

Тема 8. Энергетические расчеты в цепях однофазного синусоидального тока

При расчете электрических цепей синусоидального (переменного) тока интерес представляют характеристики, связанные с определением мощности и энергии, производимой или отдаваемой источниками и потребляемой в элементах цепи, режимов работы источников, определением коэффициента мощности и методов его повышения, условий передачи максимальной мощности от источника к нагрузке, направлений передачи энергии и т.д.

Задача 8.1

Для цепи (рис. 8.1) построить кривые мгновенных значений приложенного к цепи напряжения u , тока i , полной мощности p и энергии магнитного поля w_M . Дано: $u = 5 \sin \omega t$, $r = 1,2$ Ом, $L = 0,004$ Гн, $\omega = 400$ с⁻¹.

Решение

1. Мгновенное значение тока в цепи (рис. 8.1):

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \sin\left(\omega t - \arctg \frac{\omega L}{r}\right) = \\
 &= \frac{5}{\sqrt{1,2^2 + (400 \cdot 0,004)^2}} \sin\left(400t - \arctg \frac{400 \cdot 0,004}{1,2}\right) = \\
 &= 2,5 \sin(400t - 53,1^\circ) \text{ А.}
 \end{aligned}$$

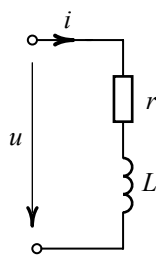


Рис. 8.1

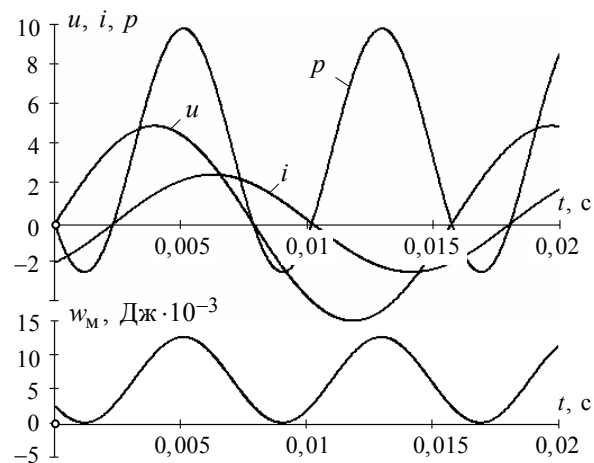


Рис. 8.2

2. Мгновенное значение полной мощности в цепи:

$$\begin{aligned}
 p &= ui = 5 \sin 400t \cdot 2,5 \sin(400t - 53,1^\circ) = \\
 &= \frac{5 \cdot 2,5}{2} [\cos(-53,1^\circ) - \cos(2 \cdot 400t - 53,1^\circ)] = \\
 &= 3,75 - 6,25 \cos(800t - 53,1^\circ) \text{ ВА.}
 \end{aligned}$$

3. Мгновенное значение энергии магнитного поля

$$\begin{aligned}
 w_M &= \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \sin^2(\omega t + \psi_i) = \frac{LI_m^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + \psi_i)] = \\
 &= \frac{0,004 \cdot 2,5^2}{4} [1 - \cos(2 \cdot 400t - 53,1^\circ)] = \\
 &= 6,25 \cdot 10^{-3} [1 - \cos(800t - 53,1^\circ)] \text{ Дж} .
 \end{aligned}$$

4. Кривые зависимостей мгновенных значений u , i , p и w_M в функции от времени приведены на рис. 8.2.

Примечание. Отрицательный знак мгновенной мощности показывает, что источник не отдает энергию, а получает её от индуктивности.

Задача 8.2

Для цепи (рис. 8.3) построить кривые мгновенных значений приложенного к цепи напряжения u , тока i , полной мощности p , энергии электрического и магнитного полей. Дано: $u = 26 \sin \omega t$, $r = 2,5$ Ом, $L = 0,02$ Гн, $C = 500$ мкФ, $\omega = 500$ с⁻¹.

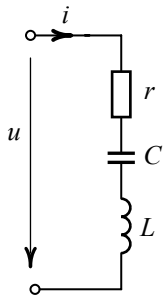


Рис. 8.3

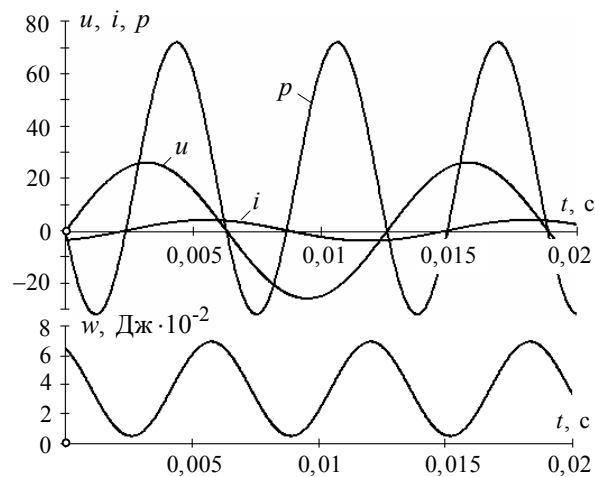


Рис. 8.4

Решение

1. Мгновенное значение тока в цепи (рис. 8.3):

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin\left(\omega t - \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}\right) = \\
 &= \frac{26}{\sqrt{2,5^2 + \left(500 \cdot 0,02 - \frac{1}{500 \cdot 500 \cdot 10^{-6}}\right)^2}} \sin\left(500t - \arctg \frac{10 - 4}{2,5}\right) = \\
 &= 4 \sin(500t - 67,4^\circ) \text{ А} .
 \end{aligned}$$

2. Мгновенное значение полной мощности в цепи:

$$\begin{aligned} p &= ui = 26 \sin 500t \cdot 4 \sin(500t - 67,4^\circ) = \\ &= \frac{26 \cdot 4}{2} [\cos(-67,4^\circ) - \cos(2 \cdot 500t - 67,4^\circ)] = \\ &= 20 - 52 \cos(1000t - 67,4^\circ) \text{ ВА.} \end{aligned}$$

3. Мгновенное значение энергии электрического и магнитного полей установим, предварительно определив мгновенное значение напряжения на емкости:

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2} + \psi_i\right) = \\ &= \frac{1}{500 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} 4 \sin(500t - 90^\circ - 67,4^\circ) = \\ &= 16 \sin(500t - 157,4^\circ) \text{ В.} \end{aligned}$$

Следовательно:

$$\begin{aligned} w &= w_э + w_м = \frac{Cu_C^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \frac{CU_{mC}^2}{2} \sin^2(\omega t + \psi_u) + \\ &+ \frac{LI_m^2}{2} \sin^2(\omega t + \psi_i) = \frac{CU_{mC}^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + \psi_u)] + \\ &+ \frac{LI_m^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + \psi_i)] = \\ &= \frac{500 \cdot 10^{-6} \cdot 16^2}{4} [1 - \cos(2 \cdot 500t - 157,4^\circ)] + \\ &+ \frac{0,02 \cdot 4^2}{4} [1 - \cos(2 \cdot 500t - 67,4^\circ)] = \\ &= 32 \cdot 10^{-3} [1 - \cos(1000t - 157,4^\circ)] + 5 \cdot 10^{-3} [1 - \cos(1000t - 67,4^\circ)] \text{ Дж.} \end{aligned}$$

4. Кривые зависимости мгновенных значений u , i , p и w в функции от времени приведены на рис. 8.4.

Задача 8.3

Графики изменения мгновенной мощности потребителей изображены на рис. 8.5 – 8.7. По кривой $p(\omega t)$ определить полную S , активную P , реактивную Q мощности и $\cos \phi$ потребителя.

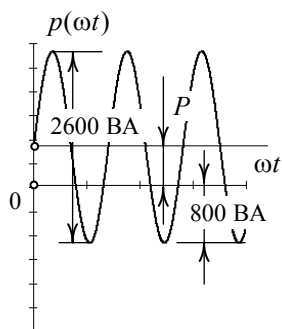


Рис. 8.5

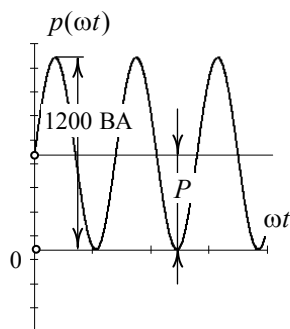


Рис. 8.6

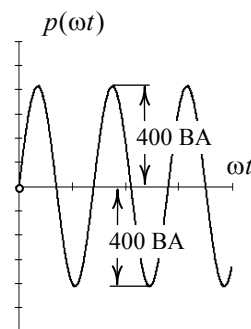


Рис. 8.7

Решение

1. Допустим, что напряжение и ток в цепи равны:

$$u = U_m \sin \omega t, \quad i = I_m \sin(\omega t \pm \psi),$$

тогда мгновенная мощность цепи

$$\begin{aligned} p &= ui = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin(\omega t \pm \psi) = \\ &= UI \cos \psi - UI \cos(2\omega t \pm \psi) = S \cos \psi - S \cos(2\omega t \pm \psi). \end{aligned}$$

Установленное выражение отражает графики изменения мгновенной мощности (рис. 8.5 – 8.7). Следовательно, величину полной мощности S на графике определяет амплитудное значение синусоиды, изменяющейся с двойной частотой, а величину активной мощности P – сдвиг синусоиды по оси ординат относительно оси симметрии.

2. Рассмотрим график мгновенной мощности (рис. 8.5). Полная мощность цепи $S = \frac{2600}{2} = 1300$ ВА, активная мощность $P = 1300 - 800 = 500$ Вт, реактивная мощность

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{1300^2 - 500^2} = 1200 \text{ ВАр}.$$

По определению $\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{500}{1300} = 0,385$.

3. Рассмотрим график мгновенной мощности (рис. 8.6). Полная мощность цепи $S = \frac{1200}{2} = 600$ ВА, активная мощность $P = S = 600$ Вт, реактивная мощность

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 0, \quad \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{600}{600} = 1.$$

4. Рассмотрим график мгновенной мощности (рис. 8.7). Полная мощность цепи $S = 400$ ВА, активная мощность $P = 0$, реактивная мощность $Q = S = 400$ ВАр,

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{0}{400} = 0.$$

Задача 8.4

Для цепи (рис. 8.8) установить режимы работы источников по активной мощности, составить уравнение баланса мощностей.

Дано: $\underline{E}_1 = 120e^{j20^\circ}$ В, $\underline{E}_2 = 230e^{-j260^\circ}$ В, $\underline{E}_3 = 100e^{j90^\circ}$ В, $r_1 = 140$ Ом, $r_2 = 160$ Ом, $x_{C1} = 110$ Ом, $x_{L1} = 190$ Ом.

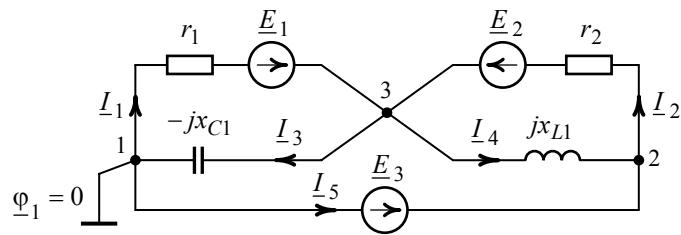


Рис. 8.8

Решение

Выполним расчет комплексов действующих значений токов. Для расчета цепи целесообразно воспользоваться методом узловых потенциалов.

Потенциал узла 1 (рис. 8.8) принимаем равным нулю ($\varphi_1 = 0$), следовательно, потенциал $\varphi_2 = E_3$.

Расчетное уравнение для комплексного потенциала узла 3 будет иметь следующий вид:

$$\varphi_3 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{-jx_{C1}} + \frac{1}{jx_{L1}} \right) - \varphi_2 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{jx_{L1}} \right) = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2},$$

откуда

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \varphi_2 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{jx_{L1}} \right)}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{-jx_{C1}} + \frac{1}{jx_{L1}}} = \\ &= \frac{\frac{120|20^\circ}{140} + \frac{230|-260^\circ}{160} + 100|90^\circ \left(\frac{1}{160} + \frac{1}{j190} \right)}{\frac{1}{140} + \frac{1}{160} + \frac{1}{-j110} + \frac{1}{j190}} = 184,7|49,2^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

2. Комплексы действующих значений токов ветвей:

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3 + E_1}{r_1} = \frac{-184,7|49,2^\circ + 120|20^\circ}{140} = 0,71|-94,6^\circ \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_2}{r_2} = \frac{100|90^\circ - 184,7|49,2^\circ + 230|-260^\circ}{160} = 1,54|130,7^\circ \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{-jx_{C1}} = \frac{184,7|49,2^\circ}{-j110} = 1,68|139,2^\circ \text{ А},$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{jx_{L1}} = \frac{184,7|49,2^\circ - 100|90^\circ}{j190} = 0,67|-71,7^\circ \text{ А},$$

$$I_5 = I_3 - I_1 = 1,68|139,2^\circ - 0,71|-94,6^\circ = 2,17|123,9^\circ \text{ А}.$$

3. Режимы работы источников по активной мощности.

Мощность источника ЭДС E_1 :

$$\underline{S}_{E1} = \underline{E}_1 \bar{I}_1 = 120 \angle 20^\circ \cdot 0,71 \angle +94,6^\circ = -35,47 + j77,47 \text{ ВА} .$$

Активная мощность $P_{E1} = -35,47$ Вт имеет отрицательное значение, что означает работу источника ЭДС E_1 в режиме приемника (потребителя).

Мощность источника ЭДС E_2 :

$$\underline{S}_{E2} = \underline{E}_2 \bar{I}_2 = 230 \angle -260^\circ \cdot 1,54 \angle -130,7^\circ = 304,56 - j180,83 \text{ ВА} .$$

Активная мощность $P_{E2} = 304,56$ Вт имеет положительное значение, что означает работу источника в генераторном режиме (режим источника).

Мощность источника ЭДС E_3 :

$$\underline{S}_{E3} = \underline{E}_3 \bar{I}_5 = 100 \angle 90^\circ \cdot 2,17 \angle -123,9^\circ = 180,11 - j121,03 \text{ ВА} .$$

Активная мощность $P_{E3} = 180,11$ Вт имеет положительное значение. Работа источника ЭДС E_3 также осуществляется в генераторном режиме (режим источника).

4. Уравнение баланса мощностей цепи.

Мощность, развиваемая всеми источниками:

$$\underline{S}_{\text{ист}} = \underline{S}_{E1} + \underline{S}_{E2} + \underline{S}_{E3} = \underline{E}_1 \bar{I}_1 + \underline{E}_2 \bar{I}_2 + \underline{E}_3 \bar{I}_5 = 449,21 - j224,4 \text{ ВА} .$$

Мощность, потребляемая:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{\text{пот}} &= I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_3^2 (-jx_{C1}) + I_4^2 jx_{L1} = \\ &= 0,71^2 \cdot 140 + 1,54^2 \cdot 160 + 1,68^2 (-j110) + 0,67^2 \cdot j190 = \\ &= 450,03 - j225,17 \text{ ВА} . \end{aligned}$$

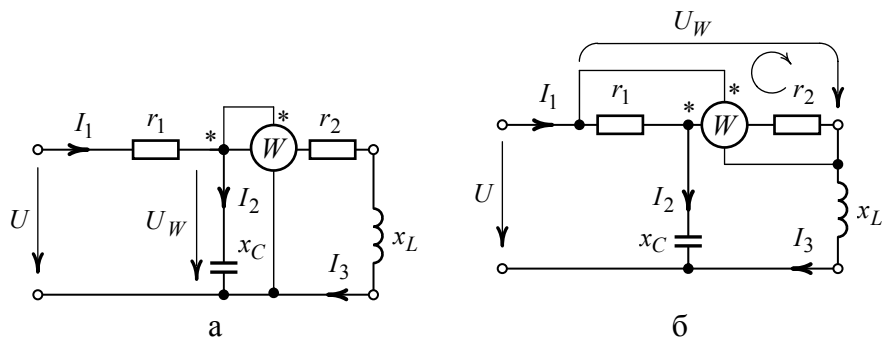
Относительная ошибка вычислений по активной и реактивной мощности:

$$\delta_P \% = \frac{450,03 - 449,21}{\frac{1}{2}(450,03 + 449,21)} \cdot 100\% = 0,18\% ,$$

$$\delta_Q \% = \frac{225,17 - 224,4}{\frac{1}{2}(225,17 + 224,4)} \cdot 100\% = 0,34\%$$

Задача 8.5

Для цепи (рис. 8.9) требуется определить показания ваттметров для различных схем включения его измерительных обмоток. Дано: $U = 120$ В, $r_1 = 12$ Ом, $r_2 = 16$ Ом, $x_L = 46$ Ом, $x_C = 34$ Ом.



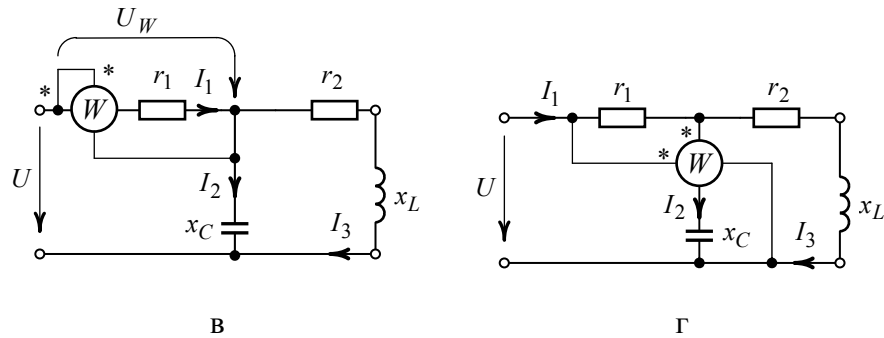


Рис. 8.9

Решение

1. Выполним расчет токов в ветвях цепи комплексным методом. Комплекс действующего значения тока на входе цепи:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{\underline{U}}{r_1 + \frac{-jx_C(r_2 + jx_L)}{r_2 + jx_L - jx_C}} = \frac{120|0^\circ}{12 + \frac{-j34(16 + j46)}{16 + j12}} = 1,33|49,7^\circ \text{ A}.$$

2. Комплексы действующих значений токов в разветвленной части цепи:

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \frac{r_2 + jx_L}{r_2 + jx_L - jx_C} = 1,33|49,7^\circ \cdot \frac{16 + j46}{16 + j12} = 3,24|83,6^\circ \text{ A},$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \frac{-jx_C}{r_2 + jx_L - jx_C} = 1,33|49,7^\circ \cdot \frac{-j34}{16 + j12} = 2,26|-77,2^\circ \text{ A}.$$

3. Показание ваттметра, включенного по схеме (рис. 8.9, а), найдем, предварительно определив комплекс действующего напряжения:

$$\underline{U}_W = \underline{I}_2 (-jx_C) = 3,24|83,6^\circ \cdot (-j34) = 110,16|-6,4^\circ \text{ В}.$$

Показание ваттметра соответствует мощности:

$$P_1 = \text{Re}[\underline{S}_1] = \text{Re}[\underline{U}_W \bar{\underline{I}}_3] = \text{Re}[110,16|-6,4^\circ \cdot 2,26|+77,2^\circ] = 81,76 \text{ Вт}.$$

4. Показание ваттметра, включенного по схеме, рис. 8.9, б.

Напряжение, приложенное к измерительной обмотке ваттметра, найдем по второму закону Кирхгофа для указанного на схеме, рис. 8.9, б, контура:

$$\underline{U}_W - \underline{I}_3 r_2 - \underline{I}_1 r_1 = 0,$$

откуда

$$\underline{U}_W = \underline{I}_3 r_2 + \underline{I}_1 r_1 = 2,26|-77,2^\circ \cdot 16 + 1,33|49,7^\circ \cdot 12 = 29,48|-51,5^\circ \text{ В}.$$

Показание ваттметра соответствует активной мощности:

$$\begin{aligned} P_2 &= \text{Re}[\underline{S}_2] = \text{Re}[\underline{U}_W \bar{\underline{I}}_3] = \text{Re}[29,48|-51,5^\circ \cdot 2,26|+77,2^\circ] = \\ &= 60,03 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

5. Показание ваттметра, включенного по схеме, рис. 8.9, в.

Напряжение, приложенное к измерительной обмотке:

$$\underline{U}_W = \underline{I}_1 r_1 = 1,33|49,7^\circ \cdot 12 = 15,96|49,7^\circ \text{ В}.$$

Показание ваттметра будет соответствовать активной мощности

$$P_3 = \operatorname{Re}[S_3] = \operatorname{Re}[\underline{U}_W \bar{I}_1] = \operatorname{Re}[15,96 \angle 49,7^\circ \cdot 1,33 \angle -49,7^\circ] = 21,23 \text{ Вт}.$$

6. Показание ваттметра, включенного по схеме, рис.8.9, г.

Напряжение, приложенное к измерительной обмотке $\underline{U}_W = \underline{U}$.

Ваттметр покажет активную мощность:

$$P_4 = \operatorname{Re}[S_4] = \operatorname{Re}[\underline{U}_W \bar{I}_2] = \operatorname{Re}[120 \angle 0^\circ \cdot 3,24 \angle -83,6^\circ] = 43,34 \text{ Вт}.$$

Задача 8.6

Определить полную, активную, реактивную мощности и коэффициент мощности цепи (рис. 8.10) при разомкнутом положении ключа SA. Рассчитать емкость конденсатора, которую необходимо включить параллельно цепи, чтобы повысить коэффициент мощности до $\cos \varphi^I = 0,851$. Дано: $U = 36 \text{ В}$, $r_1 = 0,2 \text{ Ом}$, $r_2 = 0,4 \text{ Ом}$, $r_3 = 4,6 \text{ Ом}$, $L = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$, $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$.

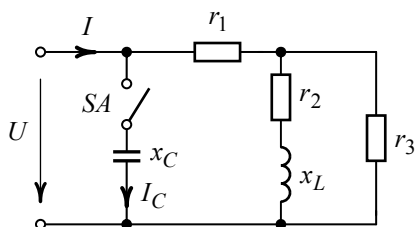


Рис. 8.10

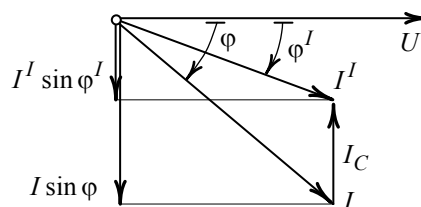


Рис. 8.11

Решение

1. Комплекс действующего значения тока в неразветвленной части цепи при разомкнутом ключе SA (рис. 8.10).

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{\underline{U}}{r_1 + \frac{(r_2 + j\omega L)r_3}{r_2 + r_3 + j\omega L}} = \\ &= \frac{36 \angle 0^\circ}{0,2 + \frac{(0,4 + j314 \cdot 4 \cdot 10^{-3})4,6}{0,4 + 4,6 + j314 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} = 27,85 \angle -50,7^\circ \text{ А}. \end{aligned}$$

2. Полная мощность цепи:

$$\underline{S} = \underline{U} \bar{I} = 36 \angle 0^\circ \cdot 27,85 \angle +50,7^\circ = 1002,6 \angle 50,7^\circ = 635 + j775,8 \text{ ВА}.$$

Активная мощность:

$$P = \operatorname{Re}[\underline{S}] = \operatorname{Re}[635 + j775,8] = 635 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность:

$$Q = \operatorname{Im}[\underline{S}] = \operatorname{Im}[635 + j775,8] = 775,8 \text{ ВАр}.$$

Таким образом, $S = 1002,6 \text{ ВА}$, $P = 635 \text{ Вт}$, $Q = 775,8 \text{ ВАр}$.

3. Коэффициент мощности:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{635}{1002,6} = 0,633.$$

4. Для повышения коэффициента мощности от $\cos \varphi = 0,633$ до $\cos \varphi = 0,851$ (ключ SA в замкнутом положении) ток I_C через емкость согласно векторной диаграмме (рис. 8.11) должен иметь величину

$$I_C = I \sin \varphi - I^I \sin \varphi^I.$$

Ток в неразветвленной части найдем из соотношения (рис. 8.11)

$$I \cos \varphi = I^I \cos \varphi^I,$$

откуда

$$I^I = I \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi^I} = 27,85 \frac{0,633}{0,851} = 20,72 \text{ А}.$$

По известным $\cos \varphi = 0,633$ и $\cos \varphi^I = 0,851$ находим $\sin \varphi = 0,774$ и $\sin \varphi^I = 0,525$.

Ток через емкость

$$I_C = I \sin \varphi - I^I \sin \varphi^I = 27,85 \cdot 0,774 - 20,72 \cdot 0,525 = 10,68 \text{ А}.$$

Согласно схеме (рис. 8.10) $I_C = \frac{U}{1/\omega C}$, откуда емкость конденсатора должна составлять

$$C = \frac{I_C}{\omega U} = \frac{10,68}{314 \cdot 36} = 945 \text{ мкФ}.$$

Задача 8.7

Для цепи (рис. 8.12) определить ток в нагрузочном сопротивлении Z_H при условии выделения в нем максимальной мощности, установить максимально возможную мощность. Определить КПД системы передачи электрической энергии от источника в нагрузку.

Дано: $E = 110 \text{ В}$, $r = 2 \text{ Ом}$, $x_L = 3 \text{ Ом}$, $r_0 = 2 \text{ Ом}$, $x_0 = 4 \text{ Ом}$, $x_C = 6 \text{ Ом}$.

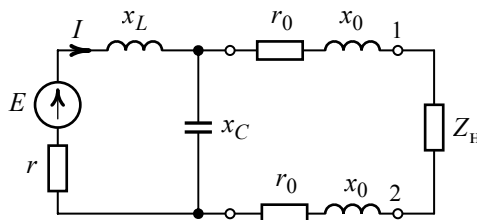


Рис. 8.12

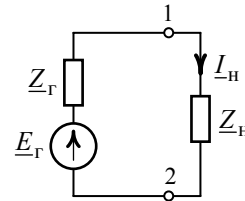


Рис. 8.13

Решение

1. Применим теорему об эквивалентном генераторе и согласно схеме рис. 8.13 выполним расчет тока \underline{I}_H в нагрузочном сопротивлении \underline{Z}_H как

$$\underline{I}_H = \frac{\underline{E}_G}{\underline{Z}_G + \underline{Z}_H}.$$

2. Определим ЭДС генератора \underline{E}_r , которое равно комплексу действующего напряжения \underline{U}_{12} относительно зажимов разомкнутой ветви с нагрузочным сопротивлением \underline{Z}_H (рис. 8.14):

$$\underline{U}_{12} = \underline{I}^I (-jx_C) = \frac{\underline{E}(-jx_C)}{r + jx_L - jx_C} = \frac{110|0^\circ \cdot (-j6)}{2 + j3 - j6} = 183,05 \angle -33,7^\circ \text{ В.}$$

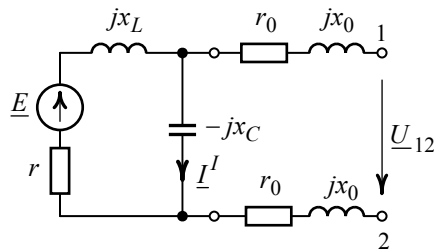


Рис. 8.14

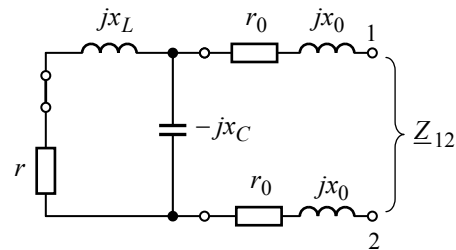


Рис. 8.15

3. Определим сопротивление генератора \underline{Z}_r , которое равно комплексному сопротивлению \underline{Z}_{12} относительно зажимов разомкнутой ветви с сопротивлением \underline{Z}_H (рис. 8.15):

$$\begin{aligned} \underline{Z}_r = \underline{Z}_{12} &= 2r_0 + 2jx_0 + \frac{-jx_C(r + jx_L)}{r + jx_L - jx_C} = \\ &= 4 + j8 + \frac{-j6(2 + j3)}{2 + j3 - j6} = 14,04 \angle 47,2^\circ \text{ Ом.} \end{aligned}$$

4. Найдем сопротивление нагрузки \underline{Z}_H . Максимум мощности выделится в нагрузке \underline{Z}_H при условии, что сопротивление нагрузки комплексно сопряжено с сопротивлением эквивалентного генератора

$$\underline{Z}_H = \bar{\underline{Z}}_{12} = 14,04 \angle -47,2^\circ = 9,54 - j10,3 \text{ Ом.}$$

5. Комплекс действующего значения тока в нагрузочном сопротивлении:

$$\begin{aligned} \underline{I}_H &= \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_r + \underline{Z}_H} = \frac{183,05 \angle -33,7^\circ}{14,04 \angle 47,2^\circ + 14,04 \angle -47,2^\circ} = \frac{183,05 \angle -33,7^\circ}{19,08} = \\ &= 9,59 \angle -33,7^\circ \text{ А.} \end{aligned}$$

6. Максимально возможная мощность, выделяемая в нагрузке, составит

$$P_{H \max} = I_H^2 \text{Re}(\underline{Z}_H) = 9,59^2 \text{Re}(9,54 - j10,3) = 877,4 \text{ Вт.}$$

7. Рассчитаем мощность, доставляемую источником \underline{E} (рис. 8.12):

$$P_E = \text{Re}[\underline{E}\bar{\underline{I}}] = \text{Re}[110|0^\circ \cdot 25,4 \angle -24,8^\circ] = 2536 \text{ Вт,}$$

где
$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{r + jx_L + \frac{-jx_C(2r_0 + 2jx_0 + \underline{Z}_H)}{2r_0 + 2jx_0 + \underline{Z}_H - jx_C}} =$$

$$= \frac{110|0^\circ}{2 + j3 + \frac{-j6(4 + j8 + 9,54 - j10,3)}{4 + j8 + 9,54 - j10,3 - j6}} = 25,4|24,8^\circ \text{ A}.$$

8. КПД системы передачи электрической энергии от источника в нагрузку

$$\eta = \frac{P_{\text{н max}}}{P_E} 100\% = \frac{877,4}{2536} 100\% = 34,6\%.$$

Задача 8.8

Источники ЭДС E_1 и E_2 с присоединенной нагрузкой $Z_{\text{н1}}$ и $Z_{\text{н2}}$ образуют две части схемы, соединенные двухпроводной линией (рис. 8.16). Определить направление передачи энергии через линию от одной части схемы к другой. Дано: $\underline{E}_1 = 240e^{j230^\circ}$ В, $\underline{E}_2 = 240e^{-j120^\circ}$ В, $r_1 = r_2 = 2$ Ом, $x_{L1} = x_{L2} = 4$ Ом, $\underline{Z}_{\text{н1}} = 25$ Ом, $\underline{Z}_{\text{н2}} = 15$ Ом.

Решение

1. Допустим, что в применении к схеме (рис. 8.16) мощность передается по двухпроводной линии от левой части схемы к правой. Этим определен выбор положительного направления тока в линии $\underline{I}_\text{л}$ и соответствующее включение ваттметра для измерения активной мощности, передаваемой слева направо (рис. 8.16).

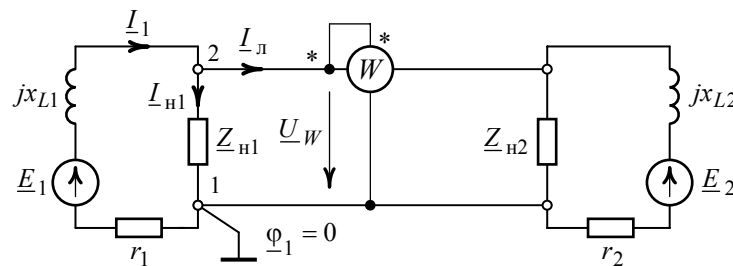


Рис. 8.16

Ваттметр измеряет активную мощность, передаваемую в линии

$$P = \text{Re}[\underline{U}_W \bar{\underline{I}}_\text{л}].$$

2. Расчет схемы выполним методом двух узлов. Пусть $\underline{\varphi}_1 = 0$, тогда

$$\begin{aligned} \underline{\varphi}_2 &= \frac{\frac{\underline{E}_1}{r_1 + jx_{L1}} + \frac{\underline{E}_2}{r_2 + jx_{L2}}}{\frac{1}{r_1 + jx_{L1}} + \frac{1}{r_2 + jx_{L2}} + \frac{1}{\underline{Z}_{\text{н1}}} + \frac{1}{\underline{Z}_{\text{н2}}}} = \\ &= \frac{\frac{240|230^\circ}{2 + j4} + \frac{240|-120^\circ}{2 + j4}}{\frac{1}{2 + j4} + \frac{1}{2 + j4} + \frac{1}{25} + \frac{1}{15}} = 212,14|-135,9^\circ \text{ В}. \end{aligned}$$

3. Интересующие в схеме (рис. 8.16) комплексы действующих значений токов:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{\varphi}_1 - \underline{\varphi}_2 + \underline{E}_1}{r_1 + jx_{L1}} = \frac{-212,14 \angle -135,9^\circ + 240 \angle 230^\circ}{2 + j4} = 8,11 \angle -156,5^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_{н1} = \frac{\underline{\varphi}_2 - \underline{\varphi}_1}{Z_{н1}} = \frac{212,14 \angle -135,9^\circ}{25} = 8,49 \angle -135,9^\circ \text{ А}.$$

По первому закону Кирхгофа через узел 2 найдем $\underline{I}_л$:

$$\underline{I}_л = \underline{I}_1 - \underline{I}_{н1} = 8,11 \angle -156,5^\circ - 8,49 \angle -135,9^\circ = 2,99 \angle 116,6^\circ \text{ А}.$$

4. Напряжение на зажимах ваттметра (напряжение в линии):

$$\underline{U}_W = \underline{\varphi}_2 - \underline{\varphi}_1 = 212,14 \angle -135,9^\circ \text{ В}.$$

5. Показание ваттметра

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re}[\underline{U}_W \bar{I}_л] = \operatorname{Re}[212,14 \angle -135,9^\circ \cdot 2,99 \angle -116,6^\circ] = \\ &= \operatorname{Re}(-190,1 + j602,92) = -190,1 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Активная мощность имеет отрицательное значение, следовательно, направление передачи энергии через линию осуществляется от правой части схемы (рис. 8.16) к левой.