор тока, затем под соответствующим к току углом отложены векторы падения напряжения на каждом элементе цепи.

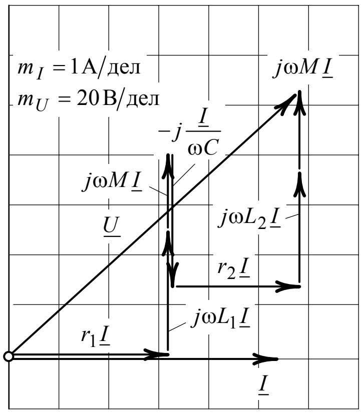

Рис. 7.5

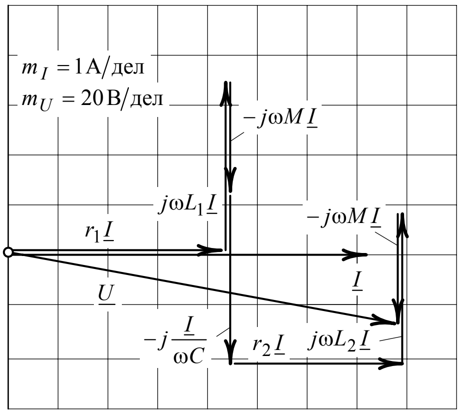

Рис. 7.6

Задача 7.2

Индуктивно связанные катушки, имеющие общий сердечник, включены по схеме, приведенной на рис. 7.7. Определить показания амперметров электромагнитной системы, установленных в схеме, если $U = 130$ В, $r_1 = 2$ Ом, $r_2 = 4$ Ом, $\omega L_1 = 6$ Ом, $\omega L_2 = 12$ Ом, $\omega M = 4$ Ом.

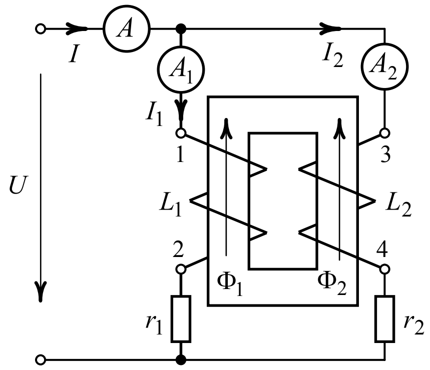

Рис. 7.7

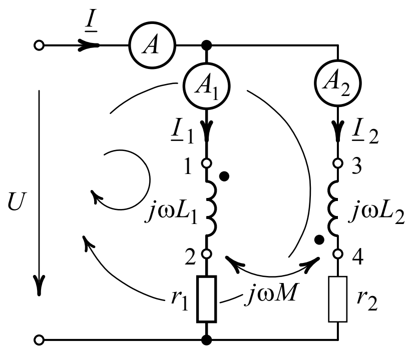

Рис. 7.8

Решение

1. Из рис. 7.7 следует, что при заданных направлениях токов I_1, I_2 потоки самоиндукции и взаимоиндукции катушек индуктивностей L_1, L_2 направлены противоположно друг другу, т.е. встречно. Следовательно, катушки индуктивностей имеют встречное включение, а напряжения взаимоиндукции в уравнениях, составленных по второму закону Кирхгофа, будут иметь отрицательные значения. Схема замещения цепи после разметки одноименных зажимов катушек может быть представлена в комплексном виде, как это показано на рис. 7.8.

2. Схема, рис. 7.8, содержит $n_у = 2$ узлов, $m_в = 3$ ветвей. Достаточное количество уравнений для расчета цепи, рис. 7.8, по законам Кирхгофа равно трем.

По первому закону Кирхгофа: $N_1 = n_у - 1 = 1$.

По второму закону Кирхгофа: $N_2 = m_в - \left(n_у - 1\right) = 2$.

3. Система уравнений по законам Кирхгофа с учетом заданных положительных направлений обходов контуров, обозначенных в схеме, рис. 7.8, будет иметь вид

$$\begin{cases} \underline{I} - \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = 0, \\ j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 + r_1 \underline{I}_1 = \underline{U}, \\ j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 + r_2 \underline{I}_2 = \underline{U}. \end{cases}$$

Примечание. При составлении уравнений цепи по второму закону Кирхгофа целесообразно положительные напряжения обходов контуров совмещать с направлениями токов в ветвях с индуктивно связанными элементами.

4. Приведем систему к матричной форме записи:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ (r_1 + j\omega L_1) & -j\omega M & 0 \\ -j\omega M & (r_2 + j\omega L_2) & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{U} \\ \underline{U} \end{bmatrix}.$$

5. После подстановки числовых значений из условия задачи получим:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ (2 + j6) & -j4 & 0 \\ -j4 & (4 + j12) & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 130 \\ 130 \end{bmatrix}.$$

6. Решение матричной системы позволяет определить комплексы действующих значений токов в ветвях схемы:

$$\underline{I}_1 = 31{,}58\underline{\left|-59{,}1^\circ\right.}\ \text{А},\quad \underline{I}_2 = 19{,}53\underline{\left|-56{,}3^\circ\right.}\ \text{А},\quad \underline{I} = 51{,}1\underline{\left|-57{,}9^\circ\right.}\ \text{А}.$$

7. Показания амперметров, установленных в схеме цепи (рис. 7.7), будут соответствовать токам:

$$I_{A1} = 31{,}58\ \text{А},\quad I_{A2} = 19{,}53\ \text{А},\quad I_A = 51{,}1\ \text{А}.$$

Задача 7.3

В связанной цепи (рис. 7.9) определить показание вольтметра электромагнитной системы, если ЭДС равны: $e_1 = 232\sqrt{2}\sin\left(200t + 60^\circ\right)$ В, $e_2 = 669\sqrt{2}\sin\left(200t - 20^\circ\right)$ В, коэффициент связи катушек индуктивностей $k = 0{,}567$, $r_1 = 8$ Ом, $r_2 = 6$ Ом, $L_1 = 0{,}05$ Гн, $L_2 = 0{,}025$ Гн, $C = 500$ мкФ.

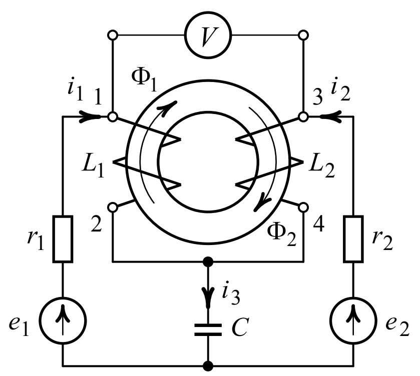

Рис. 7.9

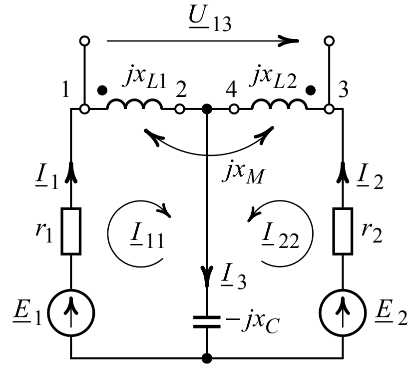

Рис. 7.10

Решение

1. Из рис. 7.9 следует, что при заданных направлениях токов i_1, i_2 потоки самоиндукции и взаимоиндукции катушек индуктивностей L_1, L_2 одинаково направлены. Следовательно, катушки индуктивностей включены согласно, а напряжения взаимоиндукции имеют положительные направления. Расчетная схема замещения цепи (рис. 7.9) после разметки одноименных зажимов катушек приведена на рис. 7.10.

2. Сопротивления реактивных элементов для частоты, питающих схему источников $\omega = 200\ \text{с}^{-1}$, равны:

$$x_{L1} = \omega L_1 = 200 \cdot 0,05 = 10\ \text{Ом},$$

$$x_{L2} = \omega L_2 = 200 \cdot 0,025 = 5\ \text{Ом},$$

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{200 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = 10\ \text{Ом}.$$

Сопротивление взаимоиндукции

$$x_M = \omega M = 200 \cdot 0,02 = 4\ \text{Ом},$$

где $M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0,567\sqrt{0,05 \cdot 0,025} = 0,02\ \text{Гн}$.

3. Комплексы действующих значений источников ЭДС:

$$\underline{E}_1 = \frac{232\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j60^\circ} = 232\underline{|60^\circ}\ \text{В},$$

$$\underline{E}_2 = \frac{669\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{-j20^\circ} = 669\underline{|-20^\circ}\ \text{В}.$$

4. Расчет комплексов действующих значений токов схемы (рис. 7.10) выполним методом контурных токов. Схема содержит: $n_\text{у} = 2$ узла, $m_\text{в} = 3$ ветви. Достаточное количество уравнений равно двум:

$$N_2 = m_\text{в} - \left(n_\text{у} - 1\right) = 2.$$

Независимые контуры и направления протекания контурных токов $\underline{I}_{11}$, $\underline{I}_{22}$ обозначены на рис. 7.10.

5. Система контурных уравнений, записанных относительно действующих значений контурных токов, будет иметь вид

$$\begin{cases} \underline{I}_{11}\left(r_1 + jx_{L1} - jx_C\right) + \underline{I}_{22}jx_M + \underline{I}_{22}\left(-jx_C\right) = \underline{E}_1, \\ \underline{I}_{22}\left(r_2 + jx_{L2} - jx_C\right) + \underline{I}_{11}jx_M + \underline{I}_{11}\left(-jx_C\right) = \underline{E}_2. \end{cases}$$

6. Приведем систему к матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \left(r_1 + jx_{L1} - jx_C\right) & \left(jx_M - jx_C\right) \\ \left(jx_M - jx_C\right) & \left(r_2 + jx_{L2} - jx_C\right) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \end{bmatrix}.$$

7. После подстановки числовых значений получим:

$$\begin{bmatrix} 8 & -j6 \\ -j6 & (6 - j5) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 232\underline{|60^{\circ}} \\ 669\underline{|-20^{\circ}} \end{bmatrix}.$$

8. Решение матричной системы позволяет определить комплексы действующих значений контурных токов (рис. 7.10):

$$\underline{I}_{11} = 57{,}66\underline{|80{,}5^{\circ}} \text{ А}, \quad \underline{I}_{22} = 42{,}87\underline{|8{,}9^{\circ}} \text{ А}.$$

9. Комплексы действующих значений действительных токов в ветвях схемы:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = 57{,}66\underline{|80{,}5^{\circ}} \text{ А}, \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{22} = 42{,}87\underline{|8{,}9^{\circ}} \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{11} + \underline{I}_{22} = 57{,}66\underline{|80{,}5^{\circ}} + 42{,}87\underline{|8{,}9^{\circ}} = 82{,}01\underline{|50{,}8^{\circ}} \text{ А}.$$

10. Показание вольтметра определим через комплекс действующего напряжения $\underline{U}_{13}$ (рис. 7.10), составив предварительно уравнение по второму закону Кирхгофа, например, для контура, включающего в себя напряжения на индуктивных элементах:

$$\underline{U}_{13} + \underline{I}_2 jx_{L2} + \underline{I}_1 jx_M - \underline{I}_1 jx_{L1} - \underline{I}_2 jx_M = 0,$$

откуда

$$\underline{U}_{13} = \underline{I}_1\left(jx_{L1} - jx_M\right) - \underline{I}_2\left(jx_{L2} - jx_M\right) =$$

$$= 57{,}66\underline{|80{,}5^{\circ}} \cdot j6 - 42{,}87\underline{|8{,}9^{\circ}} \cdot j1 = 334{,}9\underline{|177{,}5^{\circ}} \text{ В}.$$

Следовательно, $U_V = U_{13} = 334{,}9$ В.

Задача 7.4

Определить показания амперметров электромагнитной системы, включенных по схеме, рис. 7.11, параметры которой $U = 30$ В, $r_1 = 3$ Ом, $x_{L1} = 6$ Ом, $x_{L2} = 8$ Ом, $x_M = 4$ Ом.

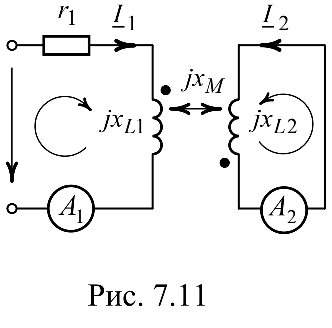

Рис. 7.11

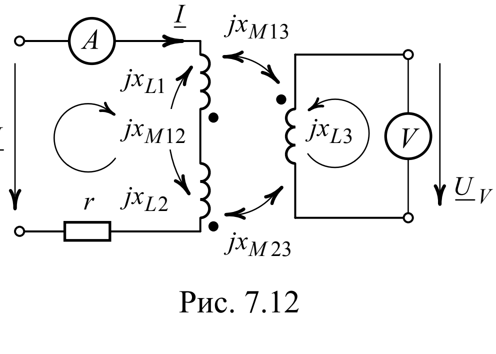

Рис. 7.12

Решение

1. При заданных направлениях токов (рис. 7.11) относительно одноименных зажимов катушек индуктивностей с сопротивлениями x_{L1}, x_{L2} потоки самоиндукции и взаимоиндукции направлены противоположно друг другу. Следовательно, катушки индуктивностей имеют встречное включение, и напряжение взаимоиндукции необходимо учитывать со знаком минус.

2. Достаточное количество уравнений для расчета цепи по законам Кирхгофа равно двум ($n_у = 0$ узлов, $m_в = 2$ ветви).

Система расчетных уравнений, составленных на основании второго закона Кирхгофа с учетом заданных положительных направлений обходов контуров (рис. 7.11), будет иметь вид

$$\begin{cases} \underline{I}_1 r_1 + \underline{I}_1 jx_{L1} - \underline{I}_2 jx_M = \underline{U}, \\ \underline{I}_2 jx_{L2} - \underline{I}_1 jx_M = 0. \end{cases}$$

3. Из совместного решения системы для комплексов действующих значений токов получим:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{r_1 + jx_{L1} - j\dfrac{x_M^2}{x_{L2}}} = \frac{30\underline{|0^\circ}}{3 + j6 - j\dfrac{4^2}{8}} = 6\underline{|-53{,}1^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \frac{x_M}{x_{L2}} = 6\underline{|-53{,}1^\circ} \cdot \frac{4}{8} = 3\underline{|-53{,}1^\circ} \text{ А}.$$

4. Показания амперметров (рис. 7.11) будут соответствовать токам:

$$I_{A1} = I_1 = 6 \text{ А}, \; I_{A2} = I_2 = 3 \text{ А}.$$

Задача 7.5

В цепи (рис. 7.12) каждая из трех катушек индуктивно связана с двумя другими. Выполнить расчет цепи и определить показания приборов электромагнитной системы. $U = 400$ В, $r = 40$ Ом, $x_{L1} = 14$ Ом, $x_{L2} = 12$ Ом, $x_{M12} = x_{M13} = x_{M23} = 2$ Ом.

Решение

1. Катушки индуктивностей с сопротивлениями x_{L1}, x_{L2} (рис. 7.12) включены согласно.

В связи с тем, что ток через индуктивность с сопротивлением x_{L3} не протекает, напряжение $\underline{U}_V$ на зажимах катушки (вольтметра V) будет определяться только напряжением взаимоиндукции индуктивно связанных элементов.

2. Расчетные уравнения, составленные на основании второго закона Кирхгофа для указанных положительных направлений обходов контуров (рис. 7.12), будут иметь вид

$$jx_{L1}\underline{I} + jx_{L2}\underline{I} + 2jx_{M12}\underline{I} + r\underline{I} = \underline{U},$$

$$\underline{U}_V = jx_{M13}\underline{I} + jx_{M23}\underline{I}.$$

3. Из совместного решения уравнений получим:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{jx_{L1} + jx_{L2} + 2jx_{M12} + r} = \frac{400\underline{|0^\circ}}{40 + j30} = 8\underline{|-36{,}9^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{U}_V = \underline{I}\left(jx_{M13} + jx_{M23}\right) = 8\angle{-36{,}9^\circ} \cdot j4 = 32\angle{53{,}1^\circ}\ \text{В}.$$

4. Показания приборов в цепи (рис. 7.12) будут соответственно равны действующим значениям величин: $I_A = 8$ А, $U_V = 32$ В.

Задача 7.6

Определить комплексы входного сопротивления и действующих значений токов в цепи (рис. 7.13), применив при решении эквивалентную замену индуктивных связей (развязку индуктивных связей), если $U = 150$ В, $x_{L1} = 24$ Ом, $x_{L2} = 32$ Ом, $x_M = 12$ Ом, $r = 18$ Ом.

Решение

1. Выполним развязку индуктивных связей. Так как одноименные зажимы индуктивно связанных элементов x_{L1}, x_{L2} (рис. 7.13) одинаково ориентированы по отношению к общему узлу (началами намоток к узлу 1), то эквивалентная схема заданной цепи с развязкой индуктивных связей может быть представлена в виде рис. 7.14.

Примечание. Если одноименные зажимы индуктивно связанных элементов цепи одинаково ориентированы по отношению к общему узлу (началом или концом намотки), то для развязки индуктивных связей в первую и вторую ветви с индуктивностями добавляют индуктивный элемент с сопротивлением $-x_M$, а в третью ветвь индуктивный элемент с сопротивлением $+x_M$. При разной ориентации одноименных зажимов индуктивно связанных элементов цепи по отношению к общему узлу достаточно изменить знаки добавочных индуктивных элементов на противоположные.

2. Комплекс входного сопротивления цепи (рис. 7.14):

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = jx_{L1} - jx_M + \frac{\left(jx_{L2} - jx_M\right)\left(r + jx_M\right)}{r + jx_{L2} + jx_M - jx_M} =$$

$$= j24 - j12 + \frac{\left(j32 - j12\right)\left(18 + j12\right)}{18 + j32} = 23{,}13\angle{76{,}6^\circ}\ \text{Ом}.$$

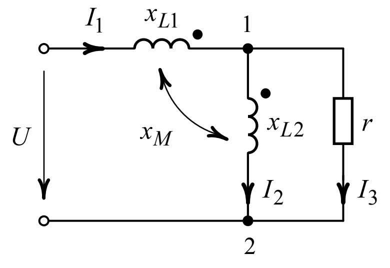

Рис. 7.13

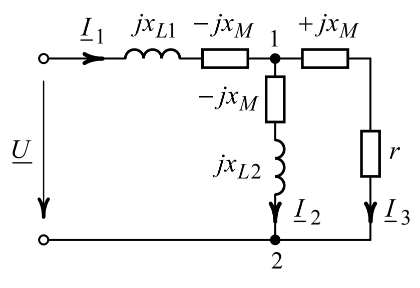

Рис. 7.14

3. Комплекс действующего тока на входе цепи:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{150\angle{0^\circ}}{23{,}13\angle{76{,}6^\circ}} = 6{,}48\angle{-76{,}6^\circ}\ \text{А}.$$

4. Комплексы действующих значений токов $\underline{I}_2$ и $\underline{I}_3$:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \frac{r + jx_M}{r + jx_{L2}} = 6,48\underline{|-76,6^{\circ}} \cdot \frac{18 + j12}{18 + j32} = 3,82\underline{|-103,5^{\circ}} \text{ А},$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \frac{jx_{L2} - jx_M}{r + jx_{L2}} = 6,48\underline{|-76,6^{\circ}} \cdot \frac{j32 - j12}{18 + j32} = 3,53\underline{|-47,2^{\circ}} \text{ А}$$

Задача 7.7

Задана система из двух индуктивно связанных контуров (рис. 7.15). Определить показание вольтметра электромагнитной системы, используя при решении эквивалентную замену индуктивных связей.
Дано: $U = 60$ В, $r = 40$ Ом, $x_{L1} = 100$ Ом, $x_{L2} = 50$ Ом, $x_C = 30$ Ом, $x_M = 25$ Ом.

Решение

1. Выполним развязку индуктивных связей. Так как одноименные зажимы индуктивно связанных элементов x_{L1} и x_{L2} (рис. 7.15) по-разному ориентированы по отношению к общему (условному) узлу 3 (x_{L1} – концом намотки, x_{L2} – началом намотки), то эквивалентная расчетная схема заданной цепи после развязки индуктивных связей может быть представлена в виде рис. 7.16.

2. Комплекс действующего значения тока на входе

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \dfrac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}} = \frac{60\underline{|0^{\circ}}}{40 + j125 + \dfrac{-j25 \cdot j45}{j20}} =$$

$$= \frac{60\underline{|0^{\circ}}}{79,54\underline{|59,8^{\circ}}} = 0,75\underline{|-59,8^{\circ}} \text{ А},$$

где $\underline{Z}_1 = r + jx_{L1} + jx_M = 40 + j125$ Ом,

$\underline{Z}_2 = -jx_M = -j25$ Ом,

$\underline{Z}_3 = jx_{L2} + jx_M - jx_C = j45$ Ом.

3. Комплекс действующего значения тока $\underline{I}_2$:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 0,75\underline{|-59,8^{\circ}} \cdot \frac{-j25}{j20} = 0,94\underline{|120,2^{\circ}} \text{ А}.$$

4. Напряжение на зажимах вольтметра $U_V = U_{12}$. На основании второго закона Кирхгофа для обозначенного в схеме, рис. 7.16, контура запишем

$$\underline{U}_{12} = \underline{I}_1 \left(jx_{L1} + jx_M \right) + \underline{I}_2 \left(jx_{L2} + jx_M \right) =$$

$$= 0,75\underline{|-59,8^{\circ}} \cdot j125 + 0,94\underline{|120,2^{\circ}} \cdot j75 = 23,25\underline{|30,2^{\circ}} \text{ В}.$$

5. Показание вольтметра будет соответствовать действующему значению напряжения

$$U_V = U_{12} = 23,25 \text{ В}.$$

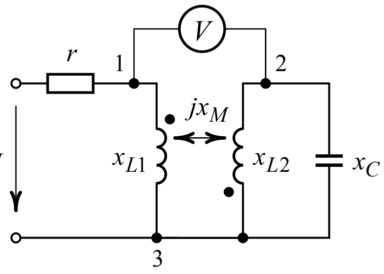

Рис. 7.15

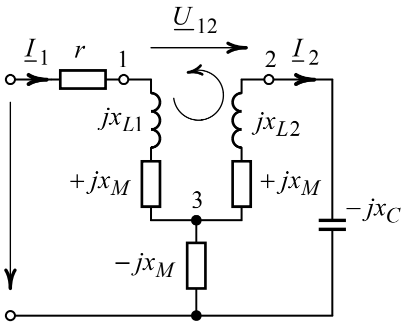

Рис. 7.16

Задача 7.8

Определить показания амперметров электромагнитной системы, сопротивление взаимоиндукции и коэффициент связи, при которых в цепи, рис. 7.17, наступит режим резонанса токов. Заданы параметры $U = 20$ В, $x_{L1} = 45$ Ом, $x_{L2} = 20$ Ом, $x_C = 35$ Ом.

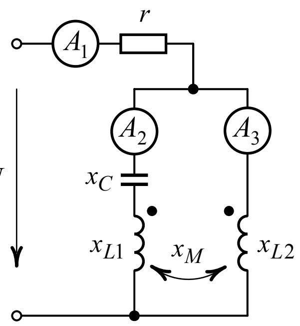

Рис. 7.17

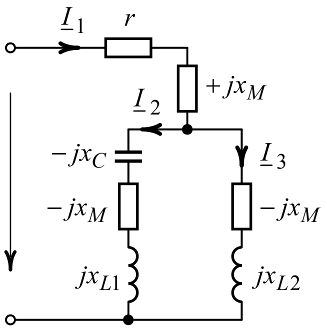

Рис. 7.18

Решение

1. Заданную схему, рис. 7.17, заменим эквивалентной без индуктивных связей, рис. 7.18.

2. Из условия резонанса токов в параллельных ветвях для эквивалентной схемы, рис. 7.18, получим равенство:

$$\frac{1}{jx_{L1} - jx_M - jx_C} + \frac{1}{jx_{L2} - jx_M} = 0 .$$

Из равенства следует уравнение

$$2x_M - x_{L1} - x_{L2} + x_C = 0 ,$$

из которого находим сопротивление взаимоиндукции, соответствующее режиму резонанса токов:

$$x_M = \frac{x_{L1} + x_{L2} - x_C}{2} = \frac{45 + 20 - 35}{2} = 15 \text{ Ом} .$$

3. Коэффициент связи катушек индуктивностей

$$k = \frac{x_M}{\sqrt{x_{L1} x_{L2}}} = \frac{15}{\sqrt{45 \cdot 20}} = 0{,}5 .$$

4. Показания амперметров будут определяться действующими значениями токов, обозначенных в схеме, рис. 7.18.

При резонансе токов

$$\underline{I}_1 = 0,$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{jx_{L1} - jx_M - jx_C} = \frac{20\angle 0^\circ}{-j5} = 4\angle 90^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{jx_{L2} - jx_M} = \frac{20\angle 0^\circ}{j5} = 4\angle -90^\circ \text{ А}.$$

Окончательно запишем:

$$I_{A1} = I_1 = 0, \quad I_{A2} = I_2 = 4 \text{ А}, \quad I_{A3} = I_3 = 4 \text{ А}.$$