

Тема 6. Метод эквивалентного генератора (эквивалентного источника)

Целесообразность использования данного метода становится очевидной, если расчет электрической цепи сводится к определению тока только одной ветви. В этом случае вся цепь относительно ветви с интересующим током заменяется эквивалентной схемой. Таким образом, основной расчет сводится к определению двух параметров эквивалентной схемы – ЭДС и сопротивления эквивалентного генератора.

Задача 6.1

Для схемы цепи (рис. 6.1) методом эквивалентного генератора найти ток ветви с сопротивлением R_3 , если $E_1 = 25$ В, $E_2 = 3$ В, $I_k = 0,1$ А, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 18$ Ом, $R_4 = 3000$ Ом.

Решение

1. Выделим ветвь с сопротивлением R_3 и обозначим ток I_3 (рис. 6.1).
2. Всю цепь, рис. 6.1, относительно ветви с сопротивлением R_3 представим эквивалентным генератором с источником ЭДС, равным E_Γ , и сопротивлением R_Γ (рис. 6.2).

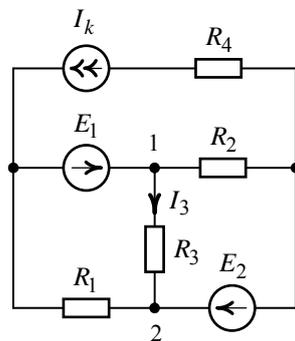


Рис. 6.1

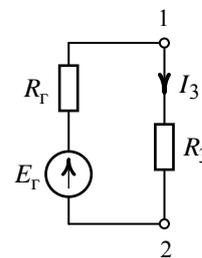


Рис. 6.2

Согласно схеме (рис. 6.2) интересующий ток в ветви определится как

$$I_3 = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma + R_3},$$

т.е. решение задачи сводится к определению двух параметров эквивалентного генератора E_Γ и R_Γ .

3. Найдем ЭДС генератора. По определению E_Γ равно напряжению U_{12} между узловыми точками 1 и 2 разомкнутой ветви с сопротивлением R_3 (рис. 6.3).

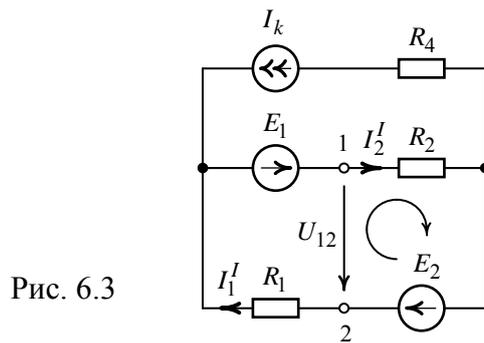


Рис. 6.3

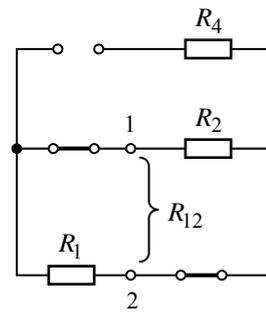


Рис. 6.4

Для этого в схеме (рис. 6.3) определим токи I_1^I и I_2^I . На основании законов Кирхгофа получим систему

$$\begin{cases} I_1^I - I_2^I + I_k = 0, \\ I_1^I R_1 + I_2^I R_2 = E_1 + E_2, \end{cases}$$

из которой найдем:

$$I_1^I = \frac{E_1 + E_2 - I_k R_2}{R_1 + R_2} = \frac{25 + 3 - 0,1 \cdot 30}{50} = 0,5 \text{ А},$$

$$I_2^I = I_1^I + I_k = 0,5 + 0,1 = 0,6 \text{ А}.$$

На основании второго закона Кирхгофа для указанного в схеме (рис. 6.3) направления обхода контура получим

$$U_{12} = I_2^I R_2 - E_2 = 0,6 \cdot 30 - 3 = 15 \text{ В}.$$

4. Найдем сопротивление генератора. По определению R_r равно входному сопротивлению R_{12} между узловыми точками 1 и 2 разомкнутой ветви с R_3 (рис. 6.3). Расчет сопротивления $R_r = R_{12}$ производим при закороченных источниках ЭДС E_1 , E_2 и разомкнутом источнике тока I_k (рис. 6.4).

$$R_r = R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \text{ Ом}.$$

5. Окончательно определяем ток I_3 :

$$I_3 = \frac{U_{12}}{R_{12} + R_3} = \frac{15}{12 + 18} = 0,5 \text{ А}.$$

Задача 6.2

Определить методом эквивалентного генератора ток в ветви с источником ЭДС E_1 (рис. 6.5). Дано: $E_1 = 10 \text{ В}$, $E_2 = 60 \text{ В}$, $R_1 = 60 \text{ Ом}$, $R_2 = 12 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_5 = 24 \text{ Ом}$.

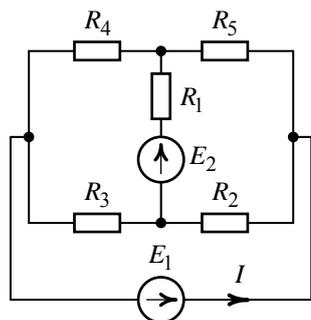


Рис. 6.5

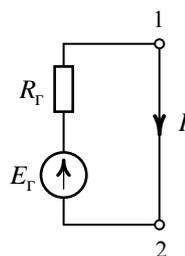


Рис. 6.6

Решение

1. Обозначим ток I в ветви с источником ЭДС E_1 (рис. 6.5).
2. Применив теорему об эквивалентном генераторе, ток в ветви, имеющей нулевое сопротивление, согласно схеме (рис. 6.6), определится как

$$I = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}.$$

3. Найдем ЭДС генератора. Разомкнем ветвь с источником E_1 (рис. 6.7) и найдем напряжение U_{12} между точками 1 и 2.

Предварительно выполним расчет токов I_2^I и I_3^I в схеме (рис. 6.7).

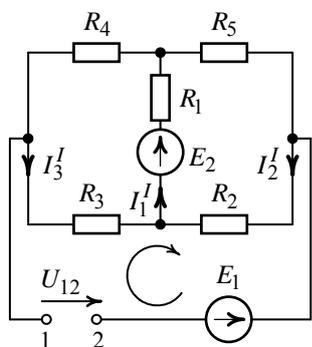


Рис. 6.7

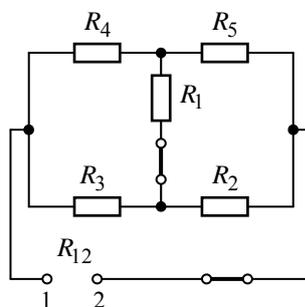


Рис. 6.8

Ток I_1^I в неразветвленной части схемы:

$$I_1^I = \frac{E_2}{R_1 + \frac{(R_3 + R_4)(R_2 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5}} = \frac{60}{60 + \frac{(30+10)(12+24)}{12+30+10+24}} = \frac{60}{79} = 0,76 \text{ А}.$$

Токи I_2^I и I_3^I в разветвленной части схемы:

$$I_2^I = I_1^I \frac{R_3 + R_4}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 0,76 \frac{40}{76} = 0,4 \text{ А};$$

$$I_3^I = I_1^I - I_2^I = 0,76 - 0,4 = 0,36 \text{ А}.$$

На основании второго закона Кирхгофа для обозначенного на схеме (рис. 6.7) контура запишем:

$$I_3^I R_3 - I_2^I R_2 - U_{12} = -E_1,$$

откуда

$$U_{12} = E_1 + I_3^I R_3 - I_2^I R_2 = 10 + 0,36 \cdot 30 - 0,4 \cdot 12 = 16 \text{ В}.$$

4. Найдем сопротивление генератора R_r , которое равно входному сопротивлению R_{12} между точками 1 и 2 (рис. 6.8) (при замкнутых источниках ЭДС E_1, E_2).

Преобразуем треугольник сопротивлений R_1, R_3 и R_4 (рис.6.8) в эквивалентную звезду (рис. 6.9).

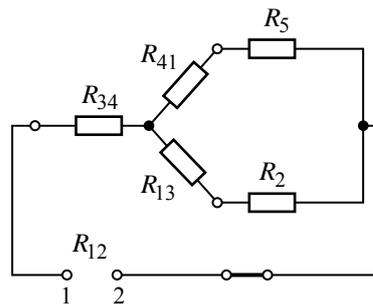


Рис. 6.9

Величины сопротивлений эквивалентной звезды (рис. 6.9):

$$R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{60 \cdot 30}{60 + 30 + 10} = 18 \text{ Ом};$$

$$R_{41} = \frac{R_4 R_1}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 60}{60 + 30 + 10} = 6 \text{ Ом};$$

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 10}{60 + 30 + 10} = 3 \text{ Ом}.$$

Согласно выполненным преобразованиям окончательно получим (рис. 6.9)

$$R_{12} = R_{34} + \frac{(R_{41} + R_5)(R_{13} + R_2)}{(R_{41} + R_5 + R_{13} + R_2)} = 3 + \frac{(6 + 24)(18 + 12)}{(6 + 24 + 18 + 12)} = 18 \text{ Ом}.$$

5. Ток в ветви с источником E_1 определится как

$$I = \frac{U_{12}}{R_{12}} = \frac{16}{18} = 0,89 \text{ А}.$$