

Тема 5. Методы расчета цепей синусоидального тока

Все известные способы расчета резистивных цепей на постоянном токе применимы в комплексной форме к расчету цепей синусоидального тока. Сущность символического (комплексного) метода состоит в том, что при синусоидальном токе можно перейти от уравнений цепи, составленных для мгновенных значений и являющихся дифференциальными уравнениями, к алгебраическим уравнениям относительно комплексных токов, напряжений и ЭДС.

Задача 5.1

По законам Кирхгофа рассчитать действующие и мгновенные значения токов в ветвях схемы цепи, изображенной на рис. 5.1. Выполнить проверку расчетов по балансу мощностей и построить топографическую диаграмму.

Дано: $e_1 = 130\sqrt{2} \sin(200t + 90^\circ)$ В, $e_2 = 200\sqrt{2} \sin(200t + 180^\circ)$ В, $e_3 = 100\sqrt{2} \sin 200t$ В, $r_1 = 101$ Ом, $r_2 = 139$ Ом, $L_1 = 0,5$ Гн, $L_2 = 1,0$ Гн, $C_1 = 25$ мкФ, $C_2 = 50$ мкФ.

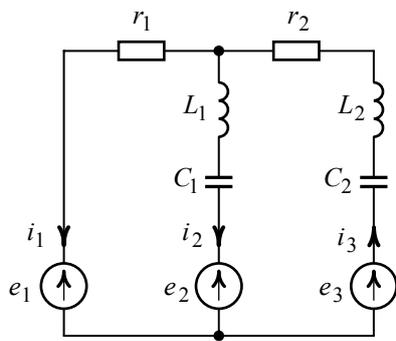


Рис. 5.1

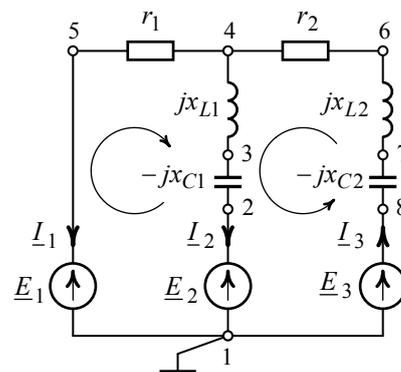


Рис. 5.2

Решение

1. Решение получим для схемы (рис. 5.2), приведенной относительно комплексных значений величин. Положительные направления комплексов действующих значений токов выбраны по направлению их мгновенных значений (рис. 5.1).

2. Сопротивления реактивных элементов для частоты питающих схему источников $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$:

$$x_{L1} = \omega L_1 = 200 \cdot 0,5 = 100 \text{ Ом},$$

$$x_{L2} = \omega L_2 = 200 \cdot 1 = 200 \text{ Ом},$$

$$x_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{200 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} = 200 \text{ Ом},$$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{200 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ Ом}.$$

3. Комплексы действующих значений источников ЭДС:

$$\underline{E}_1 = \frac{130\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 130 \underline{90^\circ} = j130 \text{ В},$$

$$\underline{E}_2 = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j180^\circ} = 200 \underline{180^\circ} = -200 \text{ В},$$

$$\underline{E}_3 = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = 100 \underline{0^\circ} = 100 \text{ В}.$$

4. Схема (рис. 5.2) содержит три ветви ($m_B = 3$), два узла ($n_y = 2$).

Достаточное количество уравнений для расчета цепи по законам Кирхгофа равно трем.

По первому закону Кирхгофа: $N_1 = n_y - 1 = 1$.

По второму закону Кирхгофа: $N_2 = m_B - (n_y - 1) = 2$.

Положительные направления обхода независимых контуров указаны на рис. 5.2.

5. Система уравнений, составленных по законам Кирхгофа в символической форме для цепи (рис. 5.2), имеет вид

$$\begin{cases} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0, \\ -\underline{I}_1 r_1 + \underline{I}_2 (jx_{L1} - jx_{C1}) = \underline{E}_1 - \underline{E}_2, \\ \underline{I}_2 (jx_{L1} - jx_{C1}) + \underline{I}_3 (r_2 + jx_{L2} - jx_{C2}) = \underline{E}_3 - \underline{E}_2. \end{cases}$$

6. После подстановки числовых значений сопротивлений и ЭДС получим:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0, \\ -\underline{I}_1 \cdot 101 + \underline{I}_2 \cdot (-j100) = 200 + j130, \\ \underline{I}_2 \cdot (-j100) + \underline{I}_3 \cdot (139 + j100) = 300. \end{cases}$$

7. Решение системы получим с помощью определителей по методу Крамера.

Главный определитель системы:

$$\begin{aligned} \Delta(j\omega) &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -101 & -j100 & 0 \\ 0 & -j100 & (139 + j100) \end{vmatrix} = \\ &= (2,404 - j1,39)10^4. \end{aligned}$$

Дополнительные определители системы:

$$\begin{aligned} \Delta_1(j\omega) &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ (200 + j130) & -j100 & 0 \\ 300 & -j100 & (139 + j100) \end{vmatrix} = \\ &= (-2,78 - j4,807)10^4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2(j\omega) &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -101 & (200 + j130) & 0 \\ 0 & 300 & (139 + j100) \end{vmatrix} = \\ &= (4,51 + j3,807)10^4. \end{aligned}$$

$$\Delta_3(j\omega) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -101 & -j100 & (200 + j130) \\ 0 & -j100 & 300 \end{vmatrix} =$$

$$= (1,73 - j1,0)10^4.$$

8. Комплексы действующих токов ветвей:

$$\underline{I}_1 = \frac{\Delta_1(j\omega)}{\Delta(j\omega)} = \frac{-(2,78 + j4,807)10^4}{(2,404 - j1,39)10^4} = 2 \angle -90^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\Delta_2(j\omega)}{\Delta(j\omega)} = \frac{(4,51 + j3,807)10^4}{(2,404 - j1,39)10^4} = 2,125 \angle 70^\circ \text{ А},$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\Delta_3(j\omega)}{\Delta(j\omega)} = \frac{(1,73 - j1,0)10^4}{(2,404 - j1,39)10^4} = 0,72 \angle 0^\circ \text{ А}.$$

9. Действующие значения токов ветвей:

$$I_1 = 2 \text{ А}, \quad I_2 = 2,125 \text{ А}, \quad I_3 = 0,72 \text{ А}.$$

10. Мгновенные значения токов ветвей:

$$i_1 = 2\sqrt{2} \sin(200t - 90^\circ) \text{ А}, \quad i_2 = 2,125\sqrt{2} \sin(200t + 70^\circ) \text{ А},$$

$$i_3 = 0,72\sqrt{2} \sin 200t \text{ А}.$$

11. Проверка решения по балансу мощностей:
мощность, развиваемая источниками:

$$\underline{S}_{\text{ист}} = -\underline{E}_1 \bar{I}_1 - \underline{E}_2 \bar{I}_2 + \underline{E}_3 \bar{I}_3 =$$

$$= -130 \angle 90^\circ \cdot 2 \angle +90^\circ - 200 \angle 180^\circ \cdot 2,125 \angle -70^\circ + 100 \angle 0^\circ \cdot 0,72 \angle 0^\circ =$$

$$= 622,4 \angle -39,9^\circ = 477,4 - j399,4 \text{ ВА};$$

потребляемая мощность:

$$\underline{S}_{\text{потр}} = I_1^2 r_1 + I_2^2 (jx_{L1} - jx_{C1}) + I_3^2 (r_2 + jx_{L2} - jx_{C2}) =$$

$$= 2^2 \cdot 101 + 2,125^2 (-j100) + 0,72^2 (139 + j100) =$$

$$= 476,1 - j399,7 \text{ ВА}.$$

Баланс мощностей примерно сходится: $\underline{S}_{\text{ист}} \approx \underline{S}_{\text{потр}}$.

12. Топографическая диаграмма напряжений.

Для построения данной диаграммы необходимо определить геометрическое место потенциала каждой точки на комплексной плоскости.

Пусть в схеме (рис. 5.2) потенциал узловой точки 1 равен $\varphi_1 = 0 \text{ В}$.

Тогда комплексные потенциалы обозначенных в схеме точек:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \underline{E}_2 = 0 - 200 = -200 \text{ В},$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \underline{I}_2 (-jx_{C1}) = -200 + 2,125 \angle 70^\circ \cdot (-j200) =$$

$$= 246,7 \angle -36,1^\circ = 199,4 - j145,4 \text{ В},$$

$$\begin{aligned}\underline{\varphi}_4 &= \underline{\varphi}_3 + \underline{I}_2 jx_{L1} = 199,4 - j145,4 + 2,125 \underline{70^\circ} \cdot j100 = \\ &= 72,7 \underline{-90^\circ} = -j72,7 \text{ В},\end{aligned}$$

$$\underline{\varphi}_5 = \underline{\varphi}_4 - \underline{I}_1 r_1 = -j72,7 - 2 \underline{-90^\circ} \cdot 101 = 129,3 \underline{90^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{\varphi}_1 = \underline{\varphi}_5 - \underline{E}_1 = 129,3 \underline{90^\circ} - 130 \underline{90^\circ} \approx 0 \text{ В}.$$

$$\begin{aligned}\underline{\varphi}_6 &= \underline{\varphi}_4 + \underline{I}_3 r_2 = -j72,7 + 0,72 \underline{0^\circ} \cdot 139 = 123,7 \underline{-36^\circ} = \\ &= 100 - j72,7 \text{ В},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{\varphi}_7 &= \underline{\varphi}_6 + \underline{I}_3 jx_{L2} = 100 - j72,7 + 0,72 \underline{0^\circ} \cdot j200 = \\ &= 122,8 \underline{35,5^\circ} = 100 + j71,3 \text{ В},\end{aligned}$$

$$\underline{\varphi}_8 = \underline{\varphi}_7 + \underline{I}_3 (-jx_{C2}) = 100 + j71,3 + 0,72 \underline{0^\circ} \cdot (-j100) = 100 \underline{0^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{\varphi}_1 = \underline{\varphi}_8 - \underline{E}_3 = 100 \underline{0^\circ} - 100 \underline{0^\circ} = 0 \text{ В}.$$

Топографическая диаграмма напряжений, построенная на комплексной плоскости, приведена на рис. 5.3.

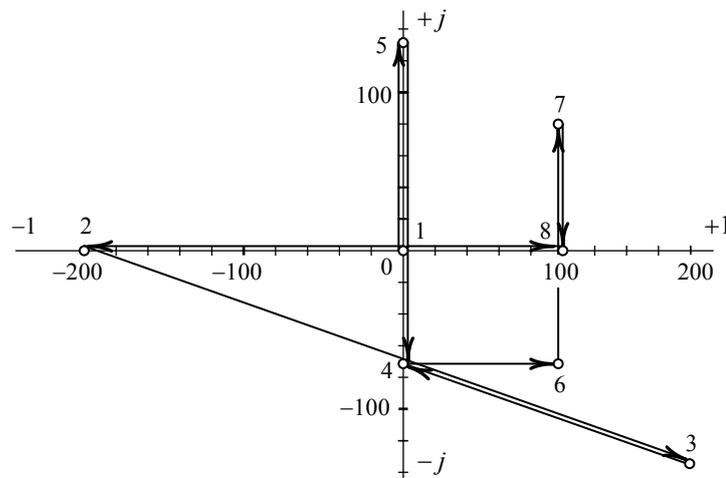


Рис. 5.3

Задача 5.2

Определить комплексы действующих значений токов в схеме цепи (рис. 5.4) методом наложения, если $\underline{E} = 200 \underline{160^\circ} \text{ В}$, $\underline{I}_k = 4 \underline{-30^\circ} \text{ А}$, $r_1 = 20 \text{ Ом}$, $r_2 = 60 \text{ Ом}$, $x_C = 100 \text{ Ом}$, $x_L = 30 \text{ Ом}$.

Решение

1. За положительные направления комплексов действующих токов в ветвях цепи принимаем направления, указанные на рис. 5.4.

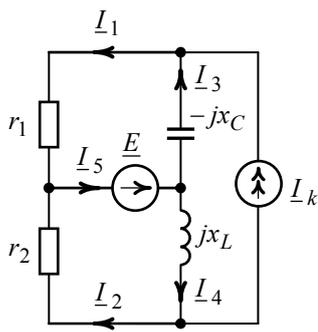


Рис. 5.4

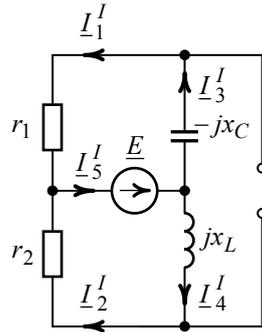


Рис. 5.5

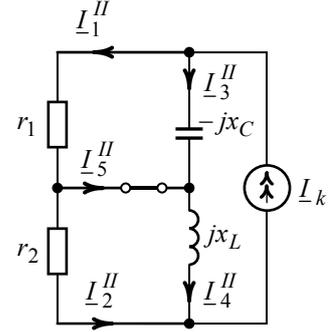


Рис. 5.6

2. Определяем комплексы частичных токов $\underline{I}_1^I - \underline{I}_5^I$ от действия источника ЭДС $\underline{E} = 200 \angle 160^\circ$ В при $\underline{I}_k = 0$ (рис. 5.5):

$$\underline{I}_1^I = \underline{I}_3^I = \frac{\underline{E}}{r_1 - jx_C} = \frac{200 \angle 160^\circ}{20 - j100} = 1,96 \angle -121,3^\circ \text{ А,}$$

$$\underline{I}_2^I = \underline{I}_4^I = \frac{\underline{E}}{r_2 + jx_L} = \frac{200 \angle 160^\circ}{60 + j30} = 2,98 \angle 133,4^\circ \text{ А.}$$

По первому закону Кирхгофа найдем \underline{I}_5^I :

$$\underline{I}_5^I = \underline{I}_1^I + \underline{I}_2^I = 1,96 \angle -121,3^\circ + 2,98 \angle 133,4^\circ = 3,1 \angle 170,9^\circ \text{ А.}$$

3. Определим комплексы частичных токов $\underline{I}_1^{II} - \underline{I}_5^{II}$ от действия источника тока $\underline{I}_k = 4 \angle -30^\circ$ А при $\underline{E} = 0$ (рис. 5.6):

$$\underline{I}_1^{II} = \underline{I}_k \frac{-jx_C}{r_1 - jx_C} = 4 \angle -30^\circ \cdot \frac{-j100}{20 - j100} = 3,92 \angle -41,3^\circ \text{ А,}$$

$$\underline{I}_2^{II} = \underline{I}_k \frac{jx_L}{r_2 + jx_L} = 4 \angle -30^\circ \cdot \frac{j30}{60 + j30} = 1,79 \angle 33,4^\circ \text{ А,}$$

$$\underline{I}_3^{II} = \underline{I}_k \frac{r_1}{r_1 - jx_C} = 4 \angle -30^\circ \cdot \frac{20}{20 - j100} = 0,78 \angle 48,7^\circ \text{ А,}$$

$$\underline{I}_4^{II} = \underline{I}_k \frac{r_2}{r_2 + jx_L} = 4 \angle -30^\circ \cdot \frac{60}{60 + j30} = 3,58 \angle -56,6^\circ \text{ А.}$$

По первому закону Кирхгофа для тока \underline{I}_5^{II} получим:

$$\underline{I}_5^{II} = \underline{I}_1^{II} - \underline{I}_2^{II} = 3,92 \angle -41,3^\circ - 1,79 \angle 33,4^\circ = 3,85 \angle -67,9^\circ \text{ А.}$$

4. Комплексы действующих значений токов исходной схемы (рис. 5.4) от действия обоих источников определим, как алгебраическую сумму частичных токов от действия каждого источника в отдельности (см. рис. 5.5 и 5.6):

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_1^I + \underline{I}_1^{II} = 1,96 \angle -121,3^\circ + 3,92 \angle -41,3^\circ = 1,93 - j4,26 = \\ &= 4,68 \angle -65,7^\circ \text{ А,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_2 &= \underline{I}_2^I - \underline{I}_2^{II} = 2,98 \underline{133,4^\circ} - 1,79 \underline{33,4^\circ} = -3,54 + j1,18 = \\ &= 3,73 \underline{161,6^\circ} \text{ A,} \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_3^I - \underline{I}_3^{II} = 1,96 \underline{-121,3^\circ} - 0,78 \underline{48,7^\circ} = -1,53 - j2,26 = \\ &= 2,73 \underline{-124,1^\circ} \text{ A,} \\ \underline{I}_4 &= \underline{I}_4^I + \underline{I}_4^{II} = 2,98 \underline{133,4^\circ} + 3,58 \underline{-56,6^\circ} = -0,08 - j0,82 = \\ &= 0,83 \underline{-95,3^\circ} \text{ A,} \\ \underline{I}_5 &= \underline{I}_5^I + \underline{I}_5^{II} = 3,1 \underline{170,9^\circ} + 3,85 \underline{-67,9^\circ} = -1,61 - j3,08 = \\ &= 3,47 \underline{-117,7^\circ} \text{ A.} \end{aligned}$$

Задача 5.3

Методом контурных токов определить показания амперметров, установленных в ветвях цепи (рис. 5.7).

Дано: $e_1 = 118\sqrt{2} \sin(1000t + 90^\circ)$ В, $e_2 = 76\sqrt{2} \sin(1000t - 90^\circ)$ В,
 $i_k = 5\sqrt{2} \sin(1000t + 180^\circ)$ А, $r_1 = 3$ Ом, $L_1 = 0,008$ Гн, $L_2 = 0,005$ Гн, $C_1 = 250$ мкФ,
 $C_2 = 500$ мкФ.

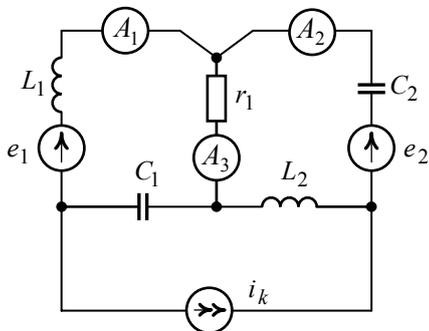


Рис. 5.7

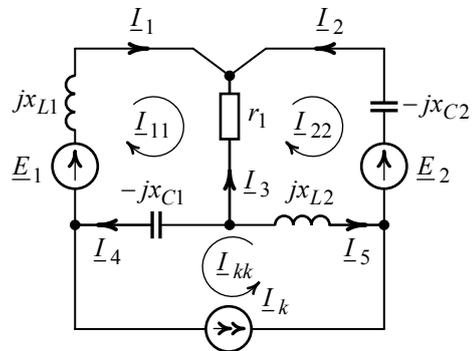


Рис. 5.8

Решение

1. Для решения воспользуемся расчетной схемой (рис. 5.8), приведенной в комплексных величинах, где комплексные сопротивления реактивных элементов для $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$ соответственно равны:

$$x_{L1} = \omega L_1 = 1000 \cdot 0,008 = 8 \text{ Ом,}$$

$$x_{L2} = \omega L_2 = 1000 \cdot 0,005 = 5 \text{ Ом,}$$

$$x_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{1000 \cdot 250 \cdot 10^{-6}} = 4 \text{ Ом},$$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{1000 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = 2 \text{ Ом}.$$

Комплексы действующих значений источников:

$$\underline{E}_1 = \frac{118\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 118 \underline{90^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{E}_2 = \frac{76\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{-j90^\circ} = 76 \underline{-90^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{I}_k = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j180^\circ} = -5 \underline{0^\circ} \text{ А}.$$

2. Достаточное количество уравнений для расчета цепи по методу контурных токов равно двум:

$$N_2 = m_B - (n_y - 1) - n_T = 6 - (4 - 1) - 1 = 2.$$

Независимые контуры и направления протекания токов \underline{I}_{11} , \underline{I}_{22} обозначены на рис. 5.8. Для ветви с источником тока \underline{I}_k создадим дополнительный контур с контурным током \underline{I}_{kk} , совпадающим с направлением действия источника.

3. Система контурных уравнений, записанная относительно комплексных действующих значений контурных токов, в этом случае имеет вид

$$\begin{cases} \underline{I}_{11}(r_1 - jx_{C1} + jx_{L1}) - \underline{I}_{22}r_1 + \underline{I}_{kk}(-jx_{C1}) = \underline{E}_1, \\ \underline{I}_{22}(r_1 - jx_{C2} + jx_{L2}) - \underline{I}_{11}r_1 + \underline{I}_{kk}jx_{L2} = -\underline{E}_2. \end{cases}$$

4. После подстановки числовых значений система уравнений принимает вид

$$\begin{cases} \underline{I}_{11}(3 + j4) - \underline{I}_{22} \cdot 3 = j98, \\ -\underline{I}_{11} \cdot 3 + \underline{I}_{22}(3 + j3) = j101. \end{cases}$$

5. Решение системы получим с помощью определителей. Главный определитель системы:

$$\Delta(j\omega) = \begin{vmatrix} (3 + j4) & -3 \\ -3 & (3 + j3) \end{vmatrix} = -12 + j21 = 24,19 \underline{119,7^\circ}.$$

Алгебраические дополнения:

$$\Delta_{11}(j\omega) = \begin{vmatrix} j98 & -3 \\ j101 & (3 + j3) \end{vmatrix} = -294 + j597 = 665,47 \underline{116,2^\circ},$$

$$\Delta_{22}(j\omega) = \begin{vmatrix} (3 + j4) & j98 \\ -3 & j101 \end{vmatrix} = -404 + j597 = 720,85 \underline{124,1^\circ}.$$

6. Комплексы действующих значений контурных токов:

$$\underline{I}_{11} = \frac{\Delta_{11}(j\omega)}{\Delta(j\omega)} = \frac{665,47 \underline{116,2^\circ}}{24,19 \underline{119,7^\circ}} = 27,51 \underline{-3,5^\circ} \text{ А},$$

$$\underline{I}_{22} = \frac{\Delta_{22}(j\omega)}{\Delta(j\omega)} = \frac{720,85 \angle 124,1^\circ}{24,19 \angle 119,7^\circ} = 29,8 \angle 4,4^\circ \text{ A}.$$

7. Комплексы действующих значений действительных токов в местах установки амперметров:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_{11} = 27,51 \angle -3,5^\circ \text{ A}, \\ \underline{I}_2 &= -\underline{I}_{22} = 29,8 \angle -175,6^\circ \text{ A}, \\ \underline{I}_3 &= \underline{I}_{22} - \underline{I}_{11} = 29,8 \angle 4,4^\circ - 27,51 \angle -3,5^\circ = \\ &= 2,26 + j3,95 = 4,55 \angle 60,3^\circ \text{ A}. \end{aligned}$$

8. Показания амперметров A_1 , A_2 и A_3 будут соответствовать токам ветвей:

$$\begin{aligned} I_{A1} &= |\underline{I}_1| = 27,51 \text{ A}, \\ I_{A2} &= |\underline{I}_2| = 29,8 \text{ A}, \\ I_{A3} &= |\underline{I}_3| = 4,55 \text{ A}. \end{aligned}$$

Задача 5.4

Определить мгновенное напряжение между узловыми точками 1 и 3 цепи, рис. 5.9, методом узловых потенциалов, если $e_1 = 400 \sin 250t$ В, $e_2 = 600 \sin(250t + 90^\circ)$ В, $r_1 = 250$ Ом, $r_2 = 200$ Ом, $L_1 = 0,5$ Гн, $L_2 = 0,2$ Гн, $C_1 = 20$ мкФ, $C_2 = 40$ мкФ.

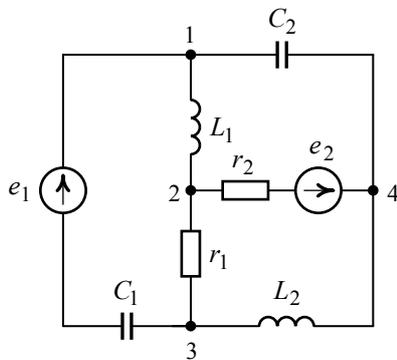


Рис. 5.9

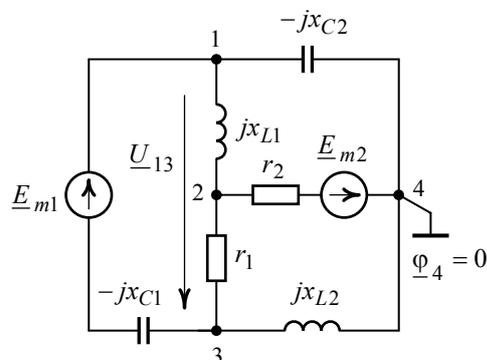


Рис. 5.10

Решение

1. Расчет цепи целесообразно выполнить для комплексов амплитудных значений потенциалов узлов. Воспользуемся расчетной схемой (рис. 5.10), приведенной в комплексных величинах. Сопротивления реактивных элементов расчетной схемы для $\omega = 250 \text{ с}^{-1}$:

$$\begin{aligned} x_{L1} &= \omega L_1 = 250 \cdot 0,5 = 125 \text{ Ом}, \\ x_{L2} &= \omega L_2 = 250 \cdot 0,2 = 50 \text{ Ом}, \\ x_{C1} &= \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{250 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 200 \text{ Ом}, \end{aligned}$$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{250 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ Ом}.$$

Комплексы амплитудных значений источников:

$$\underline{E}_{m1} = 400 e^{j0^\circ} = 400 \text{ В},$$

$$\underline{E}_{m2} = 600 e^{j90^\circ} = j600 \text{ В}.$$

2. Цепь содержит четыре узла ($n_y = 4$). Достаточное количество уравнений для расчета цепи по методу узловых потенциалов равно трем:

$$N_1 = n_y - 1 = 4 - 1 = 3.$$

Потенциал узла 4 (рис. 5.10) принимаем равным нулю ($\varphi_{m4} = 0$).

3. Система уравнений для определения комплексов амплитудных значений потенциалов φ_{m1} , φ_{m2} и φ_{m3} (узлы 1, 2 и 3) будет иметь вид

$$\begin{cases} \varphi_{m1} \left(\frac{1}{-jx_{C1}} + \frac{1}{jx_{L1}} + \frac{1}{-jx_{C2}} \right) - \varphi_{m2} \frac{1}{jx_{L1}} - \varphi_{m3} \frac{1}{-jx_{C1}} = \frac{\underline{E}_{m1}}{-jx_{C1}}, \\ \varphi_{m2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{jx_{L1}} \right) - \varphi_{m1} \frac{1}{jx_{L1}} - \varphi_{m3} \frac{1}{r_1} = \frac{-\underline{E}_{m2}}{r_2}, \\ \varphi_{m3} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{jx_{L2}} + \frac{1}{-jx_{C1}} \right) - \varphi_{m1} \frac{1}{-jx_{C1}} - \varphi_{m2} \frac{1}{r_1} = \frac{-\underline{E}_{m1}}{-jx_{C1}}. \end{cases}$$

4. Приведем систему к матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{-jx_{C1}} + \frac{1}{jx_{L1}} + \frac{1}{-jx_{C2}} \right) & -\frac{1}{jx_{L1}} & \frac{1}{jx_{C1}} \\ -\frac{1}{jx_{L1}} & \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{jx_{L1}} \right) & -\frac{1}{r_1} \\ \frac{1}{jx_{C1}} & -\frac{1}{r_1} & \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{jx_{L2}} + \frac{1}{-jx_{C1}} \right) \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \varphi_{m1} \\ \varphi_{m2} \\ \varphi_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\underline{E}_{m1}}{-jx_{C1}} \\ -\frac{\underline{E}_{m2}}{r_2} \\ \frac{-\underline{E}_{m1}}{-jx_{C1}} \end{bmatrix}.$$

5. После подстановки числовых значений получим:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{-j200} + \frac{1}{125} + \frac{1}{-100} \right) & -\frac{1}{j125} & \frac{1}{j200} \\ -\frac{1}{j125} & \left(\frac{1}{120} + \frac{1}{250} + \frac{1}{j125} \right) & -\frac{1}{250} \\ -\frac{1}{j200} & -\frac{1}{250} & \left(\frac{1}{250} + \frac{1}{j50} + \frac{1}{-j200} \right) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_{m1} \\ \varphi_{m2} \\ \varphi_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ -j200 \\ j600 \\ 200 \\ 400 \\ j200 \end{bmatrix}.$$

6. Из решения системы относительно комплексов амплитудных значений потенциалов узлов получим:

$$\varphi_{m1} = 145,95 \angle 68,3^\circ \text{ В}, \quad \varphi_{m2} = 318,68 \angle -22,6^\circ \text{ В}, \quad \varphi_{m3} = 146,53 \angle -2,3^\circ \text{ В}.$$

7. Комплекс амплитудного значения напряжения между узловыми точками 1 и 3 найдем как разность комплексных потенциалов φ_{m1} и φ_{m3} :

$$\underline{U}_{m13} = \varphi_{m1} - \varphi_{m3} = 145,95 \angle 68,3^\circ - 146,53 \angle -2,3^\circ = 168,93 \angle 123,2^\circ \text{ В}.$$

8. Мгновенное напряжение между узловыми точками 1 и 3:

$$u_{13} = 168,93 \sin(\omega t + 123,2^\circ) \text{ В}.$$

Задача 5.5

Определить комплекс действующего тока \underline{I} в ветви с сопротивлением r_3 схемы (рис. 5.11) методом эквивалентного генератора.

Дано: $I_k = 10 \angle 115^\circ \text{ А}$, $r_1 = 120 \text{ Ом}$, $r_2 = 260 \text{ Ом}$, $r_3 = 210 \text{ Ом}$, $x_C = 110 \text{ Ом}$, $x_L = 320 \text{ Ом}$.

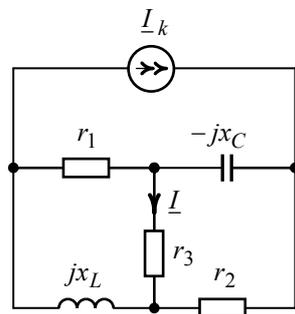


Рис. 5.11

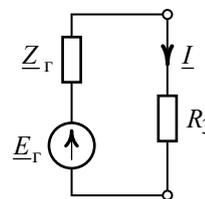


Рис. 5.12

Решение

1. Выделим ветвь с сопротивлением r_3 , а всю оставшуюся цепь относительно выделенной ветви с током заменим эквивалентным генератором с комплексным источником ЭДС, равным \underline{E}_g , и комплексным сопротивлением \underline{Z}_g (рис. 5.12).

Согласно схеме (рис. 5.12) ток в интересующей ветви определится как

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_\Gamma}{\underline{Z}_\Gamma + r_3}.$$

2. Комплексную ЭДС генератора (\underline{E}_Γ) найдем как комплекс действующего напряжения \underline{U}_x в разомкнутой ветви с сопротивлением r_3 (рис. 5.13):

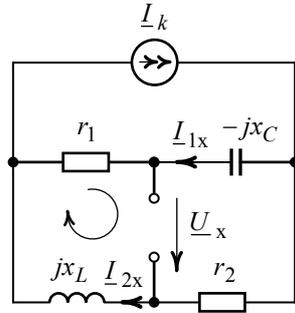


Рис. 5.13

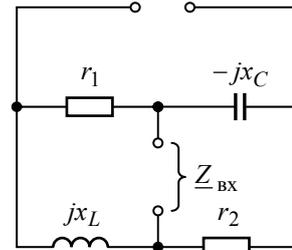


Рис. 5.14

Предварительно рассчитаем токи \underline{I}_{1x} , \underline{I}_{2x} (рис. 5.13):

$$\begin{aligned} \underline{I}_{1x} &= \underline{I}_k \frac{r_2 + jx_L}{r_1 - jx_C + r_2 + jx_L} = 10 \angle 115^\circ \cdot \frac{260 + j320}{120 - j110 + 260 + j320} = \\ &= 10 \angle 115^\circ \cdot \frac{412,31 \angle 50,9^\circ}{434,17 \angle 28,9^\circ} = 9,5 \angle 137^\circ \text{ А.} \end{aligned}$$

$$\underline{I}_{2x} = \underline{I}_k - \underline{I}_{1x} = 10 \angle 115^\circ - 9,5 \angle 137^\circ = 3,75 \angle 43,5^\circ \text{ А.}$$

На основании второго закона Кирхгофа для обозначенного в схеме (рис. 5.13) контура получим:

$$-\underline{I}_{1x}r_1 + \underline{U}_x + \underline{I}_{2x}jx_L = 0,$$

откуда определим напряжение \underline{U}_x , равное \underline{E}_Γ :

$$\begin{aligned} \underline{U}_x &= \underline{I}_{1x}r_1 - \underline{I}_{2x}jx_L = 9,5 \angle 137^\circ \cdot 120 - 3,75 \angle 43,5^\circ \cdot 320 \angle 90^\circ = \\ &= 93,29 \angle -94,7^\circ \text{ В.} \end{aligned}$$

3. Определим комплексное входное сопротивление $\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_\Gamma$ относительно выводов разомкнутой ветви (рис. 5.14), учитывая при этом, что внутреннее сопротивление идеального источника тока равно бесконечности:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{вх}} &= \frac{(r_1 + jx_L)(r_2 - jx_C)}{r_1 + jx_L + r_2 - jx_C} = \frac{(120 + j320)(260 - j110)}{380 + j210} = \\ &= 222,23 \angle 17,6^\circ \text{ Ом.} \end{aligned}$$

4. Заданный в ветви с сопротивлением r_3 ток:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_x}{\underline{Z}_{\text{вх}} + r_3} = \frac{93,29 \angle -94,7^\circ}{222,23 \angle 17,6^\circ + 210} = 0,22 \angle -103,7^\circ \text{ А.}$$