Тема 2. **Р**асчет электрических цепей при несинусоидальных периодических ЭДС, напряжениях и токах

Расчет линейной электрической цепи с несинусоидальными источниками выполняется на основе принципа наложения. Применение принципа наложения обусловлено возможностью разложения периодических несинусоидальных кривых в тригонометрический ряд Фурье, что позволяет свести расчет линейных электрических цепей к расчету цепей с постоянными и синусоидальными источниками ЭДС, напряжения и тока. Рассматривая действие каждого источника в отдельности, можно определить составляющие токов во всех участках цепи, выполняя расчет известными методами.

Целесообразно для расчета каждой синусоидальной составляющей воспользоваться комплексным методом. При этом следует учитывать, что реактивные сопротивления зависят от частоты.

Задача 2.1

К катушке индуктивности, схема замещения которой изображена на рис. 2.1, а, приложено периодическое несинусоидальное напря-жение. Кривая напряжения, максимальная амплитуда которого $U_m = 130$ В, показана на рис. 2.1, б. Ограничиваясь при расчетах до пятой гармоники включительно, определить мгновенное значение тока в цепи этой катушки, если $r = 12$ Ом, $L = 0,05$ Гн, частота основной гармоники напряжения $f = 50$ Гц.

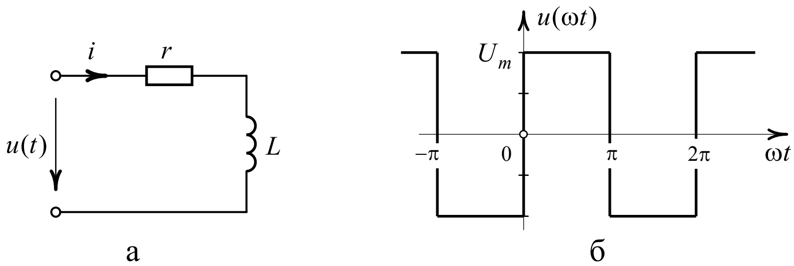


Рис. 2.1

Решение

1. Для представления периодической кривой напряжения (рис. 2.1, б) в виде тригонометрического ряда Фурье воспользуемся графиком типовой функции (см. приложение, рис. П3) и разложением ее в ряд до пятой гармоники включительно, тогда

$$u(\omega t) = \frac{4U_m}{\pi}\left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t\right) =$$

$$= 165,5\sin\omega t + 55,2\sin 3\omega t + 33,1\sin 5\omega t \text{ В}.$$

2. Расчет для первой гармоники $(k = 1)$.

Комплекс амплитудного значения первой гармоники напряжения:

$$\underline{U}_m^{(1)} = 165,5\underline{|0^{\circ}} \text{ В}.$$

Сопротивление индуктивности для гармоники $k = 1$:

$$x_L^{(1)} = \omega L = 314 \cdot 0,05 = 15,7 \text{ Ом},$$

где $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1}$.

Комплекс амплитудного значения тока первой гармоники

$$\underline{I}_m^{(1)} = \frac{\underline{U}_m^{(1)}}{r + jx_L^{(1)}} = \frac{165,5\angle 0^\circ}{12 + j15,7} = 8,38\angle{-52,6^\circ} \text{ Ом} .$$

Мгновенное значение гармоники тока:

$$i^{(1)} = 8,38\sin(\omega t - 52,6^\circ) \text{ А} .$$

3. Расчет для третьей гармоники $(k = 3)$.

Комплекс амплитудного значения первой гармоники напряжения:

$$\underline{U}_m^{(3)} = 55,2\angle 0^\circ \text{ В} .$$

Сопротивление индуктивности для гармоники $k = 3$:

$$x_L^{(3)} = kx_L^{(1)} = 3 \cdot 15,7 = 47,1 \text{ Ом} .$$

Комплекс амплитудного значения тока третьей гармоники:

$$\underline{I}_m^{(3)} = \frac{\underline{U}_m^{(3)}}{r + jx_L^{(3)}} = \frac{55,2\angle 0^\circ}{12 + j47,1} = 1,14\angle{-75,7^\circ} \text{ А} .$$

Мгновенное значение гармоники тока

$$i^{(3)} = 1,14\sin(3\omega t - 75,7^\circ) \text{ А} .$$

4. Расчет для пятой гармоники $(k = 5)$.

Комплекс амплитудного значения пятой гармоники напряжения:

$$\underline{U}_m^{(5)} = 33,1\angle 0^\circ \text{ В} .$$

Сопротивление индуктивности для гармоники $k = 5$:

$$x_L^{(5)} = kx_L^{(1)} = 5 \cdot 15,7 = 78,5 \text{ Ом} .$$

Комплекс амплитудного значения тока пятой гармоники:

$$\underline{I}_m^{(5)} = \frac{\underline{U}_m^{(5)}}{r + jx_L^{(5)}} = \frac{33,1\angle 0^\circ}{12 + j78,5} = 0,42\angle{-81,3^\circ} \text{ А} .$$

Мгновенное значение гармоники тока:

$$i^{(5)} = 0,42\sin(5\omega t - 81,3^\circ) \text{ А} .$$

5. Мгновенное значение тока в цепи катушки:

$$i(t) = i^{(1)} + i^{(3)} + i^{(5)} = 8,38\sin(\omega t - 52,6^\circ) +$$

$$+1,14\sin(3\omega t - 75,7^\circ) + 0,42\sin(5\omega t - 81,3^\circ) \text{ А} .$$

П р и м е ч а н и е. Мгновенное значение тока (напряжения) равно алгебраической сумме мгновенных значений гармоник токов (напряжений). Сложение комплексных гармоник токов (напряжений) недопустимо

Задача 2.2

Ограничиваясь при разложении первыми тремя членами тригонометрического ряда, определить показания приборов электромагнитной системы в схеме (рис. 2.2, а), если к схеме приложено напряжение, периодическая кривая которого изображена на рис. 2.2, б.

Дано: $U_m = 200$ В, $r = 6$ Ом, $C = 100$ мкФ, угловая частота напряжения основной гармоники $\omega = 500\ \text{с}^{-1}$.

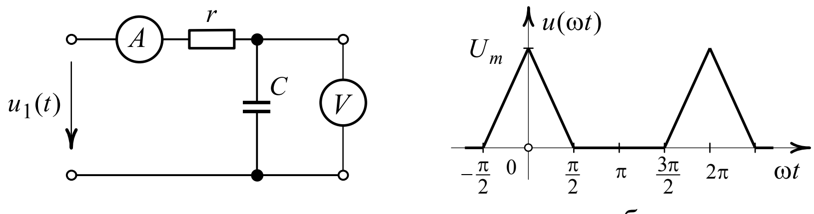


Рис. 2.2

Решение

1. Тригонометрический ряд Фурье для периодической кривой напряжения треугольной формы (рис. 2.2, б) при рассмотрении только трех первых членов ряда имеет вид (см. приложение, рис. П18)

$$u_1(\omega t) = \frac{U_m}{4} + \frac{4U_m}{\pi^2}\cos\omega t + \frac{2U_m}{\pi^2}\cos 2\omega t =$$

$$= 50 + 81{,}1\sin(\omega t + 90^{\circ}) + 40{,}5\sin(2\omega t + 90^{\circ})\ \text{В}.$$

2. Расчет цепи от действия постоянной составляющей напряжения $U_1^{(0)} = 50$ В целесообразно выполнить по схеме замещения (рис. 2.3).

Полагая сопротивление конденсатора при постоянном токе $x_C^{(0)} = \infty$, получим

$$I^{(0)} = 0, \quad U_2^{(0)} = U_1^{(0)} = 50\ \text{В}.$$

3. Расчет для первой гармоники $(k = 1)$ целесообразно выполнить по схеме замещения (рис. 2.4) с использованием комплексного метода.

Комплекс амплитудного значения первой гармоники напряжения:

$$\underline{U}_{m1}^{(1)} = 81{,}1\underline{|90^{\circ}}\ \text{В}.$$

Сопротивление конденсатора для гармоники $k = 1$:

$$x_C^{(1)} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{500 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 20\ \text{Ом}.$$

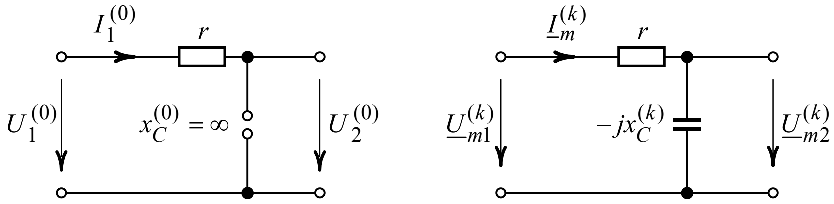


Рис. 2.3 Рис. 2.4

Комплексы амплитудных значений тока и напряжения (рис. 2.4):

$$\underline{I}_m^{(1)} = \frac{\underline{U}_{m1}^{(1)}}{r - jx_C^{(1)}} = \frac{81{,}1\underline{\left|90^{\circ}\right.}}{6 - j20} = 3{,}88\underline{\left|163{,}3^{\circ}\right.} \text{ А},$$

$$\underline{U}_{m2}^{(1)} = \underline{I}_m^{(1)}\left(-jx_C^{(1)}\right) = 3{,}88\underline{\left|163{,}3^{\circ}\right.} \cdot (-j20) = 77{,}6\underline{\left|73{,}3^{\circ}\right.} \text{ В}.$$

4. Расчет для второй гармоники $(k = 2)$.

Комплекс амплитудного значения второй гармоники напряжения:

$$\underline{U}_{m1}^{(2)} = 40{,}5\underline{\left|90^{\circ}\right.} \text{ В}.$$

Сопротивление конденсатора для гармоники $k = 2$:

$$x_C^{(2)} = \frac{x_C^{(1)}}{k} = \frac{20}{2} = 10 \text{ Ом}.$$

Комплексы амплитудных значений тока и напряжения (рис. 2.4):

$$\underline{I}_m^{(2)} = \frac{\underline{U}_{m1}^{(2)}}{r - jx_C^{(2)}} = \frac{40{,}5\underline{\left|90^{\circ}\right.}}{6 - j10} = 3{,}47\underline{\left|149{,}1^{\circ}\right.} \text{ А},$$

$$\underline{U}_{m2}^{(2)} = \underline{I}_m^{(2)}\left(-jx_C^{(2)}\right) = 3{,}47\underline{\left|149{,}1^{\circ}\right.} \cdot \left(-j10\right) = 34{,}7\underline{\left|59{,}1^{\circ}\right.} \text{ В}.$$

5. Действующее значение тока (показание амперметра):

$$I_A = I = \sqrt{\left[I^{(0)}\right]^2 + \left[\frac{I_m^{(1)}}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[\frac{I_m^{(2)}}{\sqrt{2}}\right]^2} =$$

$$= \sqrt{0 + \left[\frac{3{,}88}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[\frac{3{,}47}{\sqrt{2}}\right]^2} = 3{,}68 \text{ А}.$$

6. Действующее значение напряжения (показание вольтметра):

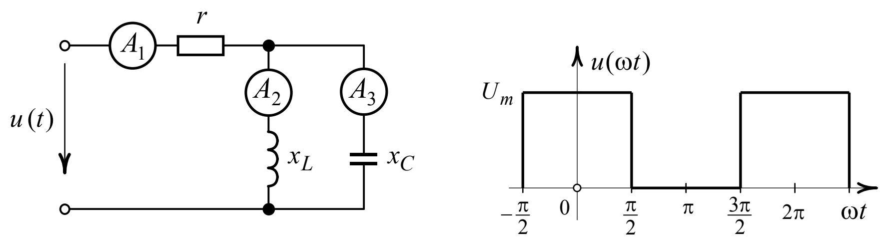
$$U_2 = \sqrt{\left[U_2^{(0)}\right]^2 + \left[\frac{U_{m2}^{(1)}}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[\frac{U_{m2}^{(2)}}{\sqrt{2}}\right]^2} =$$

$$= \sqrt{50^2 + \left[\frac{77{,}6}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[\frac{34{,}7}{\sqrt{2}}\right]^2} = 78{,}19 \text{ В}.$$

П р и м е ч а н и е. Действующее значение тока или напряжения равно корню квадратному из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений всех гармоник и не зависит от их начальных фаз.

Задача 2.3

К электрической цепи (рис. 2.5, а) приложено периодическое не-синусоидальное напряжение. Кривая напряжения, максимальная ам-плитуда которого $U_m = 130$ В, изображена на рис. 2.5, б. Сопротивле-ния элементов цепи при частоте основной гармоники: $r = 12$ Ом, $x_L = 8$ Ом, $x_C = 24$ Ом. Ограничиваясь при разложении кривой напряжения до третьей гармоники включительно, определить показания амперметров, измеряющих действующие значения величин.



а б

Рис. 2.5

Решение

1. При разложении входного напряжения (рис. 2.5, б) в тригонометрический ряд воспользуемся графиком типовой функции (см. приложение, рис. П2). Ограничиваясь при разложении до третьей гармоники включительно, получим

$$u(\omega t) = \frac{U_m}{2} + \frac{2U_m}{\pi}\cos\omega t - \frac{2U_m}{3\pi}\cos 3\omega t =$$

$$= 65 + 82{,}8\sin(\omega t + 90^{\circ}) - 27{,}6\sin(3\omega t + 90^{\circ}) \text{ В}.$$

2. Расчет от действия постоянной составляющей напряжения $U^{(0)} = 65$ В. Полагая, что $x_L^{(0)} = 0$, $x_C^{(0)} = \infty$ (рис. 2.6), получим

$$I_1^{(0)} = \frac{U^{(0)}}{r} = \frac{65}{12} = 5{,}42 \text{ А}, \quad I_2^{(0)} = I_1^{(0)} = 5{,}42 \text{ А}, \quad I_3^{(0)} = 0.$$

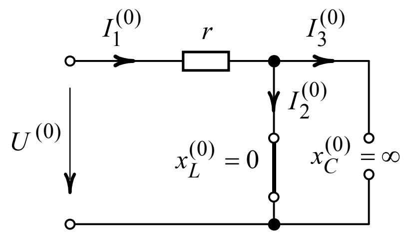


Рис. 2.6

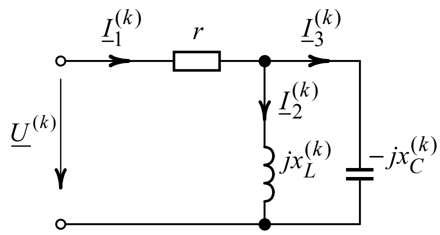


Рис. 2.7

3. Расчет для первой гармоники $(k = 1)$.

Комплекс действующего значения первой гармоники напряжения:

$$\underline{U}^{(1)} = \frac{82{,}8}{\sqrt{2}} e^{j90^{\circ}} = 58{,}5\underline{\left| 90^{\circ} \right.} \text{ В}.$$

Входное комплексное сопротивление цепи для первой гармоники (рис. 2.7):

$$\underline{Z}_{\text{вх}}^{(1)} = r + \frac{jx_L^{(1)}\left(-jx_C^{(1)}\right)}{jx_L^{(1)} - jx_C^{(1)}} = 12 + \frac{j8(-j24)}{j8 - j24} = 12 + j12 = 16{,}97\underline{\left| 45^{\circ} \right.} \text{ Ом}.$$

Комплекс действующего значения тока первой гармоники в неразветвленной части цепи (рис. 2.7):

$$\underline{I}_1^{(1)} = \frac{\underline{U}^{(1)}}{\underline{Z}_{\text{вх}}^{(1)}} = \frac{58{,}5\underline{|90^{\circ}}}{16{,}97\underline{|45^{\circ}}} = 3{,}45\underline{|45^{\circ}} \text{ А}.$$

Комплексы действующих значений гармоник токов в параллельных ветвях:

$$\underline{I}_2^{(1)} = \underline{I}_1^{(1)} \frac{-jx_C^{(1)}}{jx_L^{(1)} - jx_C^{(1)}} = 3{,}45\underline{|45^{\circ}} \frac{-j24}{j8 - j24} = 5{,}17\underline{|45^{\circ}} \text{ А},$$

$$\underline{I}_3^{(1)} = \underline{I}_1^{(1)} - \underline{I}_2^{(1)} = 3{,}45\underline{|45^{\circ}} - 5{,}17\underline{|45^{\circ}} = 1{,}72\underline{|-135^{\circ}} \text{ А}.$$

4. Расчет для третьей гармоники $(k = 3)$.

Комплекс действующего значения третьей гармоники напряжения:

$$\underline{U}^{(3)} = \frac{-27{,}6}{\sqrt{2}} e^{j90^{\circ}} = 19{,}5\underline{|-90^{\circ}} \text{ В}.$$

Реактивные сопротивления цепи для гармоники $k = 3$:

$$x_L^{(3)} = kx_L^{(1)} = 3 \cdot 8 = 24 \text{ Ом};$$

$$x_C^{(3)} = \frac{x_C^{(1)}}{k} = \frac{24}{3} = 8 \text{ Ом}.$$

Входное комплексное сопротивление цепи для третьей гармоники (рис. 2.7):

$$\underline{Z}_{\text{вх}}^{(3)} = r + \frac{jx_L^{(3)}\left(-jx_C^{(3)}\right)}{jx_L^{(3)} - jx_C^{(3)}} = 12 + \frac{j24(-j8)}{j24 - j8} = 12 - j12 = 16{,}97\underline{|-45^{\circ}} \text{ Ом}.$$

Комплекс действующего значения тока третьей гармоники в неразветвленной части цепи (рис. 2.7)

$$\underline{I}_1^{(3)} = \frac{\underline{U}^{(3)}}{\underline{Z}_{\text{вх}}^{(3)}} = \frac{19{,}5\underline{|-90^{\circ}}}{16{,}97\underline{|-45^{\circ}}} = 1{,}15\underline{|-45^{\circ}} \text{ А}.$$

Комплексы действующих значений гармоник токов в параллельных ветвях:

$$\underline{I}_2^{(3)} = \underline{I}_1^{(3)} \frac{-jx_C^{(3)}}{jx_L^{(3)} - jx_C^{(3)}} = 1{,}15\underline{|-45^{\circ}} \frac{-j8}{j24 - j8} = 0{,}58\underline{|135^{\circ}} \text{ А},$$

$$\underline{I}_3^{(3)} = \underline{I}_1^{(3)} - \underline{I}_2^{(3)} = 1{,}15\underline{|-45^{\circ}} - 0{,}58\underline{|135^{\circ}} = 1{,}73\underline{|-45^{\circ}} \text{ А}.$$

5. Действующие значения токов в цепи (показания амперметров):

$$I_{A1} = I = \sqrt{\left[I_1^{(0)}\right]^2 + \left[I_1^{(1)}\right]^2 + \left[I_1^{(3)}\right]^2} = \sqrt{5{,}42^2 + 3{,}45^2 + 1{,}15^2} = 6{,}53 \text{ А},$$

$$I_{A2} = I_2 = \sqrt{\left[I_2^{(0)}\right]^2 + \left[I_2^{(1)}\right]^2 + \left[I_2^{(3)}\right]^2} = \sqrt{5{,}42^2 + 5{,}17^2 + 0{,}58^2} = 7{,}51 \text{ А},$$

$$I_{A3} = I_3 = \sqrt{\left[I_3^{(0)}\right]^2 + \left[I_3^{(1)}\right]^2 + \left[I_3^{(3)}\right]^2} = \sqrt{0 + 1{,}72^2 + 1{,}73^2} = 2{,}44 \text{ А}.$$

Задача 2.4

Определить показания амперметров электромагнитной системы для схемы, изображенной на рис. 2.8, если источник несинусоидальной ЭДС изменяется по закону $e(t)=120+100\sqrt{2}\sin\left(\omega t-30^{\text{o}}\right)+\ \ +50\sqrt{2}\sin\left(3\omega t+60^{\text{o}}\right)\text{В}$, а источник постоянного тока $I_k=2\ \text{А}$. Сопротивления элементов схемы при частоте основной гармоники: $r_1=30\ \text{Ом}$, $r_2=20\ \text{Ом}$, $x_L=30\ \text{Ом}$, $x_C=60\ \text{Ом}$.

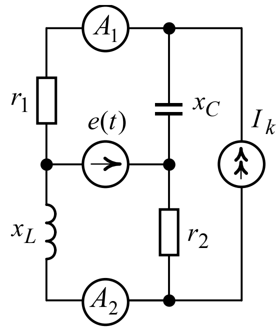


Рис. 2.8

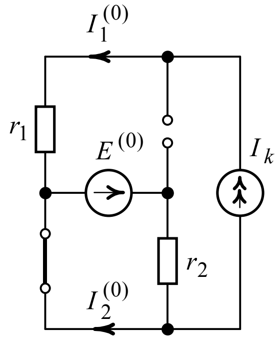


Рис. 2.9

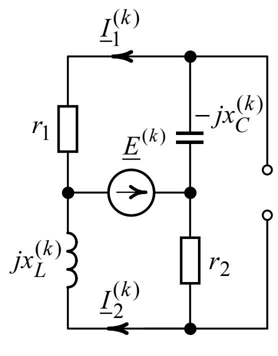


Рис. 2.10

Решение

1. Расчет токов от действия постоянной составляющей источника ЭДС $E^{(0)}=120\ \text{В}$ и источника тока $I_k=2\ \text{А}$ выполним по схеме замещения (рис. 2.9). Принимая в расчетах сопротивления реактивных элементов $x_L^{(0)}=0$, $x_C^{(0)}=\infty$, по методу наложения получим

$$I_1^{(0)}=I_k=2\ \text{А},\ I_2^{(0)}=\frac{E^{(0)}}{r_2}-I_k=\frac{120}{20}-2=4\ \text{А}.$$

2. Расчет для первой гармоники $(k=1)$.

Комплекс действующего значения первой гармоники ЭДС:

$$\underline{E}^{(1)}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{-j30^{\text{o}}}=100\underline{\left|-30^{\text{o}}\right.}\ \text{В}.$$

Комплексы действующих значений токов первой гармоники (рис. 2.10):

$$\underline{I}_1^{(1)}=\frac{\underline{E}^{(1)}}{r_1-jx_C^{(1)}}=\frac{100\underline{\left|-30^{\text{o}}\right.}}{30-j60}=1,49\underline{\left|33,4^{\text{o}}\right.}\ \text{А},$$

$$\underline{I}_2^{(1)}=\frac{\underline{E}^{(1)}}{r_2+jx_L^{(1)}}=\frac{100\underline{\left|-30^{\text{o}}\right.}}{20+j30}=2,77\underline{\left|-86,3^{\text{o}}\right.}\ \text{А}.$$

3. Расчет для третьей гармоники $(k=3)$.

Комплекс действующего значения третьей гармоники ЭДС:

$$\underline{E}^{(3)}=\frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{j60^{\text{o}}}=50\underline{\left|60^{\text{o}}\right.}\ \text{В}.$$

Реактивные сопротивления схемы для гармоники $k=3$:

$$x_L^{(3)}=kx_L^{(1)}=3\cdot 30=90\ \text{Ом},$$

$$x_C^{(3)} = \frac{x_C^{(1)}}{k} = \frac{60}{3} = 20 \text{ Ом}.$$

Комплексы действующих значений токов третьей гармоники (рис. 2.10):

$$\underline{I}_1^{(3)} = \frac{\underline{E}^{(3)}}{r_1 - jx_C^{(3)}} = \frac{50\underline{|60^\circ}}{30 - j20} = 1{,}39\underline{|93{,}7^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_2^{(3)} = \frac{\underline{E}^{(3)}}{r_2 + jx_L^{(3)}} = \frac{50\underline{|60^\circ}}{20 + j90} = 0{,}54\underline{|-17{,}5^\circ} \text{ А}.$$

4. Действующие значения токов (показания амперметров):

$$I_{A1} = I_1 = \sqrt{\left[I_1^{(0)}\right]^2 + \left[I_1^{(1)}\right]^2 + \left[I_1^{(3)}\right]^2} = \sqrt{2^2 + 1{,}49^2 + 1{,}39^2} = 2{,}86 \text{ А},$$

$$I_{A2} = I_2 = \sqrt{\left[I_2^{(0)}\right]^2 + \left[I_2^{(1)}\right]^2 + \left[I_2^{(3)}\right]^2} = \sqrt{4^2 + 2{,}77^2 + 0{,}54^2} = 4{,}89 \text{ А}.$$

Задача 2.5

На входе линейного трансформатора (рис. 2.11) источник несинусоидального напряжения изменяется по закону

$$u(t) = 30 + 45\sqrt{2}\sin\left(\omega t + 90^\circ\right) + 25\sqrt{2}\sin\left(2\omega t - 120^\circ\right) \text{ В}.$$

Определить показания амперметров электромагнитной системы, если $r_1 = 2$ Ом, $r_2 = 4$ Ом, $L_1 = 0{,}01$ Гн, $L_2 = 0{,}02$ Гн, коэффициент связи катушек $k_{св} = 0{,}5$, угловая частота основной гармоники $\omega = 400 \text{ с}^{-1}$.

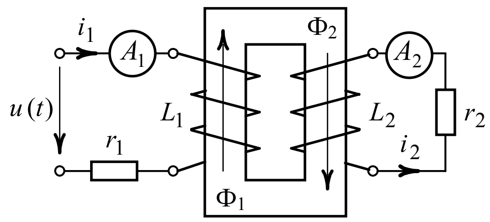


Рис. 2.11

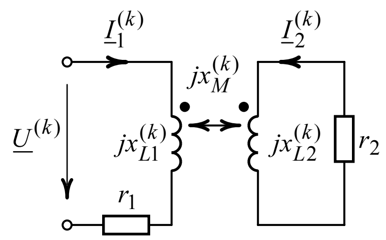


Рис. 2.12

Решение

1. Выполним разметку одноименных зажимов катушек индуктивностей, для чего зададим произвольно направления токов i_1 и i_2 (рис. 2.11). Из рис. 2.11 следует, что при заданных направлениях токов i_1 и i_2 потоки самоиндукции и взаимоиндукции катушек индуктивностей L_1 и L_2 направлены согласно.

Заданная схема линейного трансформатора после разметки одноименных зажимов катушек может быть представлена схемой замещения в комплексном виде (рис. 2.12).

2. Расчет от постоянной составляющей напряжения $U^{(0)} = 30$ В.

Полагая, что для постоянного тока $x_{L1}^{(0)}=0$ и напряжение взаимной индукции отсутствует,

$$I_1^{(0)}=\frac{U^{(0)}}{r_1}=\frac{30}{2}=15\text{ А},\quad I_2^{(0)}=0.$$

3. Расчет для первой гармоники $(k=1)$.

Комплекс действующего значения первой гармоники напряжения:

$$\underline{U}^{(1)}=\frac{45\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{j90^\circ}=45\underline{\big|90^\circ}\text{ В}.$$

Величина взаимной индуктивности

$$M=k_{\text{св}}\sqrt{L_1L_2}=0{,}5\sqrt{0{,}01\cdot 0{,}02}=0{,}0071\text{ Гн}.$$

Реактивные сопротивления для гармоники $k=1$:

$$x_{L1}^{(1)}=\omega L_1=400\cdot 0{,}01=4\text{ Ом},$$

$$x_{L2}^{(1)}=\omega L_1=400\cdot 0{,}02=8\text{ Ом},$$

$$x_M^{(1)}=\omega M=400\cdot 0{,}0071=2{,}84\text{ Ом}.$$

На основании второго закона Кирхгофа система расчетных уравнений цепи (рис. 2.12) будет иметь вид

$$\begin{cases}\underline{I}_1^{(1)}\left(r_1+jx_{L1}^{(1)}\right)+\underline{I}_2^{(1)}jx_M^{(1)}=\underline{U}^{(1)},\\ \underline{I}_2^{(1)}\left(r_2+jx_{L2}^{(1)}\right)+\underline{I}_1^{(1)}jx_M^{(1)}=0.\end{cases}$$

Из совместного решения системы уравнений получим

$$\underline{I}_1^{(1)}=\frac{\underline{U}^{(1)}}{r_1+jx_{L1}^{(1)}-\dfrac{\left(jx_M^{(1)}\right)^2}{r_2+jx_{L2}^{(1)}}}=\frac{45\underline{\big|90^\circ}}{2+j4-\dfrac{(j2{,}84)^2}{4+j8}}=\frac{45\underline{\big|90^\circ}}{4\underline{\big|53^\circ}}=11{,}25\underline{\big|37^\circ}\text{ А},$$

$$\underline{I}_2^{(1)}=-\underline{I}_1^{(1)}\frac{jx_M^{(1)}}{r_2+jx_{L2}^{(1)}}=-11{,}25\underline{\big|37^\circ}\frac{j2{,}84}{4+j8}=3{,}57\underline{\big|-116{,}4^\circ}\text{ А}.$$

4. Расчет для второй гармоники $(k=2)$.

Комплекс действующего значения второй гармоники напряжения

$$\underline{E}^{(2)}=\frac{25\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{-j120^\circ}=25\underline{\big|-120^\circ}\text{ В}.$$

Реактивные сопротивления для гармоники $k=2$:

$$x_{L1}^{(2)}=kx_{L1}^{(1)}=2\cdot 4=8\text{ Ом},$$

$$x_{L2}^{(2)}=kx_{L1}^{(1)}=2\cdot 8=16\text{ Ом},$$

$$x_M^{(2)}=kx_M^{(1)}=2\cdot 2{,}84=5{,}68\text{ Ом}.$$

Система расчетных уравнений цепи (рис. 2.12) будет иметь вид

$$\begin{cases} \underline{I}_1^{(2)}\left(r_1 + jx_{L1}^{(2)}\right) + \underline{I}_2^{(2)} jx_M^{(2)} = \underline{U}^{(2)}, \\ \underline{I}_2^{(2)}\left(r_2 + jx_{L2}^{(2)}\right) + \underline{I}_1^{(2)} jx_M^{(2)} = 0. \end{cases}$$

Из совместного решения системы получим

$$\underline{I}_1^{(2)} = \frac{\underline{U}^{(2)}}{r_1 + jx_{L1}^{(2)} - \dfrac{\left(jx_M^{(2)}\right)^2}{r_2 + jx_{L2}^{(2)}}} = \frac{25\lfloor -120^{\circ}}{2 + j8 - \dfrac{(j5,68)^2}{4 + j16}} =$$

$$= \frac{25\lfloor -120^{\circ}}{6,58\lfloor 67,9^{\circ}} = 3,8\lfloor 172,1^{\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2^{(2)} = -\underline{I}_1^{(2)} \frac{jx_M^{(2)}}{r_2 + jx_{L2}^{(2)}} = 3,8\lfloor 172,1^{\circ} \frac{j5,68}{4 + j16} = 1,31\lfloor -173,9^{\circ} \text{ А}.$$

5. Действующие значения токов (показания амперметров):

$$I_{A1} = I_1 = \sqrt{\left[I_1^{(0)}\right]^2 + \left[I_1^{(1)}\right]^2 + \left[I_1^{(2)}\right]^2} = \sqrt{15^2 + 11,25^2 + 3,8^2} = 19,1 \text{ А},$$

$$I_{A2} = I_2 = \sqrt{\left[I_2^{(0)}\right]^2 + \left[I_2^{(1)}\right]^2 + \left[I_2^{(2)}\right]^2} = \sqrt{0 + 3,57^2 + 1,31^2} = 3,8 \text{ А}.$$