Глава 2

ОДНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Механика, которая является самой старой из физической наук, изучает движение тел. К задачам, которые решает механика, относятся такие разные задачи как, например, полет бейсбольного мяча или полет космического аппарата к Марсу, или анализ следов элементарных частиц, образованных в результате столкновений в наших больших ускорителях. При описании движения мы имеем дело с частью механики, которая называется кинематикой *(что по-гречески означает движение; от этого же греческого слова произошло слово "кинематограф"). Когда мы рассматриваем* причины *возникновения движения, то мы имеем дело с разделом механики, который называется* динамикой *(по-гречески это слово означает "сила"; отсюда же и происхождение слова "динамит"). В этой главе мы будем рассматривать только кинематику в одном измерении. В следующих двух главах результаты, полученные в этой главе, будут обобщены на двух и трехмерное движение, а динамику мы начнем изучать в Главе 5.*

2-1 Кинематика частиц

Изучение кинематики мы начнем с простого примера: частицы, двигающейся по прямой линии. Мы выбрали это простое движение , так как оно позволяет нам ввести такие базовые понятия кинематики как скорость и ускорение, не усложняя рассмотрение векторными обозначениями, которые часто используются при описании двух и трехмерного движения. Тем не менее, даже такая простая задача позволяет нам рассмотреть широкий спектр физических проблем, таких как: падающий камень, поезд, движущийся с ускорением, тормозящий автомобиль, скольжение хоккейной шайбы, движение тележки по наклонной плоскости, быстрое движение электронов в рентгеновской трубке и т. д. Хотя движение может меняться, как по своему состоянию (хоккейная шайба может быть неподвижна до того, как ее ударили и она начала скользить по льду), так и по направлению (прежде чем камень будет падать, его надо подбросить вверх), но в этой главе мы будем рассматривать только движение по прямой линии.

Для упрощения ситуации мы будем рассматривать движение только *частицы*. То есть, сложный объект мы будем рассматривать так, как будто вся его масса сосредоточена в одной точке. Это позволит нам пренебречь всеми возможными внутренними движениями, например, вращением тела (которое будет рассмотрено в Главах 11-13) или колебаниями его частей (Глава 15). Таким образом, здесь мы будем считать, что все части тела движутся в точности одинаковым образом. Например, катящееся колесо не удовлетворяет этому условию, поскольку движение точки на ободе колеса отличается от движения точки на его оси. С другой стороны, *скользящее* колесо удовлетворяет рассматриваемому условию. Таким образом, колесо, впрочем как и другие материальные тела, можно при одних ситуациях рассматривать как частицу, тогда как при других ситуациях этого делать нельзя. Поскольку здесь мы рассматриваем только кинематические переменные, то мы можем рассмотреть на единой основе, как движение ускоряющегося поезда, так и движение ускоряющегося электрона, считая их *частицами*.

В пределах указанных выше ограничений мы рассмотрим здесь все возможные типы движений. Частицы могут ускоряться, замедляться, и даже останавливаться и двигаться в обратном направлении. Все движения такого рода будут описаны в этой главе.

2-2 Описание движения

Мы опишем движение частицы двумя способами: с помощью математических уравнений и с помощью графиков. Любой их этих способов подходит для изучения кинематики, и мы используем их оба. Математический способ обычно лучше при решении задач, так как позволяет получить большую точность, чем графический рисунок. Однако, по сравнению с математическими уравнениями график более наглядно показывает физическую картину.

Полное описание движения частицы можно получить, если известна математическая зависимость ее положения x (относительно выбранного начала какой-либо системы координат) от времени t для всех значений времени, то есть, если известна функция $x(t)$. Ниже приводятся некоторые виды движений вместе с описывающими их функциями и графиками.

1. *Отсутствие движения.* В этом случае частица во все моменты времени находится в положении с координатой A:

$$x(t) = A \tag{1}$$

График такого "движения" показан на Рис. 1.

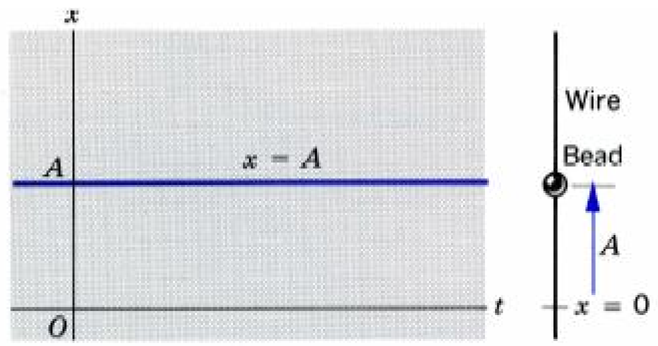


Рис.1 Бусинка может свободно скользить вдоль проволоки в одном измерении. В общем случае направление движения произвольно и не обязательно совпадает с вертикальным. На рисунке бусинка находится в состоянии покоя в точке x, координата которой равна A и ее “движение” описывается горизонтальной прямой линией x(t)=A.

В целях наглядности представим, что частица, описываемая этим графиком, есть бусинка, которая без трения может скользить вдоль длинной проволоки. В рассматриваемом здесь случае бусинка находится в состоянии покоя в точке x=A. Отметим, что на графике x является зависимой переменной (вертикальная ось), а время t независимой переменной (горизонтальная ось).

2. *Движение с постоянной скоростью.* Быстрота движения частицы описывается ее *скоростью*. При одномерном движении скорость может быть либо положительной,

когда частица движется в направлении увеличения x, или отрицательной, если движение происходит в обратном направлении. Еще одной характеристикой движения частицы является *численное значение* ее скорости. Эта величина всегда положительна и не несет никакой информации относительно направления движения.
При движении с постоянной скоростью график зависимости $x(t)$ является прямой линией с постоянным наклоном. Из математики мы знаем, что *наклон* любой функции характеризует *быстроту ее изменения*. В рассматриваемом случае быстрота изменения положения как раз и есть скорость, и чем больше наклон графика, тем больше скорость. Математически это записывается так:

$$x(t) = A + Bt \tag{2}$$

Это обычный вид записи прямой линии, имеющей наклон B (более общий вид этой зависимости $y=mx+b$).
На Рис. 2 показан график движения частицы, которая в момент времени $t=0$ находилась в точке $x=A$. Частица движется с постоянной скоростью в направлении увеличения x. Поэтому ее скорость положительна, на что указывает положительный наклон прямой.

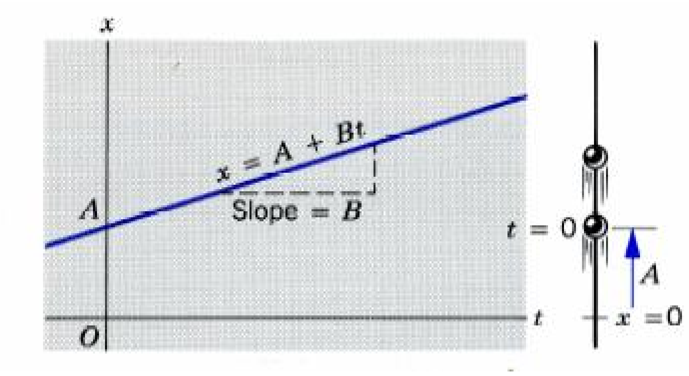


Рис. 2. Бусинка скользит вдоль проволоки в одном измерении. Бусинка движется с постоянной скоростью B в положительном направлении оси x. Движение началось в момент времени t=0 из точки x, координата которой равна A. Ее движение описывается линией x(t)=A+Bt.

3. *Движение с ускорением*. В этом случае скорость сама меняется (ускорение определяется как скорость изменения скорости) и, поэтому, наклон тоже должен меняться. Поэтому соответствующие графики являются кривыми линиями, а не прямыми линиями. Два примера:

$$x(t) = A + Bt + Ct^2 \tag{3}$$
$$x(t) = A\cos(wt) \tag{4}$$

В первом случае, если C>0, наклон все время растет, то есть, частица движется все быстрее и быстрее (Рис. 3а). Во втором случае частица колеблется между x=+A и x=–A (Рис. 3б). Ее скорость меняется с положительного значения на отрицательное значение, что соответствует изменению знака наклона на Рис. 3б.

Часто полное описание движения намного сложнее рассмотренных выше примеров. Вот несколько примеров более сложного движения.

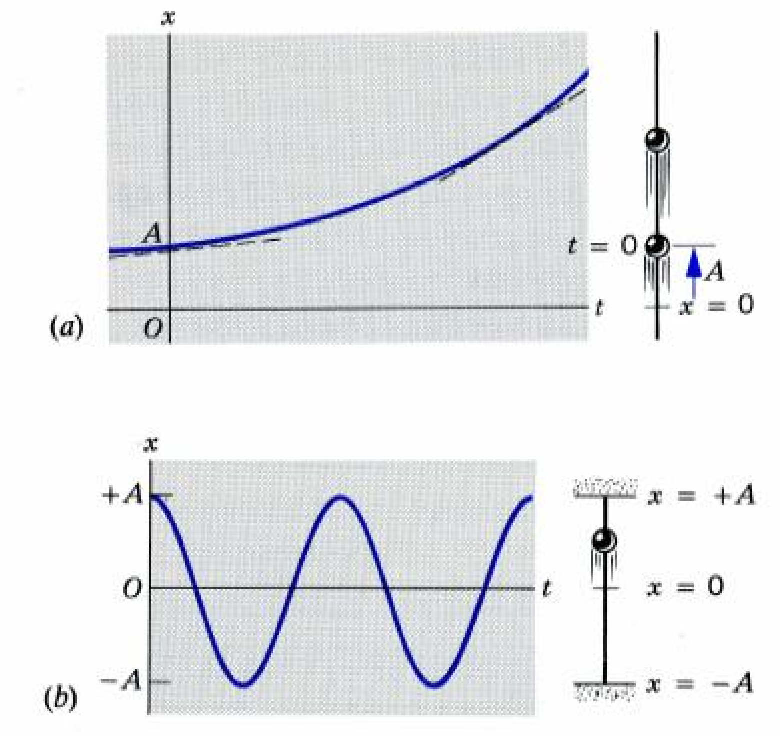


Рис. 3. (a) Бусинка скользит вдоль проволоки в одном измерении, двигаясь в положительном направлении x с постоянно растущей скоростью. Скорость равна наклону кривой, описывающей движение бусинки. Можно видеть, что наклон кривой постоянно растет. (b) Бусинка, двигаясь вдоль проволоки в одном направлении осциллирует между x=+A и x=−A.

4. *Автомобиль, движущийся с ускорением и торможением*. Автомобиль начинает двигаться из состояния покоя и ускоряется до некоторой скорости. Затем он некоторое время движется с постоянной скоростью, после чего водитель нажимает на тормоза и автомобиль останавливается. График такого движения показан на Рис. 4. Это движение невозможно описать одним математическим выражением. Для участков графика, соответствующих состоянию покоя, мы должны использовать уравнение (1), для участка ускорения- уравнение (3), для участка, соответствующего движению с постоянной скоростью, уравнение (2), и наконец, для участка торможения- опять уравнение (3).

Отметьте, что этот график имеет две характерные особенности: зависимость x(t) является непрерывной (на графике нет разрывов) и наклон тоже является непрерывным (на графике нет острых углов). Мы ожидаем, что x(t) всегда должна быть непрерывной, иначе автомобиль исчез бы в одной точке и появился бы снова в другой точке. Острые углы на графике означали бы, как мы увидим позднее, что скорость в этих точках *мгновенно* меняет свое значение. Приведенное здесь описание, конечно, не полностью соответствует физической ситуации, но тем не менее, это хорошее приближение.

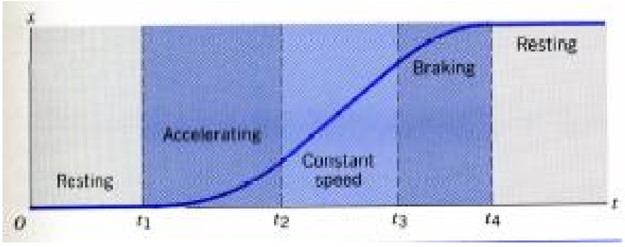


Рис. 4. Кривая описывает движение автомобиля, который в промежутке от t=0 до $t=t_1$ находится в состоянии покоя. В промежутке от $t=t_1$ до $t=t_2$ автомобиль ускоряется. В момент $t=t_2$ ускорение прекращается и в промежутке $t=t_2$ до $t=t_3$ автомобиль движется с постоянной скоростью. В момент $t=t_3$ включаются тормоза и автомобиль постепенно замедляет свой ход пока в момент t_4 его скорость не обратится в нуль.

5. *Хоккейная шайба.* Шайба скользит по льду с постоянной скоростью, ударяется о борт и затем отскакивает от него в противоположном направлении с той же скоростью. График этого движения показан на Рис. 5, где предполагается, что скорость при уларе мгновенно меняется на обратную. На самом деле, если мы рассмотрим "точку" соударения более тщательно, мы увидим, что в этом месте график не острый, а немного закруглен, что объясняется упругостью стенки и шайбы.

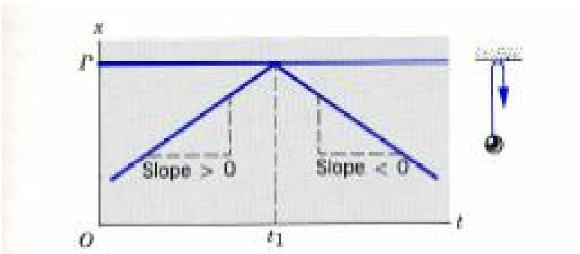


Рис. 5. Хоккейная шайба, двигаясь по льду с постоянной скоростью, ударяется в момент t_1 о твердую стенку при x=P. После удара шайба двигается с той же самой по величине скоростью, но в противоположном направлении. Это одномерное движение. В реальности острый угол при $x(t_1)$ должен быть слегка скруглен.

6. *Шарик из глины.* Студент бросает вверх глиняный шарик. Исходная точка полета шарика находится над головой студента. Шарик поднимается на некоторую высоту, затем падает и прилипает к полу. График этого движения показан на Рис. 6. Наклон при t=0 представляет собой начальную скорость, с которой шарик брошен. В верхней точке траектории скорость шарика обращается в нуль (там, где наклон равен нулю), затем шарик падает вниз с возрастающей скоростью. При ударе о пол шарик мгновенно останавливается, и его скорость обращается в нуль.

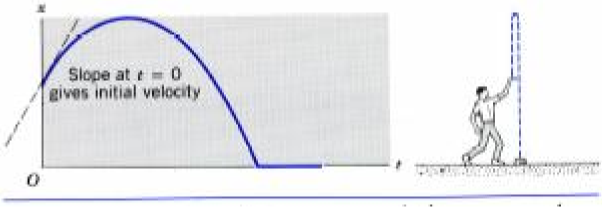


Рис. 6. Брошенный вверх шарик из глины достигает определенной высоты и затем падает на землю. После удара об землю он останавливается. Приведенная кривая описывает движение шарика. В реальности линия x(t) не имеет острых изломов.

Помните, что графики, приведенные в этом разделе, описывают зависимость x(t), а не рисунок пути, проделанный телами. Например, в последнем примере шарик все время движется вдоль одной прямой, а не по криволинейному пути, показанному на Рис. 6.

2-3 Средняя скорость

Если частица движется так как показано на Рис. 1 или 2, то нетрудно видеть, что скорость на любом временном интервале равна постоянной величине, которая в свою очередь равна наклону прямой. В более сложных случаях, таких, которые показаны на Рис. 3-6, скорость меняется во времени. В этих случаях удобно определить *среднюю скорость* $\bar{v}$. (Черта над символом *любой* физической величины обозначает среднее значение этой величины).
Пусть, как показано на Рис. 7, частица в момент времени t_1 выходит из точки x_1 и в момент времени t_2. попадает в точку x_2. Средняя скорость за этот интервал времени определяется следующим образом:

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \tag{5}$$

где

$$\Delta x = x_2 - x_1 \tag{6}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 \tag{7}$$

Здесь Δx называется *смещением* (то есть, изменением положения) в *течение временного интервала* Δt. Из Рис. 7 видно, что $\bar{v}$ есть просто наклон прямой, соединяющей конечные точки интервала.

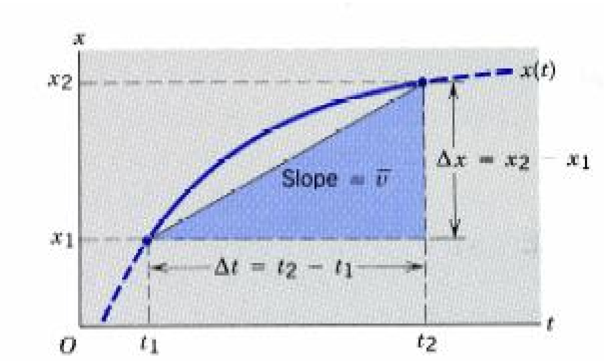


Рис. 7. Средняя скорость в интервале Δt между t1 и t2 определяется смещением Δx, деленным на интервал Δt. При этом характер кривой x(t) при определении средней скорости роли не играет.

Средняя скорость говорит нам о среднем поведении в течение интервала Δt. *При вычислении средней скорости детальное поведение между точками x_1 и x_2 не имеет значения*. Таким образом, при вычислении средней скорости любая информация о детальном поведении частицы между точками x_1 и x_2 теряется.
Если предположить, что наши часы все время идут вперед ($t_2 > t_1$), то знак $\bar{v}$ будет определяться знаком $\Delta x = x_2 - x_1$. Если $\bar{v}$ положительна, то частица в среднем движется так, что x растет со временем. (В течение какого-то времени частица может двигаться и в обратном направлении, но в конце движения ее координата x_2 будет больше, чем координата x_1, при которой началось движение). Если $\bar{v}$ отрицательна, то частица в среднем движется в обратном направлении. Заметим, в частности, что

согласно нашему определению средней скорости средняя скорость равна нулю независимо от пути, если вы возвращаетесь в исходную точку, так как в этом случае смещение равно нулю. При этом, не имеет значения как вы двигались (быстро или медленно) на конкретных участках этого пути.

Пример 1
Вы проезжаете на своем БМВ по прямой дороге 5.2 мили со скоростью 43 мили в час, и в этом месте у вас кончается бензин. Далее вы пешком за 27 минут проходите 1.2 мили до ближайшей бензоколонки. Какова ваша средняя скорость, начиная от момента, когда вы сели в автомобиль и до того момента, когда вы пришли на бензоколонку?

Решение
Средняя скорость находится из уравнения (5) если известно Δx, полное расстояние, которое вы прошли (ваше смещение) и Δt, затраченное время. Эти величины таковы:

$$\Delta x = 5.2 \text{ мили} + 1.2 \text{ мили} = 6.4 \text{ мили}$$

$$\Delta t = \frac{5.2 \textit{мили}}{43 \textit{мили}/\textit{час}} + 27 \textit{мин} = 7.3 \textit{мин} + 27 \textit{мин} = 34 \textit{мин} = 0.57 \textit{часа}$$

С помощью уравнения (5) получим:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6.4 \textit{мили}}{0.57 \textit{часа}} = 11.2 \textit{мили}/\textit{час}$$

График x(t) на Рис. 8 помогает представить эту задачу визуально. Точки *O* и *P* определяют интервал, для которого мы ищем среднюю скорость, которая, в свою очередь, определяется наклоном прямой, соединяющей эти две точки.

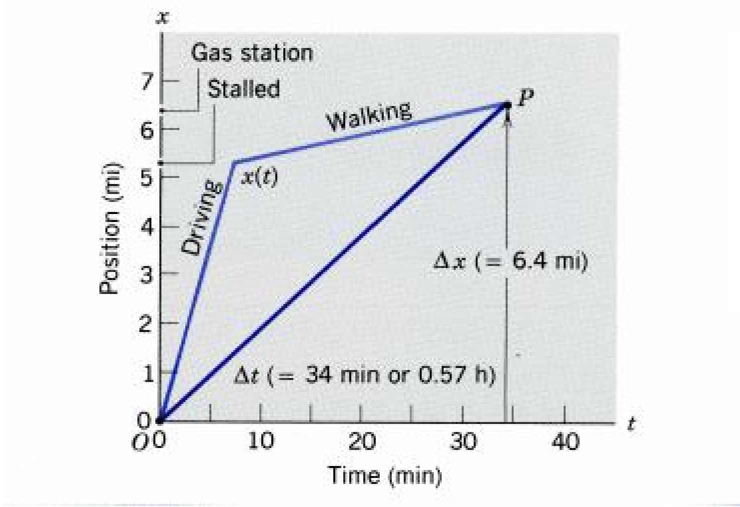


Рис. 8. К примеру 1. Линии, обозначенные как “Driving” и “Walking” показывают движение с различными постоянными скоростями для двух участков пути. Средняя скорость равна наклону линии OP.

2-4 Мгновенная скорость

Средняя скорость помогает в целом рассмотреть движение частицы за некоторый интервал времени, однако она не позволяет определить *детали* этого движения. Более подходящей величиной для этой цели является математическая функция v(t), которая определяет скорость в каждой точке. Эта скорость называется *мгновенной скоростью*. Теперь, когда мы будем использовать термин "скорость", мы будем понимать под этим мгновенную скорость.

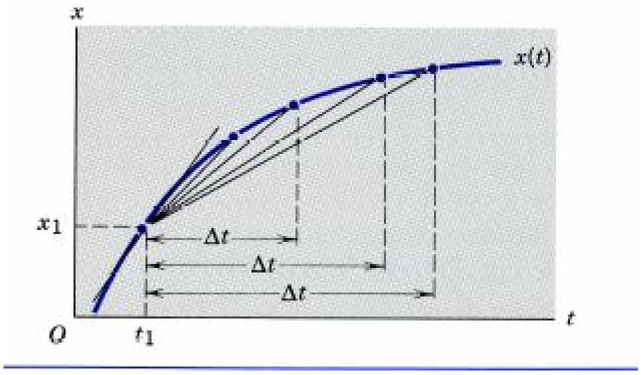


Рис. 9. По мере приближение конечной точке к t_1, величина интервала Δt стремится к нулю. При этом хорда преобразуется в касательную к траектории в точке t_1.

Предположим мы хотим вычислить среднюю скорость, как показано на Рис. 9, по мере того, как интервал времени Δt становится все меньше и меньше. В предельном случае, когда $\Delta t \to 0$, прямая, соединяющая между собой концы интервала, приближается к касательной к кривой x(t) в точке, и средняя скорость приближается к наклону кривой x(t), который и определяет мгновенную скорость в этой точке:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (8)$$

Правая часть (8) есть не что иное, как производная от x(t) по переменной t, или dx/dt. Таким образом

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad (9)$$

Отсюда следует что мгновенная скорость описывает скорость (быстроту) изменения положения точки со временем.

В Таблице 1 приведен пример того, как предельный процесс сходится к мгновенному значению. Данные в Таблице 1 вычислены для $x(t)=3.000+1.000t+2.000t^2$, где t в секундах и x в метрах. Точка (t_1, x_1) фиксирована, а точка (t_2, x_2) постепенно приближается к точке (t_1, x_1). Видно, что предел приближается к значению v = 5.0 м/с при t_1 = 1.0 с. С другой стороны, дифференцируя x(t), получим выражение для мгновенной скорости:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(3.000 + 1.000t + 2.000t^2\right) = 0 + 1.000 + 2(2.000t) = 1.000 + 4.000t \quad ,$$

откуда в самом деле следует v = 5.000 м/с при t_1 = 1.000 с. Из этого примера ясно видно, что среднее значение стремится к мгновенному значению по мере уменьшения интервала.

Таблица 1 ПРЕДЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС

Начальная точка		Конечная точка		Интервалы		Средняя скорость
x_1(м)	t_1 (с)	x_2(м)	t_1 (с)	Δx (м)	Δt (с)	(м/с)
6.000	1.000	13.000	2.000	7.000	1.000	7.00
6.000	1.000	9.000	1.500	3.000	0.500	6.00
6.000	1.000	8.320	1.400	2.320	0.400	5.80
6.000	1.000	7.375	1.250	1.375	0.250	5.50
6.000	1.000	7.080	1.200	1.080	0.200	5.40
6.000	1.000	6.520	1.100	0.520	0.100	5.20
6.000	1.000	6.255	1.050	0.255	0.050	5.1
6.000	1.000	6.152	1.030	0.152	0.030	5.1

6.000	1.000	6.050	1.010	0.050	0.010	5.0

Таким образом, если у нас есть зависимость x(t), мы можем с помощью операции дифференцирования найти v(t). Для изображения v(t) графически мы должны точка за точкой вычислить наклон x(t). Давайте теперь снова вернемся к примерам из раздела 2-2, в первых трех из которых рассматривается скольжение бусинки вдоль длинной прямой проволоки.

1. *Отсутствие движения*. Согласно уравнению (1) x(t)=A и поэтому

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 0 \qquad (10)$$

поскольку производная от любой постоянной равна нулю. Зависимости x(t) и v(t) для данного случая показаны на Рис. 10.

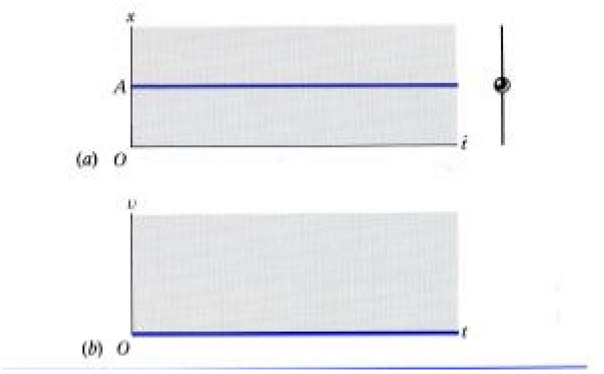


Рис. 10 Бусинка на струне находится в состоянии покоя в точке x=A. (a)- ее координата; b)- ее скорость

2. *Движение с постоянной скоростью*. Согласно уравнению (2) x(t)=A+Bt и мы получим

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(A + Bt\right) = 0 + B \qquad (11)$$

Мгновенная (постоянная) скорость равна B как показано на Рис. 11.

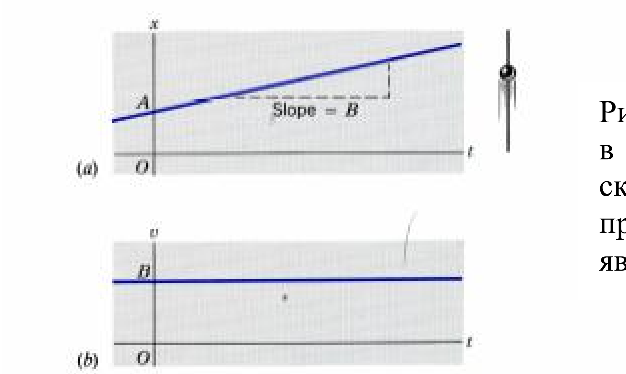


Рис. 11. (a) Бусинка движется по струне в одном направлении с постоянной скоростью, которая равна наклону B прямой x(t). (b) Зависимость v(t) является горизонтальной линией v=B

3. *Движение с постоянным ускорением*. Согласно уравнению (3) x(t)=A+Bt+Ct^2 и мы получим

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(A + Bt + Ct^2\right) = 0 + B + 2Ct \qquad (12)$$

Здесь скорость зависит от времени. Если C>0, то скорость *возрастает* со временем. Зависимости x(t) и v(t) для данного случая показаны на Рис. 12.

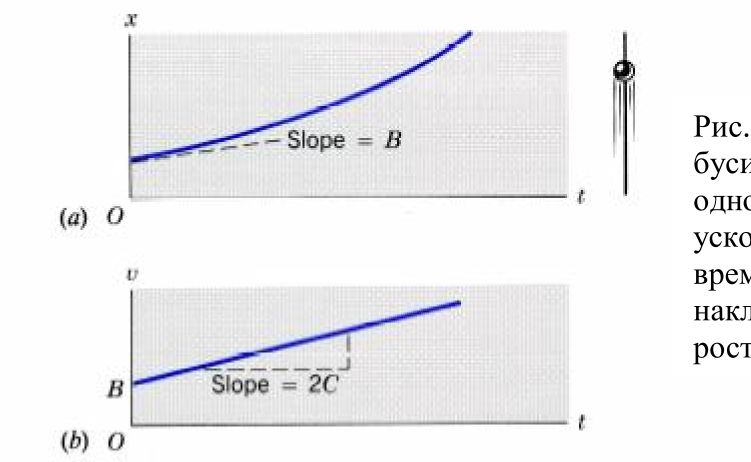


Рис. 12. Положение (*a*) и скорость (*b*) бусинки, движущейся вдоль струны в одном направлении с постоянным ускорением. Скорость растет со временем, что отражено в возрастании наклона кривой x(t) (*a*) и линейным ростом v(t) (*b*).

4. *Ускорение и торможение автомобиля.* С помощью Рис. 4 мы можем нарисовать график зависимости v(t) не записывая x(t) в явном виде. В начальный интервал времени автомобиль не движется и *v=0*. В следующий интервал времени автомобиль ускоряется и v(t) имеет вид уравнения (12). Затем автомобиль движется с постоянной скоростью, v=const (равной тому значению скорости, которое было достигнуто в конце ускорительного интервала) и следовательно на этом интервале C=0. На последнем этапе, на интервале торможения v(t) снова имеет вид (12) с C<0 (отрицательный наклон). График этого движения показан на Рис. 13.

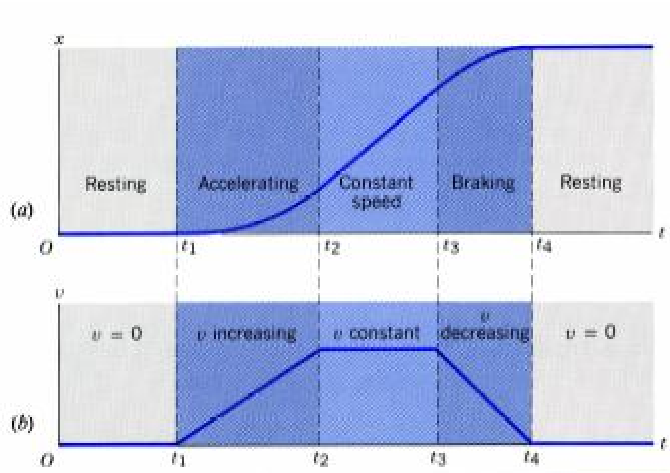


Рис. 13. Положение (*a*) и скорость (*b*) автомобиля, который начинает движение из состояния покоя, затем увеличивает свою скорость в течение некоторого промежутка времени, затем движется с постоянной скоростью и, наконец, уменьшает свою скорость до нуля. Зависимость v(t) на графике (b) в точности соответствует зависимости x(t), показанной ранее на Рис. 4. Реально, изменение скорости должно быть гладким, а не резким, поэтому острые углы на графике v(t) должны быть сглажены.

В реальности мы не можем *мгновенно* перейти от состояния покоя к состоянию движения с ускорением или от движения с ускорением к движению с постоянной скоростью. Это означает, что на Рис. 13 острые углы на зависимости v(t) должны быть слегка скруглены и уравнение движения будет более сложным чем (12). Однако, в дальнейшем для простоты мы будем рассматривать идеализированную картину, показанную на Рис. 13.

5. *Хоккейная шайба*. Здесь мы имеем постоянную скорость до удара о борт и равную, но противоположно направленную (отрицательную) скорость после удара. Зависимость v(t) показана на Рис. 14. Заметим, что острый угол в точке t_1 на зависимости x(t) дает разрыв на зависимости v(t), чего никогда не наблюдается для реальных тел.

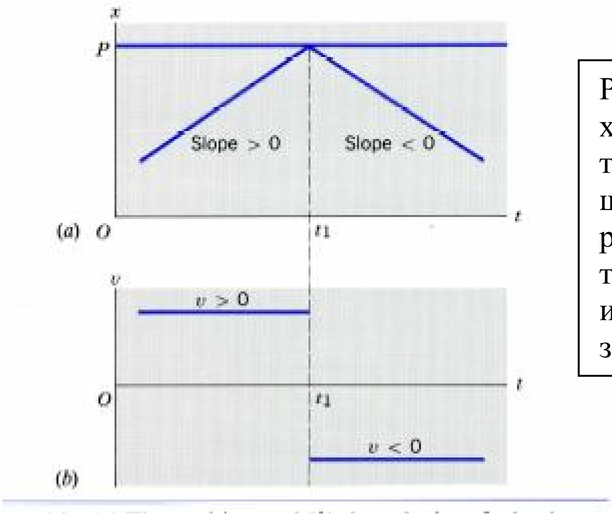


Рис. 14. Положение (*a*) и скорость (*b*) хоккейной шайбы, отскакивающей от твердой поверхности. В точке $t=t_1$ скорость шайбы "мгновенно'' изменяет знак, хотя для реальной шайбы скорость изменяет знак в течение небольшого (не равного нулю) интервала времени, поэтому острый угол на зависимости x(t) должен быть сглажен.

6. *Шарик из глины*. Как показано на Рис. 15, шарик начинает движение с положительной начальной скоростью v (мы произвольно выбрали направление вверх как положительное), но его скорость уменьшается. Его движение описывается уравнением (12) с C<0. В верхней точке траектории v=0, так что в этой точке прямая v(t) должна пересечь ось t. Когда шарик ударяется об землю его скорость v мгновенно обращается в нуль. (Как и раньше, эта точка на графике x(t) приводит к разрыву на зависимости v(t)). В реальности эта точка должна быть закруглена, так что никакого разрыва на v(t) нет.

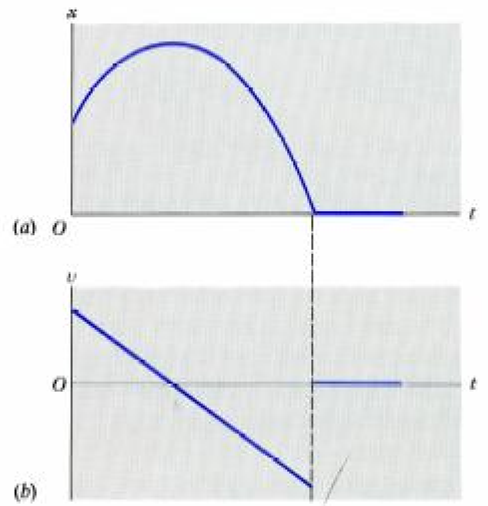


Рис. 15. Положение (*a*) и скорость (*b*) брошенного глиняного шарика (см. Рис. 6.). Реально, скорость шарика не может мгновенно обратиться в нуль, поэтому резкая вертикальная линия на зависимости v(t), когда шарик ударяется об пол, должна быть немного пологой.

2-5 Движение с ускорением

Как мы уже видели (Рис. 12, 13 и 15) скорость частицы может меняться во время движения. Это изменение скорости во времени называется *ускорением*. По аналогии с уравнением (5) мы можем определить среднее ускорение как изменение скорости $\Delta v = v_2 - v_1$ за интервал времени Δt:

$$\overline{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (13)$$

Ускорение имеет размерность скорости деленной на время, например, метр в секунду в секунду, что записывается как м/с^2.

Точно так же как и средняя скорость $\overline{v}$, среднее ускорение $\overline{a}$ ничего не говорит нам об изменении v(t) в течение времени t на интервале Δt. Оно зависит только от полного изменения скорости на временном интервале. Если $\overline{a}$ оказывается постоянным (возможно и нулем) на всех таких интервалах, тогда можно сказать, что мы имеем движение с постоянным ускорением. В этом случае изменение скорости одинаково на всех интервалах одной и той же длительности. Например, (как мы увидим ниже в этой главе) ускорение вследствие гравитационного притяжения Земли вблизи ее поверхности почти постоянно и равно 9.8 м/с^2. Скорость падающего тела изменяется на 9.8 м/с каждую секунду, увеличиваясь на 9.8 м/с в первую секунду, затем еще на 9.8 м/с за вторую секунду и т. д.

Если же изменение скорости за последовательные интервалы равной длительности неодинаково, то мы имеем движение с переменным ускорением. В этом случае полезно ввести понятие мгновенного ускорения:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

или

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad (14)$$

по аналогии с уравнением (9) для мгновенной скорости.

Заметим, что ускорение может быть положительным или отрицательным независимо от того положительна или отрицательна скорость: например, может быть положительное *a* и отрицательное v. Ускорение *a* описывает *изменение* скорости; это изменение может быть либо уменьшением, либо увеличением положительной либо отрицательной скорости. Например, лифт, движущийся вверх (в этом направлении мы будем считать скорость положительной) может ускоряться вверх ($a>0$) и двигаться быстрее, или ускоряться вниз ($a<0$) и двигаться медленнее, не меняя своего направления движения вверх. При движения лифта вниз ($v<0$) он может ускоряться вниз ($a<0$) и двигаться быстрее или ускоряться вверх ($a>0$) и двигаться медленнее. Если ускорение и скорость имеют разные знаки, так что скорость (ее величина) уменьшается, мы имеем *замедление*.

Ускорение, определенное уравнением (14) представляет собой не что иное, как наклон графика v(t). Если v(t) постоянна, то $a = 0$; если v(t) прямая линия, то *a* постоянно и равно наклону этой прямой. Если v(t) представляет собой кривую, то *a* будет некоторой функцией от t, которая получается нахождением производной от v(t).

Мы можем теперь показать графики ускорения на Рис. 10-15. В качестве примера на Рис. 16 показаны соответствующие графики для разгоняющегося и тормозящего автомобиля. Остальные случаи мы предлагаем рассмотреть студентам самостоятельно в качестве примера.

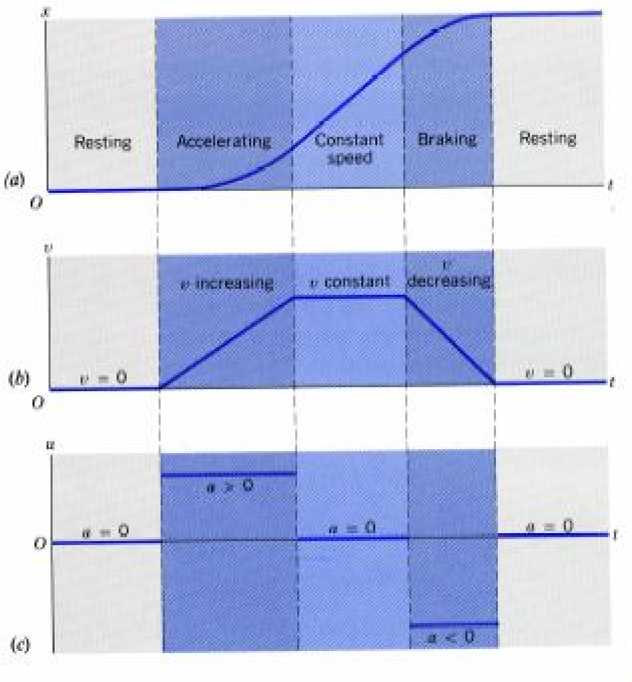


Рис. 16. (a) положение, (b) скорость и (c) ускорение автомобиля, начинающего движение из состояния покоя, движущегося ускоренно в течение некоторого интервала времени, затем движущегося с постоянной скоростью и затем при торможении движущегося с отрицательным ускорением до остановки. Практически невозможно мгновенно изменить ускорение автомобиля от одного значения к другому; как a(t), так и v(t) для реального автомобиля будут гладкими и непрерывными. Прямые отрезки на графике a(t) соединятся гладкими кривыми, а острые углы на графике v(t) будут сглажены.

Пример 2 На Рис. 17а показано шесть последовательных "снимков" частицы, двигающейся вдоль оси x. При t=0 частица находится в точке x = +1.00 м справа от начала координат; при t = 2.5 с частица оказалась в состоянии покоя в точке x = +5.00 м; при t = 4.0 с частица возвратилась в точку x = 1.4 м. На Рис. 17б показана зависимость положения частицы x от времени t для этого движения. Зависимость от времени скорости и ускорения показаны на Рис. 17в и 17г, соответственно. (а) Найдите среднюю скорость для интервалов AD и DF. (б) Оцените наклон x(t) в точках B и F и сравните его с соответствующими точками на кривой v(t). (в) Найдите среднее ускорение для интервалов AD и AF. (г) Оцените наклон v(t) в точке D и сравните его с соответствующим значением a(t).

Решение (а) Из уравнения (5) имеем:

$$\bar{v}_{AD}=\frac{\Delta x_{AD}}{\Delta t_{AD}}=\frac{x_D-x_A}{t_D-t_A}=\frac{5.0\ м-1.0\ м}{2.5\ с-0.0\ с}=\frac{4.0\ м}{2.5\ с}=+1.6\ м/с.$$

$$\bar{v}_{DF}=\frac{\Delta x_{DF}}{\Delta t_{DF}}=\frac{x_F-x_D}{t_F-t_D}=\frac{1.4\ м-5.0\ м}{4.0\ с-2.5\ с}=\frac{-3.6\ м}{1.5\ с}=-2.4\ м/с.$$

Положительный знак $\bar{v}_{AD}$ указывает на то, что частица на интервале AD в среднем движется в направлении возрастающих значений x (то есть, вправо на Рис. 17а). Отрицательный знак $\bar{v}_{DF}$ указывает на то, что частица на интервале DF в среднем движется в направлении уменьшающихся значений x (то есть, влево на Рис. 17а).

(б) Из касательных к x(t) в точках B и F на Рис. 17b мы можем найти:

$$\text{наклон в точке B} = \frac{4.5\ м-2.8\ м}{1.5\ с-0.5\ с}=\frac{1.7\ м}{1.0\ с}=+1.7\ м/с.$$

$$\text{наклон в точке F} = \frac{1.4\ м-4.5\ м}{4.0\ с-3.5\ с}=\frac{-3.1\ м}{0.5\ с}=-6.2\ м/с.$$

Из v(t) в точках B и F на Рис. 17с получим v_B = +1.7 м/с и v_F = –6.2 м/с, что совпадает с наклоном x(t) в этих точках. То есть, как и ожидалось, *v(t) = dx/dt.*

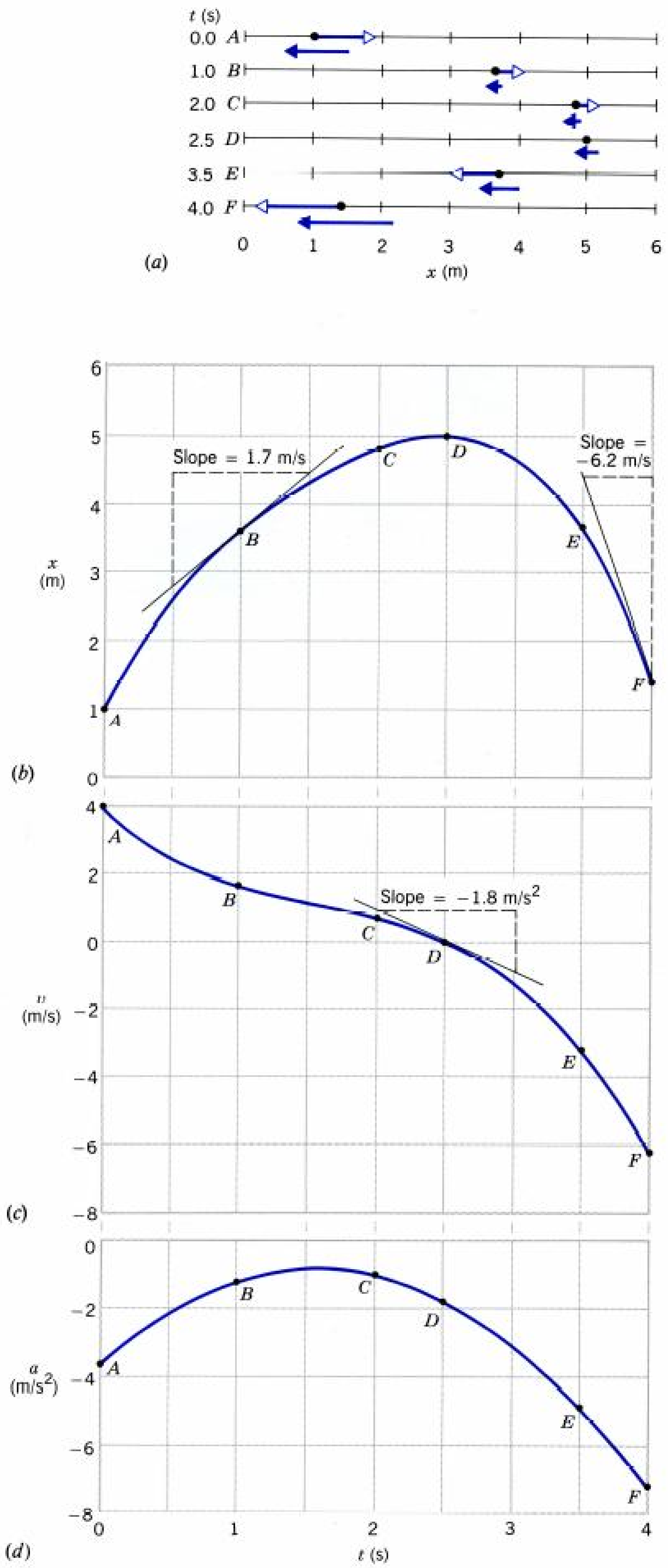


Рис. 17. Пример 2. (a) Шесть последовательных снимков частицы, двигающейся вдоль оси x. Стрелки, проходящие *через* частицу, показывают величину мгновенной скорости, а соответствующие стрелки ниже показывают мгновенное ускорение. (b) График x(t). Шесть точек A, B, C, D, E, F соответствуют шести мгновенным снимкам. (c) График v(t). (d) График a(t).

(в) Из уравнения (13) получим

$$\overline{a}_{AD} = \frac{\Delta v_{AD}}{\Delta t_{AD}} = \frac{v_D - v_A}{t_D - t_A} = \frac{0.0\ м/с - 4.0\ м/с}{2.5\ с - 0.0\ с} = \frac{-4.0\ м/с}{2.5\ с} = -1.6\ м/с^2.$$

$$\overline{a}_{DF} = \frac{\Delta v_{AF}}{\Delta t_{AF}} = \frac{v_F - v_A}{t_F - t_A} = \frac{-6.2\ м/с - 4.0\ м/с}{4.0\ с - 0.0\ с} = \frac{-10.2\ м/с}{4.0\ с} = -2.6\ м/с^2.$$

(г) Из касательной к v(t) в точке D получим

$$\text{наклон в точке D} = \frac{-0.9\ м/с - 0.9\ м/с}{3.0\ с - 2.0\ с} = \frac{-1.8\ м}{1.0\ с} = -1.8\ м/с^2.$$

Из графика *a(t)* мы видим, что в точке D $a_D = -1.8$ м/с^2. Таким образом, *a(t) = dv/dt*. Из графика v(t) на Рис. 17c видно, что его наклон на всем интервале отрицательный, и поэтому *a(t)* должно быть отрицательным, что и видно на Рис. 17d.

2-6 Движение с постоянным ускорением

Довольно часто нам приходится встречаться с движением с постоянным (или почти постоянным) ускорением: типичные примеры, которые мы уже упоминали это падение тел вблизи поверхности Земли или тормозящий автомобиль. В настоящем разделе мы получим ряд полезных результатов для этого специального случая. Однако, имейте в виду, что полученные здесь результаты справедливы только для этого специального случая и неприменимы, если ускорение *a* не является постоянным. В качестве примеров движения с непостоянным ускорением упомянем колеблющийся маятник, стартующую с Земли ракету, каплю дождя, на которую при падении существенное влияние оказывает сопротивление воздуха.
Пусть *a* представляет собой постоянное ускорение, как показано на Рис. 18a.

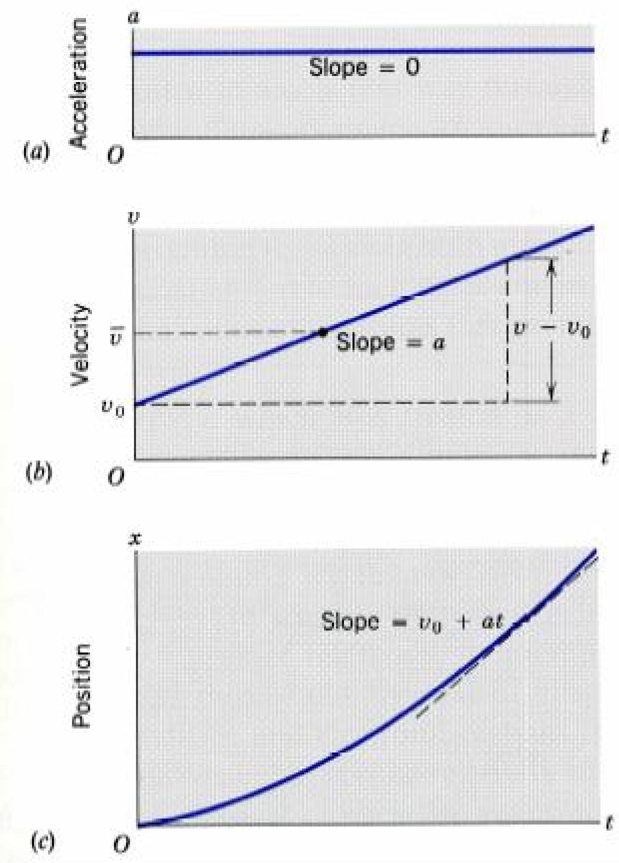


Рис. 18. (a) Постоянное ускорение частицы равно постоянному наклону прямой на графике v(t). (b) Скорость частицы v(t) дается в каждой точке наклоном кривой x(t). Средняя скорость $\overline{v}$ частицы в случае постоянного ускорения есть среднее величин v и v_0, как показано на этом графике. (c) Положение x(t) частицы, двигающейся с постоянным ускорением. Зависимость x(t) нарисована для начального условия x_0=0.

(При постоянном *a* среднее и мгновенное ускорение одинаковы, и мы можем использовать полученные ранее формулы для любого из этих случаев). Тело начинает движение со скоростью v_0 в момент времени t = 0, и в более поздний момент времени t его скорость будет v. Для этого случая уравнение (13) запишется в виде:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

или

$$v = v_0 + at \qquad (15)$$

Этот важный результат позволяет нам найти скорость во все более поздние моменты времени. Уравнение 15 дает скорость как функцию времени, которая может быть записана как v(t), но которую мы будем писать просто как v. Заметьте, что (15) имеет вид y = mx + b, который представляет собой график прямой линии. Здесь *a* есть наклон, как мы уже объясняли, и v_0 есть точка пересечения с координатой осью (значение v при *t = 0*). Эта прямая изображена на Рис. 18б.

Для завершения нашего анализа движения с постоянным ускорением, нам надо найти зависимость положения *x* от времени. Для этого необходимо иметь выражение для средней скорости на интервале. Поскольку график зависимости v от *t* является прямой линией (см. Рис. 18б), то среднее значение скорости как раз находится в середине интервала и выражается как среднее значение скоростей между двумя крайними точками временного интервала 0 и *t*:

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v + v_0) \qquad (16)$$

Теперь с помощью (15) мы можем исключить v:

$$\bar{v} = v_0 + \frac{1}{2}at \qquad (17)$$

Используя уравнение(5), определяющее среднюю скорость и предполагая, что частица движется из точки x_0 при t = 0 до точки x при t, запишем среднюю скорость в следующем виде:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0}. \qquad (18)$$

Комбинируя (17) и (18), получим искомый результат для x(t):

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (19)$$

Итак, при известном значении *a* и *начальных условиях* x_0 и v_0 (то есть, положении и скорости при t = 0) уравнение (19) позволяет найти положение *x* во все последующие моменты времени. Расстояние, пройденное от начальной точки $x - x_0$ часто называется *смещением*. Для удобства мы часто будем выбирать начало координат так, чтобы x = 0. На Рис. 18в представлен график зависимости x от t для этого случая.

Обратите внимание, что здесь имеются четыре переменных величины (*x, v, a, t*) и два начальных условия (*x_0, v_0*). Уравнения 15 и 19 записаны в обычной форме для анализа кинематики как задачи с *начальными условиями*: при заданной физической ситуации (то есть, ускорении *a*) и начальных условиях (*x_0* и *v_0*) мы можем найти *v* и *x* для всех *t*. Часто, однако, задача может стоять в несколько иной форме. Например, при заданном ускорении *a* необходимо найти *расстояние* (а не *время*), которое частица должна пройти, чтобы ее скорость изменилась от *v_0* до *v*. В такой постановке время вообще не фигурирует и поэтому мы можем рассматривать уравнения 15 и 19 как два алгебраических уравнения и исключить из них время *t*:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad (20)$$

Исключая другие переменные или параметры, мы можем получить уравнения 21 и 22, которые приведены в Таблице 2 наряду ч другими уравнениями, полностью описывающими кинематику движения с постоянным ускорением.

Таблица 2 УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДВИЖЕНИЯ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ[a]

Номер уравнения	Уравнение	Содержит x	v_0	v	a	t
15	$v = v_0 + at$	$\times$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
19	$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$\notin$	$\notin$	$\times$	$\notin$	$\notin$
20	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\times$
21	$x = x_0 + \frac{1}{2}(v + v_0)t$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\times$	$\notin$
22	$x = x_0 + vt - \frac{1}{2}at^2$	$\notin$	$\times$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

[a] Прежде чем использовать уравнения из этой таблицы при решении задач убедитесь, что ускорение на самом деле является постоянным.

Мы можем проверить, что (19) является правильным. Дифференцируя это уравнение по времени, мы должны получить скорость v:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2) = v_0 + at = v$$

При использовании уравнений Таблицы 2 вы можете выбирать *начало координат* в любой удобной точке. Четыре уравнения в этой таблице, которые зависят от x, также зависят и от x_0, так что по существу они всегда зависят от разности x-x_0. Обычно, начало координат выбирается так, что $x_0=0$, что позволяет несколько упростить эти уравнения. Вы также можете выбрать положительным *любое направление координатной оси*. После того как вы выбрали какое-то направление положительным, то все смещения, скорости и ускорения в этом направлении будут положительными, а в противоположном направлении отрицательными. Выбор *начала* координат и *направления* координатной оси не должен меняться на протяжении всего решения задачи.

Пример 3 Вы тормозите свой автомобиль с 85 км/час до 45 км/час на расстоянии 105 м. (а) Чему равно ускорение на этом интервале, если считать его постоянным? (б) За какое время автомобиль пройдет это расстояние? (в) Если бы вы продолжали тормозить с тем же самым ускорением, то через какое время вы бы остановились и какое дополнительное расстояние вы бы проехали?

Решение (а) Выберем сначала положительное направление по направлению скорости, а также выберем начало координат так, чтобы оно совпадало с точкой, в которой вы начинаете тормозить: $x_0=0$. Начальная скорость равна v_0=+85 км/час при t=0, и мы знаем конечную скорость v_0=+45 км/час в момент времени t (который неизвестен), при котором смещение равно +0.105 км. Нам нужно уравнение, которое содержит ускорение, которое мы ищем, но не содержит времени. Нужным является уравнение (20), решая которое, находим:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{(45км/час)^2 - (85км/час)^2}{2(0.105км)} = -2.48\times10^4 км/час^2 = -1.91м/с^2$$

Ускорение получается отрицательным, что означает, что оно направлено противоположно тому направлению, которое мы выбрали положительным.

(б) Здесь нам нужно уравнение, которое не содержит ускорения, что позволит нам найти время из первоначальных данных. Из Таблицы 2 видно, что этому условию отвечает ур. (21), решая которое, получим:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v_0 + v} = \frac{2(0.105\text{км})}{85\text{км}/\text{час} + 45\text{км}/\text{час}} = 1.62 \times 10^{-3}\text{час} = 5.8\ \text{с}$$

В принципе для решения этой части задачи мы могли бы использовать уравнение (15) из Табл. 2 и ускорение, найденное в пункте (а). Однако, в этом случае численная ошибка, полученная при вычислении ускорения, привела бы к дополнительной погрешности результата для t. Поэтому при любой возможности, если позволяют условия задачи, нужно пользоваться первоначальными данными при решении независимых частей задачи.

(в) Теперь, зная ускорение, можно вычислить время t, за которое автомобиль изменит свою скорость от v_0=85 км/час до v=0. Из уравнения (15) получим:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 85\text{км}/\text{час}}{-2.48 \times 10^4\text{км}/\text{час}^2} = 3.43 \times 10^{-3}\text{час} = 12.3\ \text{с}$$

Итак, автомобиль остановится через 12.3 с, после того как вы начали тормозить, или через 12.3 с–5.8 с = 6.5 с после того как автомобиль достиг скорости 45 км/час.

Расстояние можно найти из уравнения (20):

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (85\text{км}/\text{час})^2}{2(-2.48 \times 10^4\text{км}/\text{час}^2)} = 0/146\ \text{км} = 146\ \text{м}$$

Дополнительное расстояние, пройденное между точкой, в которой v=45км/час и точкой, в которой v=0 равно 146 м–105 м = 41 м.

Пример 4 Альфа частица (ядро атома гелия) влетает в пустую трубу длиной 2 м, которая является частью ускорителя. (а) Считая ускорение постоянным, найти его, если альфа частица влетела в трубу со скоростью 1.0×104 м/с и вылетела из нее со скоростью 5.0×106 м/с. (б) Сколько времени провела альфа частица в трубе?

Решение (а) Выберем ось *x* параллельно оси трубы, начало отсчета совместим со входом трубы, положительное направление возьмем в направлении движения частицы. Таким образом, заданы v_0, v и *x*, и надо найти *a*. записав уравнение (20) при $x_0=0$, получим:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5.0 \times 10^6\text{м}/\text{с})^2 - (1.0 \times 10^4\text{м}/\text{с})^2}{2(2.0\text{м})} = +6.3 \times 10^{12}\text{м}/\text{с}^2$$

(б) Здесь мы находим t из (21) при $x_0=0$:

$$t = \frac{2x}{v_0 + v} = \frac{2(2.0\text{м})}{1.0 \times 10^4\text{м}/\text{с} + 5.0 \times 10^6\text{м}/\text{с}} = 8.0 \times 10^{-7}\ \text{с} = 0.80\ \text{мкс}$$

2-7 Свободно падающие тела

Хорошо знакомый пример движения с (почти) постоянным ускорением это свободное падение тел на Землю. Если изучать падение тел в вакууме, так чтобы сопротивление воздуха не оказывало никакого влияния, то мы установим замечательный факт: *все тела независимо от их размеров, формы, внутреннего строения падают вблизи поверхности Земли с одинаковым ускорением в одну и ту же точку*. Это ускорение, обозначаемое символом g, называется *ускорением свободного падения* (иногда его называют *ускорением силы тяжести*). Несмотря на то, что это ускорение зависит от расстояния до центра Земли (как мы покажем в Главе 16), его можно считать постоянным, если расстояние которое проходит падающее тело много меньше земного радиуса (6400 км).

Вблизи земной поверхности g равно приблизительно 9.8 м/с^2. Это значение мы всюду будем использовать в дальнейшем, если не будет оговорено противное. В каждой точке направление ускорения свободного падения совпадает с тем, которое мы характеризуем словом "вниз".

Хотя мы говорим о *падающих* телах, тела, скорость которых направлена вверх испытывают то же самое ускорение свободного падения (по величине и направлению). Таким образом, не имеет значения, куда направлена скорость тела- вверх или вниз: его ускорение под действием силы тяжести Земли всегда будет направлено вниз.

Точное значение ускорения свободного падения зависит от широты и долготы. Существуют также значительные колебания этой величины, связанные с различной локальной плотностью Земной коры. Мы обсудим эти вариации g в Главе 16.

Уравнения Таблицы 2, которые были получены для движения с постоянным ускорением, можно применить и к случаю свободного падения. Для этого необходимо сначала сделать два небольших изменения: (1) Мы установим ось y в направлении свободного падения, причем положительное направление этой оси будет направлено вверх. Позднее в Главе 4 мы рассмотрим движение в двух направлениях, и в качестве горизонтального направления мы будем использовать ось x. (2) Заменим постоянное ускорение a из Таблицы 2 ускорением $-$g, поскольку наш выбор положительного направления вверх означает, что ускорение, направленное вниз, является отрицательным. Так как мы обозначили ускорение, направленное вниз как $-g$, то сама величина g является *положительным* числом.

После этих изменений соответствующие уравнения из Таблицы 2 можно записать в следующем виде:

$$v = v_0 - gt \qquad (23)$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (24)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \qquad (25)$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2}(v + v_0)t \qquad (26)$$

$$y = y_0 + vt + \frac{1}{2} g t^2 \qquad (27)$$

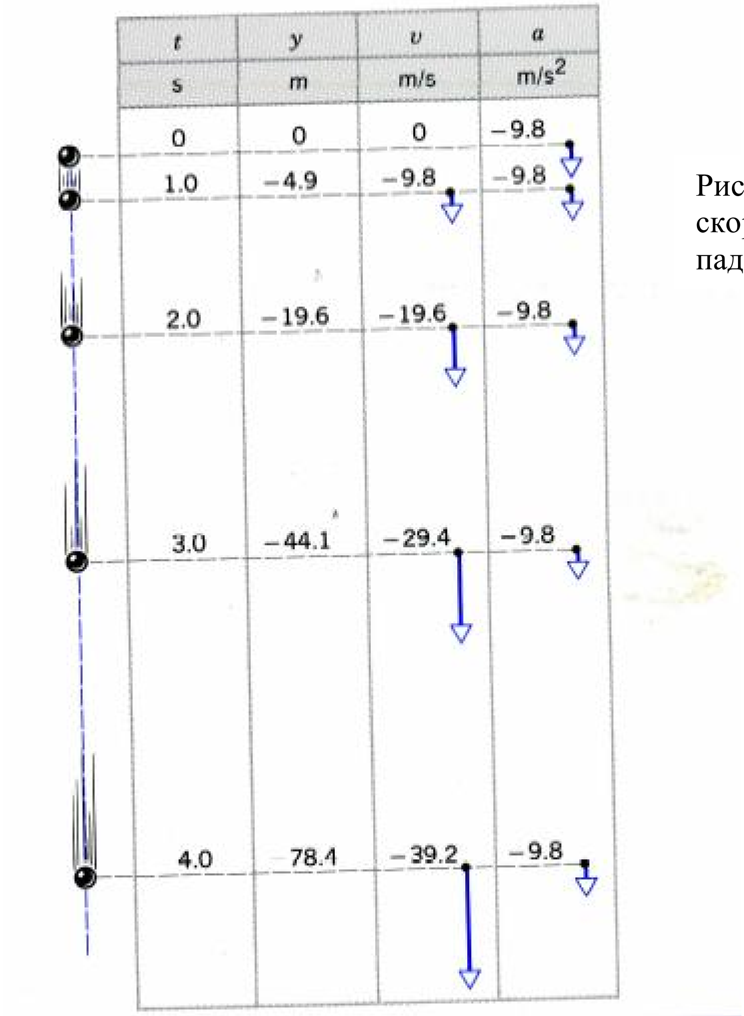
Пример 5 Тело падает вертикально из состояния покоя с начальной нулевой скоростью. Определить положение и скорость тела через 1.0, 2.0, 3.0 и 4.0 с после начала падения.

Решение. Выберем в качестве начала координат точку, из которой началось движение тела. Мы знаем начальную скорость (ноль) и ускорение, и также у нас заданы моменты времени. Для нахождения положения тела воспользуемся формулой (24) с y_0=0 и v_0=0:

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

Взяв t=1.0 с, получим: y=$-$1/2$\times$(9.8 м/с^2)$\times$(1.0 с)^2 = $-$4.9 м. Чтобы найти скорость, возьмем уравнение (23) с v_0=0: v=$-gt$= $-$(9.8 м/с^2)$\times$(1.0 с)=$-$9.8 м/с.

Таким образом, через 1.0 с после начала падения тело будет на 4.9 м *ниже* (y отрицательно) начальной точки и тело будет двигаться вниз (v отрицательно) со скоростью 9.8 м/с^2. Продолжая таким же образом, мы найдем положения и скорости тела для моментов t=2.0, 3.0 и 4.0 с (см. Рис. 19).



t	y	v	a
s	m	m/s	m/s²
0	0	0	−9.8
1.0	−4.9	−9.8	−9.8
2.0	−19.6	−19.6	−9.8
3.0	−44.1	−29.4	−9.8
4.0	78.4	−39.2	−9.8

Рис. 19. Пример 5. Показаны высота, скорость и ускорение тела при свободном падении.

Пример 6 Мяч бросают вертикально вверх с начальной скоростью 25.2 м/с. (а) Через какое время мяч достигнет наивысшей точки? (б) на какую высоту поднимется мяч? (в) В какой момент времени мяч будет находиться на высоте 27.0 м?

Решение. (а) В наивысшей точке скорость мяча будет равна нулю. Имея v_0 и v(=0), мы находим t из (23):

$$t = \frac{v_0 - v}{g} = \frac{25.2 м/с - 0}{9.8 м/с^2} = 2.57 с$$

(б) Здесь мы будем использовать только исходные данные, чтобы не накапливать ошибки вычислений, возникающей в (а). Уравнение (25), в котором надо взять y_0=0, позволяет нам найти y, если другие величины известны:

$$y = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \frac{(25.2 м/с)^2 - 0}{2(9.8 м/с^2)} = 32.4 м$$

(в) Здесь надо использовать уравнение (24), поскольку *t* единственная неизвестная величина. Запишем (24) с y_0=0 в виде квадратного уравнения:

$$\frac{1}{2} g t^2 - v_0 t + y = 0$$

$$\frac{1}{2}(9.8 м/с^2) t^2 - (25.2 м/с) t + 27.0 м = 0$$

С помощью квадратичной формулы найдем решение этого уравнения: t=1.52 с и t=3.62 с. При t=1.52 с скорость мяча есть:

$$v = v_0 - gt = 25.2м/с - (9.8м/с^2)(1.52с) = 10.3м/с$$

А при t=3.62 с скорость будет:

$$v = v_0 - gt = 25.2м/с - (9.8м/с^2)(3.62с) = -10.3м/с$$

Две скорости имеют одинаковое значение, но противоположные направления. Необходимо четко понимать, что если пренебречь сопротивлением воздуха, то время затраченное мячом на подъем до максимальной высоты будет в точности равно времени его падения с этой высоты, и в каждой точке траектории скорость мяча когда он движется вверх будет в точности равна его скорости когда он движется вниз. Обратите внимание, что время, затраченное на подъем, 2.57 с, которое мы нашли в пункте (а), лежит точно посередине между двумя временами, полученными нами в пункте (в). Можете ли вы объяснить это? Можете ли вы качественно предсказать влияние сопротивления воздуха на время подъема и время падения?

Пример 7 Ракета стартует из подводного положения с глубины 125 м. Под водой она движется вертикально вверх с неизвестным постоянным ускорением (суммарный эффект работы двигателя ракеты, силы тяжести Земли и силы сопротивления воды) и достигает поверхности через 2.15 с. При выходе на поверхность двигатель ракеты автоматически выключается (чтобы ее труднее было обнаружить) и ракета продолжает подниматься вверх. На какую максимальную высоту поднимется ракета? Всеми поверхностными эффектами при выходе ракеты из воды пренебречь.

Решение По аналогии с задачей о свободном падении тела мы можем проанализировать движение ракеты в воздухе, если мы будем знать начальную скорость на этом участке пути ракеты. Поэтому вначале необходимо проанализировать подводное движение ракеты с тем, чтобы найти ее скорость на поверхности, и затем эту скорость использовать в качестве начальной для анализа движения ракеты в воздухе. Эти две части задачи можно решать отдельно, поскольку на поверхности ускорение ракеты изменяется. Итак, для подводного движения мы знаем смещение, время и начальную скорость (ноль). Ускорение здесь находить не требуется, поскольку мы хотим найти только конечную скорость. Уравнение 21 из Таблицы 2 дает соответствующее соотношение:

$$v = \frac{2(y - y_0)}{t} = \frac{2(125м)}{2.15с} = 116\ м/с$$

таким образом, скорость на поверхности направлена вверх и равна 116 м/с. Теперь мы проанализируем свободное движение ракеты в воздухе, принимая эту скорость в качестве *начальной*. С помощью уравнения 25 для свободного падения мы находим максимальную высоты как точку, в которой скорость обращается в нуль:

$$y - y_0 = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \frac{(116м/с)^2 - 0}{2(9.8м/с^2)} = 687м$$

Для проверки понимания этой задачи начертите графики *y(t), v(t), a(t)* подобно тому, как это сделано на Рис. 16. Помните, что в этой идеализированной задаче некоторые переменные меняются непрерывно, а некоторые скачком. Как движение реальной ракеты отличается от нарисованной вами картины?

2-8 Галилей и свободное падение тел (*факультатив*)

Природа движения падающих тел в течение долгого времени была предметом изучения в натуральной философии. Аристотель утверждал что “движение вниз.... любого тела, обладающего весом, тем быстрее, чем больше размер этого тела”. Иными словами, чем

тело тяжелее, тем быстрее оно падает. Только много веков спустя Галилео Галилей (1564-1642) сделал правильное утверждение: “если удалось бы полностью устранить сопротивление среды, то все тела двигались бы вниз с одинаковой скоростью.” В последние годы своей жизни Галилей написал трактат *Диалоги о двух новых науках*, в котором были детально описаны проведенные им исследования свойств движения.
На первый взгляд кажется, что утверждение Аристотеля о том, что более тяжелые тела падают быстрее, является правильным. В хорошо известной демонстрации с одинаковой высоты бросают одновременно шарик и листок бумаги- шарик достигает пола намного быстрее. Однако, если плотно несколько раз свернуть листок бумаги и затем повторить демонстрацию, то мы увидим, что шарик и бумага упадут на пол практически одновременно. В первом случае листок бумаги испытывает большее сопротивление со стороны воздуха, чем шарик, и поэтому бумага падает значительно медленнее. Во втором случае влияние сопротивления воздуха на свернутую бумагу уменьшается и становится практически таким же, как и для шарика, и она падает значительно быстрее. Конечно, чистый эксперимент состоит в том, чтобы бросать тела в вакууме. Даже в относительно невысоком вакууме можно увидеть, что легкое перышко и свинцовый шарик, который в тысячи раз тяжелее, падают практически одинаково. В 1971 году такой эксперимент на Луне (где нет воздуха) осуществил астронавт Давид Скотт. Он ронял одновременно перышко и геологический молоток и видел, что в пределах экспериментальной ошибки его наблюдений, эти тела достигали лунной поверхности одновременно.
Во времена Галилея, однако, не существовало ни эффективных способов получения частичного вакуума, ни приборов, позволяющих регистрировать время падения с достаточной для получения надежных данных точностью. Известная история о том, что Галилей бросал тела с Пизанской башни и наблюдал их одновременное падение, есть не более чем красивая легенда. При той высоте, которую имеет эта башня и тех телах, которые якобы использовал Галилей, легкие тела из-за сопротивления воздуха отставали бы от более тяжелых на несколько метров. Поэтому, если бы Галилей в действительности провел этот эксперимент, то он бы только подтвердил этим правоту Аристотеля. В действительности же Галилей изучал скатывание шаров с наклонной плоскости. Сначала он показал, что кинематика скатывающегося шара такая же как и кинематика свободно падающего шара. Наклонная плоскость нужна была только для того, чтобы уменьшить влияние гравитационного ускорения Земли, сделав движение более медленным, что облегчало проведение необходимых измерений. Кроме того, при более медленной скорости сопротивления воздуха не столь велико.
В своих экспериментах Галилей установил, что расстояния, проходимые телом за равные промежутки времени пропорциональны нечетным числам 1, 3, 5, 7,....и т. д. Таким образом, длина последовательных интервалов оказалась пропорциональна 1, 1+3 (=4), 1+3+5 (=9), 1+3+5+7 (=16)..... То есть эта длина оказалась пропорциональной квадрату целых чисел 1, 2, 3, 4,..... Но если проходимое расстояние пропорционально квадрату затраченного времени, то увеличение скорости прямо пропорционально этому времени- результат, который справедлив *только* в том случае, если ускорение *постоянно*. В итоге Галилей установил, что эти результаты выполняются независимо от массы шаров и поэтому, если перейти на современный язык, ускорение свободного падения не зависит от массы тела.

2-9 Измерение ускорения свободного падения (*факультатив*)

Измерение g является стандартным упражнением во вводной части лабораторного физического практикума. Проще всего это измерение можно провести, измеряя время свободного падения тела из состояния покоя с некоторой заранее известной высоты. Тогда g непосредственно определяется из уравнения (24). Даже при относительно грубых измерениях, которые нередко встречаются в студенческом практикуме, возможно получить результат с погрешностью порядка 1%. Лучший результат можно получить с помощью маятника, колеблющегося под действием силы тяжести Земли. Как будет показано в Главе 15, g можно найти, измеряя период колебаний маятника известной длины. Измерив время многих колебаний, можно с хорошей точностью вычислить период колебаний и получить в итоге g с точностью порядка 0.1%. Такая точность уже достаточна, чтобы наблюдать изменение g между уровнем моря и высокой горой (3 км), или между экватором и полюсами Земли.

В течение нескольких столетий маятник использовался для точного измерения g, при этом была достигнута точность порядка $10^{!6}$ достаточная для того, чтобы регистрировать изменения g между этажами жилого дома. Дальнейшее увеличение точности этого метода невозможно из-за неопределенности в точном поведении маятника в точке подвеса, из-за чего трудно определить длину маятника с высокой точностью. Недавно для увеличения точности измерения g снова вернулись к методу свободного падения. При этом, используя современные методы лазерной интерферометрии удалось повысить точность измерения g до 10^{-9}. Примерно на столько изменяется g при изменении высоты на 1 см. Такой прибор чувствует изменение g, вызванное присутствием человека на расстоянии 1 м от этого прибора!

Достижение такой точности является замечательным следствием тщательных экспериментальных методик. Например, чтобы устранить влияние сопротивления воздуха на свободное падение, падение тела должно происходить в вакууме. Однако, наилучший уровень вакуума, который достижим в лаборатории, недостаточен для получения точности 10^{-9}. Для того, чтобы уменьшить влияние небольших количеств газа, присутствующего даже в высоком вакууме, падающее тело помещается в откачанный до высокого вакуума ящик, который падает вместе с телом. Небольшое количество остаточного газа переносится падающим ящиком, и, поскольку газ падает вместе с телом, он не оказывает сопротивление свободному падению тела.

На Рис. 20 показан прибор для измерения ускорения свободного падения, разработанный д-ром Джеймсом Е. Фаллером (James E. Faller) и его коллегами в астрофизической лаборатории Объединенного Института в Боулдер, штат Колорадо. Падающий объект представляет собой уголковый отражатель, который, по сути дела, является угловой частью стеклянного куба, три взаимноперпендикулярные грани которого покрыты отражающей пленкой. Такой уголковый отражатель имеет то полезное свойство, что свет, падающий на него извне под любым углом, отражается назад точно параллельно падающему лучу. (Система таких отражателей была установлена на Луне астронавтами Апполона. Эта система использовалась для точного определения расстояния от Земли до Луны: лазерный луч, посланный с Земли, отражался назад и детектировался на Земле). Лазерный луч отражается от падающего объекта, и затем оба луча, падающий и отраженный интерферируют между собой, так что при падении тела получается характерная интерференционная картина с максимумами, где лучи взаимно усиливаются и минимумами, где они взаимно уничтожаются. Расстояние, которое проходит тело между двумя минимумами на интерференционной картине как раз равно длине волны света. Посчитав число таких минимумов, можно с точностью до долей длины волны измерить расстояние, которое пролетело падающее тело. При этом одновременно с помощью атомных часов измеряется время между появлением двух минимумов. Таким образом, расстояние и время измеряются одновременно. На Рис. 21 показана фотография этого замечательного прибора.

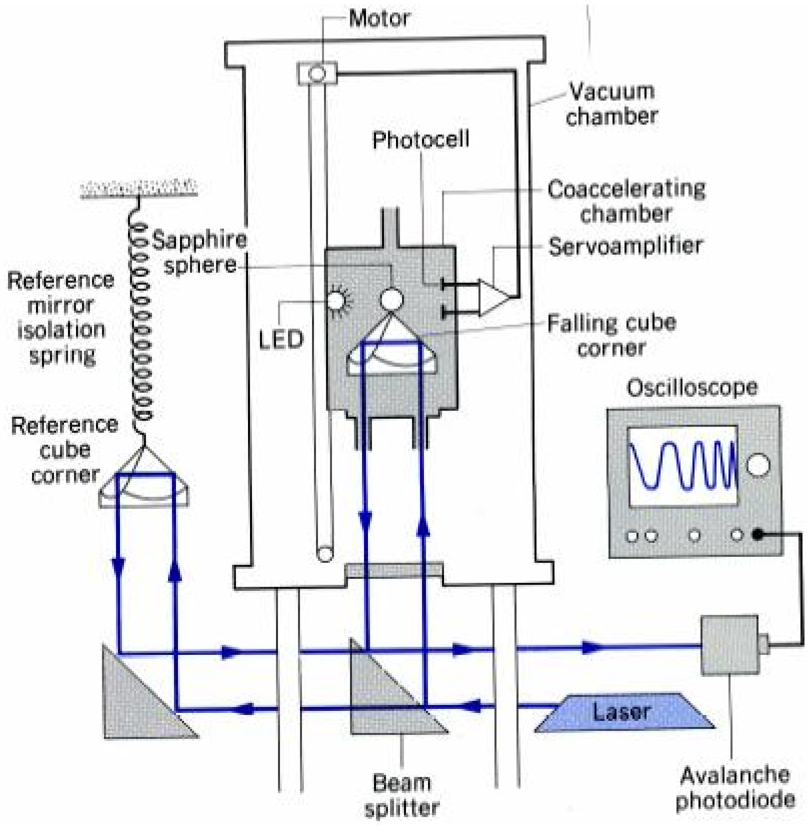


Рис. 20. Схема прибора для измерения ускорения свободного падения. Осциллограф записывает интерференционную кривую, возникающую от интерференции двух лазерных лучей- одного, отраженного от неподвижного референтного уголкового отражателя и другого, отраженного от падающего уголкового отражателя. Падающий уголковый отражатель закреплен в специальной камере, которая управляется мотором и падает с тем же ускорением, что и уголковый отражатель. Подробное описание этого прибора и обсуждение измерений можно прочесть в статье “Баллистические методы измерения g”, J. E. Faller, I. Marson, Metrologia, v.25 (1988) p. 49.

Создание более точного гравиметра имеет важное практическое значение. Изучение изменения g на поверхности Земли может помочь в поисках месторождений нефти и руды (см. Рис. 5 в Гл. 16). Изменения в Земной коре можно наблюдать по их влиянию на g, что позволяет следить за перемещениями подземных тектонических плит и сейсмической активностью. Небольшие изменения g вдоль поверхности Земли могут влиять на орбиты спутников и траектории баллистических ракет. С точки зрения фундаментальной науки точные измерения g являются необходимыми тестами для нашего понимания теории гравитации, родоначальником которой более трех столетий назад был Исаак Ньютон.

Вопросы

1. Может ли скорость частицы быть отрицательной? Если да, приведите пример. Если нет, объясните почему.
2. Каждую секунду кролик перемещается на половину оставшегося расстояния от его носа до головки морковки. Достигнет ли кролик когда-нибудь морковки? Чему равно предельное значение скорости кролика? Нарисуйте графики зависимости скорости и положения кролика в от времени.
3. *Средняя скорость* может означать величину усредненной скорости. Другое, более общепринятое определение состоит в том, что средняя скорость равна всему пройденному пути, деленному на затраченное для его прохождения время. Одинаковы ли эти определения? Приведите пример в поддержку своей точки зрения.

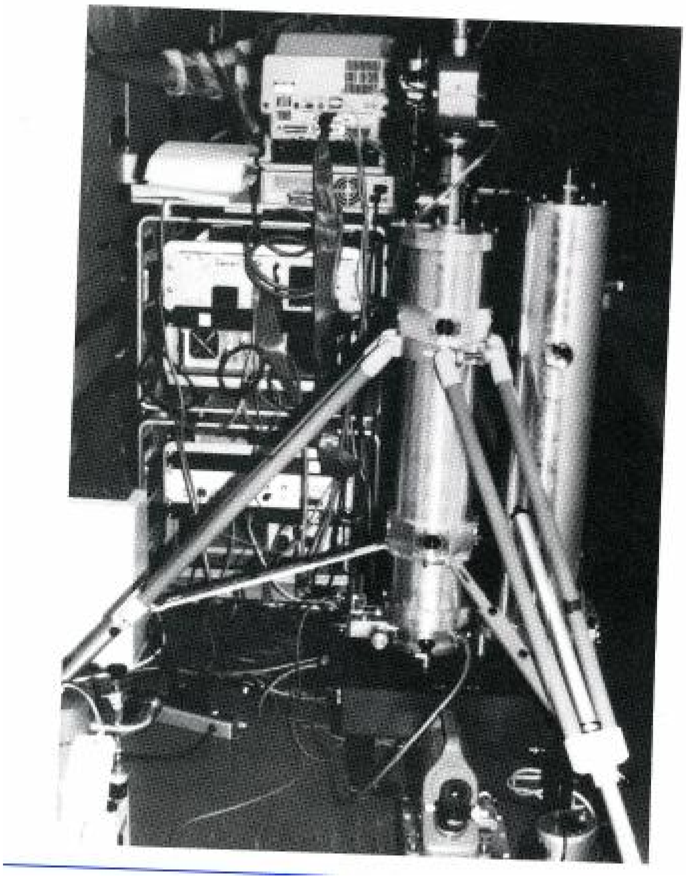


Рис. 21. Фотография прибора, показанного на Рис. 20. Прибор является легко переносимым, что позволяет измерять g в произвольных местах.

4. Гоночный автомобиль в двухкруговом заезде проходит первый круг со средней скоростью 120 км/час. Водитель хочет во втором круге увеличить скорость так, чтобы средняя скорость за два круга была 240 км/час. Покажите, что это невозможно.
5. В 100 метровом забеге Боб опередил Юдит на 10 м. Боб хочет повторить забег, и, чтобы дать Юдит одинаковые шансы он соглашается начать забег в 10-ти метрах от стартовой линии. Даст ли это в действительности Юдит одинаковые шансы?
6. Если скорость постоянна, то может ли средняя скорость за любой промежуток времени отличаться от мгновенной скорости в любой момент времени? Если да, приведите пример. Если нет, объясните почему.
7. Может ли средняя скорость частицы, двигающейся по оси x, быть равной $\frac{1}{2}(v_0 + v)$, если ускорение на разных участках пути разное, но постоянное в пределах каждого участка?
8. Соответствует ли скорость, которую показывает автомобильный спидометр, нашему определению скорости?
9. (а) Может ли тело иметь нулевую скорость и отличное от нуля ускорение? (б) Может ли тело иметь постоянную скорость, которая, тем не менее, меняется? Для каждого случая приведите пример, если ваш ответ положительный; если ваш ответ отрицательный, объясните почему.
10. Может ли скорость тела изменить направление на противоположное при постоянном ускорении? Если да, приведите пример. Если нет, объясните почему.
11. На Рис. 30 показан полковник John P. Stapp в тормозящем болиде с ракетным двигателем (см. Задачу 34). Объясните почему тело полковника можно считать акселерометром, но не спидометром? Можете ли вы определить направление ускорения на основе этого рисунка?
12. Может ли тело увеличивать свою скорость, тогда как его ускорение уменьшается? Если да, приведите пример. Если нет, объясните почему.

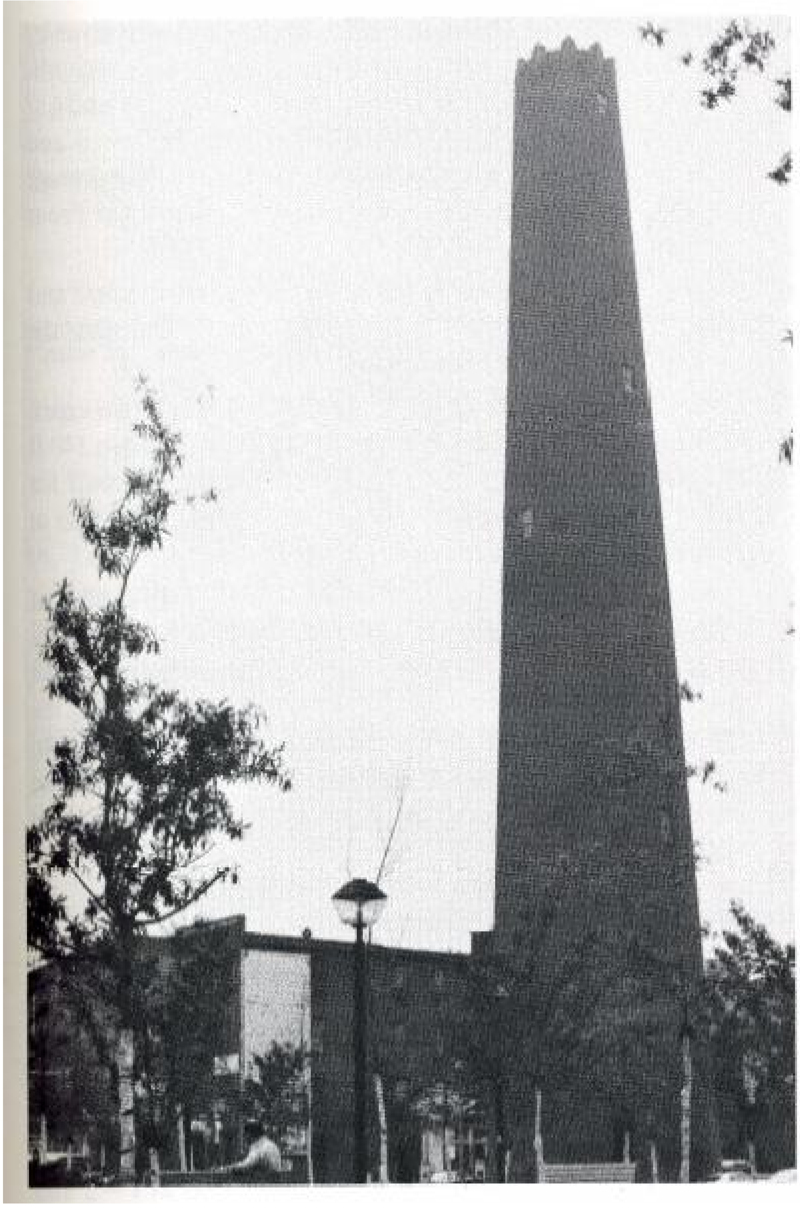


Рис. 22. К вопросу 15.

13. Какие из приведенных ниже утверждений неверны? (а) Скорость тела и его ускорение направлены на восток; (б) скорость тела направлена на восток, а его ускорение- на запад; (в) скорость тела равна нулю, но его ускорение не равно нулю; (г) ускорение тела постоянно, а его скорость переменна; (д) скорость тела постоянна, а его ускорение переменно.
14. Приведите примеры падающих тел, когда необходимо учитывать сопротивление воздуха.
15. На Рис. 22 показана невысокая башня в Балтиморе, штат Мэриленд. Она была построена в 1829 году, и ее использовали для производства свинцовой дроби, для чего расплавленный свинец лили в решето, установленное в верхней части башни. Дробинки затвердевали, попадая в бак с водой, который находился внизу, ниже решета на 230 футов. В чем заключается преимущество производства дроби таким образом?
16. Человек, стоящий на краю обрыва, бросает мяч вверх с некоторой начальной скоростью v_0, после чего бросает прямо вниз другой мяч с той же начальной скоростью. Какой из этих мячей будет иметь большую скорость при ударе о землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.
17. Какое ускорение испытывает снаряд сброшенный с ракеты, подымающейся вверх с ускорением 9.8 м/с^2?

18. В начальный момент времени ($t=0$) из начала координат ($x_0=0$) частица начинает движение из состояния покоя ($v_0=0$). Если ускорение частицы постоянно, то из уравнения (19) следует, что она достигнет точки x в два разных момента времени $+\sqrt{2x/a}$ и $-\sqrt{2x/a}$. Какой смысл отрицательного корня этого квадратного уравнения?
19. На некоторой планете ускорение свободного падения в два раза меньше, чем на Земле. Чему равно отношение времен падения тела с одной и той же высоты на Земле и на планете?
20. На некоторой планете ускорение свободного падения в два раза больше, чем на Земле,. Чему равно отношение высот, на которые поднимется камень, брошенный вертикально вверх на Земле и на планете с одинаковой начальной скоростью? Как изменится результат, если начальную скорость камня удвоить?
21. Мяч бросают вертикально вверх. Если учитывать сопротивление воздуха, то время подъема мяча будет больше или меньше времени его падения? Ответ обоснуйте.
22. Нарисуйте качественный график зависимости скорости v от времени t для падающего тела в двух случаях: а) учитывая сопротивление воздуха; б) не учитывая сопротивление воздуха.
23. В шахту лифта бросают второй мяч через 1 с после того, как бросили первый мяч. Пренебрегая сопротивлением воздуха, ответьте качественно на следующие вопросы: (а) Как меняется расстояние между мячами вовремя падения? (б) Как меняется отношение скоростей v_1/v_2, где v_1 скорость первого мяча, v_2- скорость второго мяча?
24. В шахту лифта бросают второй мяч через 1 с после того, как бросили первый мяч. Учитывая сопротивление воздуха, ответьте качественно на следующие вопросы: (а) Как меняется расстояние между мячами вовремя падения? (б) Как меняется отношение скоростей v_1/v_2, где v_1 скорость первого мяча, v_2- скорость второго мяча?
25. Согласно Аристотелю более тяжелый камень M должен падать быстрее более легкого камня m. Галилей попытался показать, что утверждение Аристотеля логически противоречиво посредством следующего рассуждения. Свяжем вместе два камня, получив один большой камень. Тогда при падении такого камня камень m должен тормозить M и, таким образом эта связка будет падать быстрее, чем m, но медленнее M. Но согласно Аристотелю камень M+m тяжелее M, и, следовательно, он должен падать быстрее M. Если считать аргументы Галилея верными, то можно ли отсюда заключить, что оба тела M и m должны падать с одинаковой скоростью? Почему в этом случае надо провести эксперимент? Если вы считаете аргументы Галилея неверными, объясните почему.
26. Как изменяются кинематические уравнения (см. Табл. 2) при обращении времени, то есть, при замене t на –t?
27. Следует ожидать, что настоящие правильные соотношения (такие как в Табл. 2) должны быть справедливы независимо от выбора системы координат. Потребовав, кроме того, чтобы эти уравнения были согласованы по размерности, мы можем быть уверенны, что уравнения справедливы независимо от выбранной системы единиц. Но в таком случае зачем вообще нужны системы единиц или системы координат?

Задачи

Раздел 2-3 Средняя скорость

1. Какое расстояние проезжает ваш автомобиль, скорость которого равна 88 км/час, за ту секунду, что вы потратили, чтобы взглянуть на аварию на другой стороне дороги?

2. Игрок в бейсбол бросает мяч с горизонтальной скоростью 160 км/час, как показывает радарная пушка. Через какое время мяч достигнет ворот, находящиеся от него на расстоянии 18.4 м?
3. На Рис. 23 показана зависимость между возрастом (в миллионах лет) древней осадочной породы и расстоянием (в километрах) этой породы от гребня подводной горы. Осадочная порода выдавливалась из этого гребня и двигалась от него с приблизительно постоянной скоростью. Найдите скорость в сантиметрах в год, с которой эта порода удалялась от гребня.

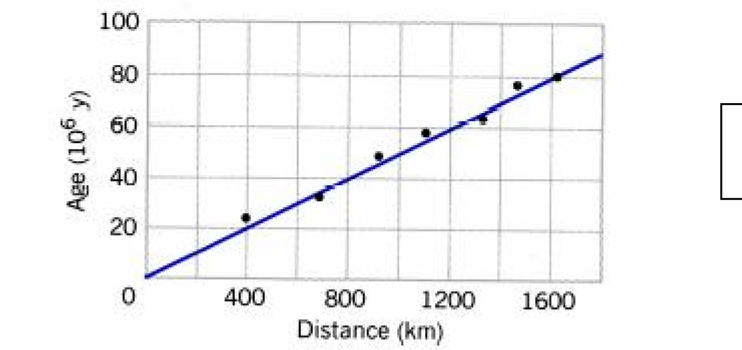


Рис. 23. К задаче 3.

4. Карл Льюис пробегает 100 м примерно за 10 с. Марафонец Билл Роджерс пробегает марафонскую дистанцию (26 миль, 385 ярдов) за 2 часа 10 минут. (а)Чему равна их средняя скорость? (б) Если бы карл Льюис мог пробежать со своей спринтерской скоростью весь марафонский участок, то через какое время он бы финишировал?
5. В течение многих месяцев один известный физик ежедневно летал из Бостона, штат Массачусетс, в Женеву, Швейцария, и обратно. Расстояние между этими городами составляет 4000 миль. Чему равна средняя скорость этого физика за все это время? Не является ли для вас странным, что для ответа на этот вопрос вам не нужно знать скорость самолета?
6. Максимально разрешенную скорость движения по автостраде Нью-Йорк-Буффало увеличили с 55 миль/час (88.5 км/час) до 65 миль/час (104.6 км/час). Какое время можно при этом сэкономить, если расстояние между этими городами 435 миль (700 км)?
7. Вы двигаетесь на автомобиле по федеральной автостраде № 10 Сан Антонио-Хьюстон так, что первую половину *времени* вы двигаетесь со скоростью 35 миль/час (56.3 км/час), а вторую половину времени со скоростью 55 миль/час (88.5 км/час). На обратном пути первую половину *пути* вы двигаетесь со скоростью35 миль/час (56.3 км/час), а вторую половину пути со скоростью 55 миль/час (88.5 км/час). Чему равна средняя скорость (а) от Сан Антонио до Хьюстона? (б) от Хьюстона до Сан Антонио? (в) за весь путь?
8. Реактивный самолет, чтобы не быть обнаруженным радарами противника, летит на высоте 35 м со скоростью 1300 км/час. Неожиданно на пути самолета рельеф начинает подъем под небольшим углом в 4.3° (см. Рис. 24). Сколько времени есть у пилота, чтобы скорректировать движение самолета, чтобы избежать столкновения с Землей?

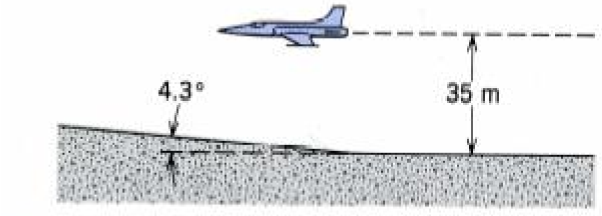


Рис. 24. К задаче 8

9. Положение тела, двигающегося по прямой, задано уравнением $x=3t-4t^2+t^3$, где x в метрах, t в секундах. (а) Найдите положение тела в моменты времени t=0, 1, 2, 3 и 4 с. (б) Чему равно смещение тела между t=0 и t=2 с? (в) Чему равно смещение тела

между t=0 и t=4 с? (г) Чему равна средняя скорость на интервале от t=2 до t=4 с? (д) Чему равна средняя скорость на интервале от t=0 до t=3 с?

10. Автомобиль въезжает на холм со скоростью 40 км/час и съезжает с холма со скоростью 60 км/час. Вычислите среднюю скорость автомобиля за это время.
11. Вычислите свою среднюю скорость в следующих двух случаях. (а) Вы проходите пешком 240 футов со скоростью 4.0 фт/с, затем вы пробегаете следующие 240 футов по прямой со скоростью 10 фт/с. (б) Вы идете пешком 1 мин со скоростью 4.0 фт/с и затем следующую минуту вы бежите по прямой со скоростью 10 фт/с.
12. Два поезда двигаются навстречу друг другу по одному пути со скоростью 34 км/час каждый. Когда между поездами расстояние составляет 102 км, с головного вагона первого поезда взлетает птица, которая со скоростью 58 км/час летит навстречу второму поезду. Достигнув второго поезда, птица поворачивает назад и с той же скоростью летит навстречу первому поезду, и так далее. (а) Сколько таких перелетов совершит птица, прежде чем эти поезда столкнутся? (б) Какой полный путь пролетит за это время птица?

Раздел 2-4 Мгновенная скорость

13. Положение частицы двигающейся по оси x дается уравнением $x=9.75+1.50t^3$, где x в см, t в секундах. На временном интервале от t=2 с до t=3 с вычислить: (а) среднюю скорость; (б) мгновенную скорость при t=2 с; (в) мгновенную скорость при t=3 с; (г) мгновенную скорость при t=2.5 с; (д) мгновенную скорость в момент, когда частица находится ровно в середине рассматриваемого интервала.
14. Какой путь пробежит спортсмен, график зависимости скорость-время которого показан на Рис. 25?

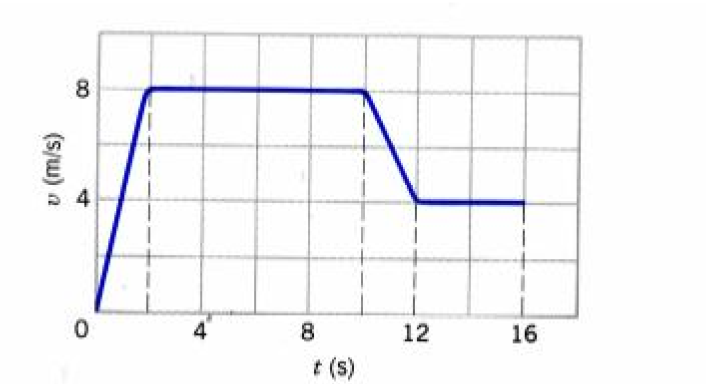


Рис. 25. К задачам 14 и 15

Раздел 2-5 Движение с ускорением

15. Чему равно ускорение спортсмена из задачи 14 при t=11 с?
16. Частица двигалась со скоростью 18 м/с в +x направлении. Через 2.4 с ее скорость была 30 м/с в противоположном направлении. Чему равно среднее ускорение частицы за этот интервал в 2.4 с?
17. Прямолинейное движение тела описывается зависимостью скорость-время, показанной на Рис. 26. Нарисуйте зависимость ускорения от времени для этого тела.

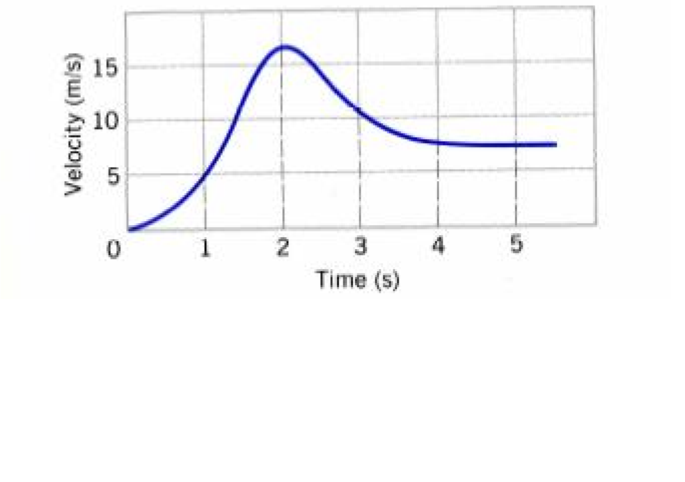


Рис. 26. К задаче 17

18. Прямолинейное движение тела описывается зависимостью x(t), показанной на Рис. 27а. (а) Для каждого из интервалов OA, AB, BC, CD укажите знак скорости v (+, – или 0) и знак ускорения *a* (+, – или 0). (б) Имеется ли на этой кривой участок, где ускорение непостоянно? (Поведением вблизи конечных точек интервала можно пренебречь).

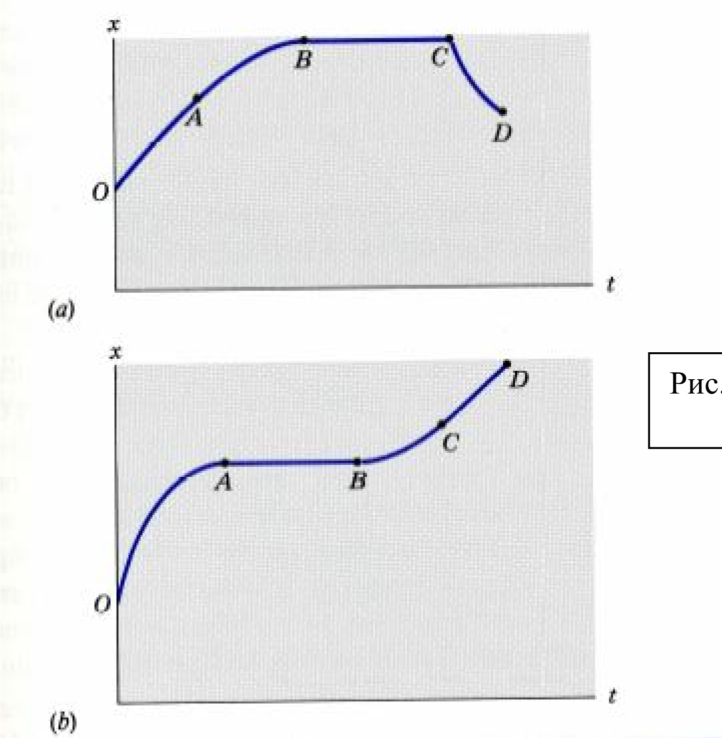


Рис. 27. (а) К задаче 18, (b) К задаче 19

19. Ответьте на вопросы задачи 18 для кривой, изображенной на Рис. 27б.
20. На Рис. 28 показана зависимость смещения от времени для частицы движущейся вдоль оси x. Нарисуйте качественные зависимости скорости от времени и ускорения от времени для этого движения.

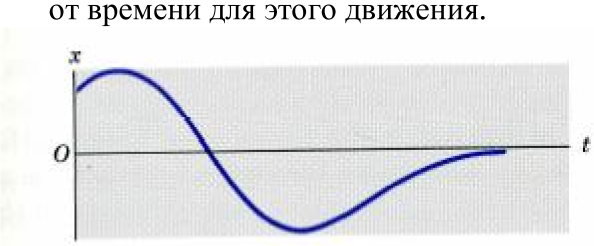


Рис. 28. К задаче 20

21. Для каждой из перечисленных ниже ситуаций нарисуйте качественно возможный вид зависимости положения от времени для частицы, двигающейся вдоль оси x. При t=1 с частица имеет (а) нулевую скорость и положительное ускорение; (б) нулевую скорость и отрицательное ускорение; (в) отрицательную скорость и положительное ускорение; (г) отрицательную скорость и отрицательное ускорение; (д) для какой из этих ситуаций скорость частицы увеличивается при t=1 с?
22. Положение частицы двигающейся по оси x дается уравнением $x=50t+10t^2$, где x в метрах, t в секундах. Найдите (а) среднюю скорость и среднее ускорение на временном интервале от t=1 с до t=2 с; (б) мгновенную скорость и мгновенное ускорение на временном интервале от t=1 с до t=2 с; (в) в каждом случае сравните средние и мгновенные величины и объясните почему одно больше другого.
23. Положение частицы двигающейся по оси x дается уравнением $x=2t^3$, где x в см, t в секундах. Найдите (а) среднюю скорость частицы за первые 3 секунды ее движения; (б) мгновенную скорость частицы в момент t=3 с; (в) мгновенное ускорение частицы в момент t=3 с.
24. Человек неподвижно стоит от t=0 до t=5 мин. Затем от t=5 мин до t=10 мин он идет по прямой линии с постоянной скоростью 2.2 м/с. Чему равны средняя скорость и

среднее ускорение человека в интервалах: (а) от 2 мин до8 мин; (б) от 3 мин до 9 мин?

25. Частица, двигающаяся в положительном направлении оси x имеет следующие положения в разные моменты времени:

x (см)	0.080	0.050	0.040	0.050	0.080	0.13	0.20
t (с)	0	1	2	3	4	5	6

(а) нарисуйте зависимость смещения (не положения) от времени. (б) найдите среднюю скорость частицы в интервалах 0-1 с, 0-2 с, 0-3 с, 0-4 с. (в) найдите наклон кривой, которую вы нарисовали в п. (а), в моменты времени t=0, 1, 2, 3, 4, 5 с. (г) нарисуйте график наклона (в каких единицах?) от времени. (д) Из графика, нарисованного в предыдущем пункте, определите ускорение частицы в моменты t= 2, 3, 4 с.

26. Положение частицы на оси x описывается уравнением $x=At^2-Bt^3$, где x выражено в метрах, t в секундах. (а) Каковы размерности в СИ величин A и B? Пусть далее их численные значения в системе СИ будут 3 и 1, соответственно. (б) в какой момент времени частица достигнет максимального положительного значения x? (в) Чему равен полный путь, который частица пройдет за первые 4 с? (г) чему равна скорость частицы в конце каждой из первых четырех секунд. (д) чему равно ускорение частицы в конце каждой из первых четырех секунд. (е) чему равна средняя скорость за интервал времени от t=2 с до t=4 с?

27. Электрон, начальная скорость которого равна нулю, получает ускорение, линейно зависящее от времени $a=kt$, где k=1.50 м/с^3. (а) Нарисуйте график зависимости $a(t)$ для первых 10-ти секунд. (б) пользуясь графиком п. (а) нарисуйте зависимость v(t) и оцените скорость электрона через 5 с после начала движения. (в) Пользуясь графиком v(t), нарисуйте зависимость x(t) и оцените какое расстояние прошел электрон за первые 5 с.

28. В компьютерной игре от левого края монитора к его правому краю движется световой зайчик по закону $x=9.00t-0.750t^3$. Когда зайчик достигает края монитора при x=0 или x=15 см, он пропадает с экрана и появляется на другом конце снова. (а) В какой момент после начала движения зайчик оказывается в состоянии мгновенного покоя? (б) В каком месте экрана это происходит? (в) Чему равно его ускорение в этот момент времени? (г) В каком направлении движется зайчик непосредственно после состояния мгновенного покоя? (д) В какой момент времени зайчик пропадает с экрана?

Раздел 2-6 Движение с постоянным ускорением

29. Для того, чтобы взлететь аэробус должен набрать скорость 360 км/час (=224 миль/час). Считая ускорение постоянным и приняв длину взлетной полосы 1.8 км (=1.1 мили), найти минимальное ускорение аэробуса при взлете.
30. В свободном пространстве ракета движется с постоянным ускорением, равным 9.8 м/с^2. (а) сколько времени потребуется, чтобы из состояния покоя ракета достигла скорости равной 0.1 скорости света? (б) какое расстояние пройдет при этом ракета? (Скорость света принять равной 3×10^8 м/с).
31. При охоте за своей жертвой голова гремучей змеи может иметь ускорение 50 м/с^2. Если бы такое же ускорение имел автомобиль, то за какое время он бы достиг из состояния покоя скорости в 100 км/час?
32. Мюон (элементарная частица) влетает со скоростью 5.20×10^6 м/с в область, где имеется электрическое поле, направленное таким образом, что мюон испытывает

ускорение 1.30×10^{14} м/с^2, направленное против начальной скорости мюона. Какое расстояние пролетит мюон до остановки?

33. Электрон с начальной скоростью $v_0=1.5\times10^5$ м/с попадает в область длиной 1.2 см, в которой он ускоряется электрическим полем (см. Рис. 29). Из этой области он вылетает со скоростью $v=5.8\times10^6$ м/с. Считая ускорение постоянным, найти чему оно равно. (Такой процесс имеет место в электронной пушке катодной трубки телевизора).

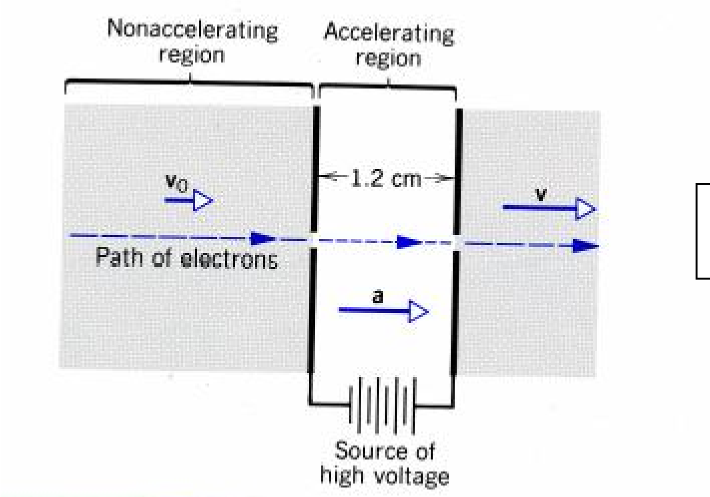


Рис. 29. К задаче 33

34. 19-го марта 1954 г. полковник John P. Stapp установил мировой рекорд наземной скорости в 1020 км/час на аэросанях с ракетным двигателем. При остановке время торможения саней составило 1.4 с. (см. Рис. 30). Какое ускорение испытал полковник? Ответ выразите в единицах ускорения свободного падения g (=9.8 м/с^2). (тело испытателя играет роль акселерометра, а не спидометра).

Рис. 30. К задаче 34

35. Тормоза вашего автомобиля создают тормозящее ускорение 5 м/с^2. Двигаясь со скоростью 140 км/час, вы неожиданно заметили дорожного полицейского. Сколько времени вам понадобится, чтобы снизить скорость автомобиля до 90 км/час?
36. На сухой дороге автомобиль с хорошими покрышками может тормозить с ускорением 4.92 м/с^2. Двигаясь со скоростью 90 км/час, вы начали торможение. (а) Через какое время автомобиль остановится? (б) Какое расстояние проедет автомобиль до остановки?
37. Стрелой выстреливают вертикально вверх. На землю стрела падает со скоростью 80 м/с и проникает в землю на 25 см. Найти: (а) ускорение (считая его постоянным), которое действует на стрелу в земле; (б) время, в течение которого стрела остановится.
38. Предположим вас пригласили в качестве эксперта по поводу дорожного инцидента. Вопрос состоит в том, превысил ли водитель разрешенную скорость в 50 км/час,

если тормозной путь равен 6 м. Дорожный полицейский посчитал, что тормозящее ускорение автомобиля не может быть больше ускорения свободного падения (9.8 м/с^2) и не оштрафовал водителя. Прав ли полицейский?

39. Поезд начинает двигаться из состояния покоя с постоянным ускорением. В некоторый момент времени его скорость составила 33.0 м/с, а через 160 м скорость поезда составила 54.0 м/с. Вычислите: (а) ускорение; (б) время, за которое поезд прошел 160 м; (в) время, за которое поезд достиг скорости 33.0 м/с;(г) расстояние, которое поезд прошел до достижения скорости 33.0 м/с.
40. Автомобиль, двигающийся со постоянным ускорением проходит отрезок пути длиной 58.0 м за 6.20 с.В конечной точке этого отрезка скорость автомобиля равна 15.0 м/с. (а) Чему равна скорость автомобиля в начальной точке отрезка? (б) Чему равно ускорение автомобиля? (в) На каком расстоянии от первой точки стартовал автомобиль?
41. Расстояние между двумя станциями метро равно 1.10 км. Двигаясь между этими станциями, поезд первую половину пути проходит с ускорением 1.20 м/с^2, а вторую половину пути замедляется с таким же ускорением. Найти: (а) время, за которое поезд пройдет расстояние между станциями; (б) максимальную скорость поезда на этом участке.
42. Длина пути, который проходит кабина лифта в высотном здании равна 200 м. Ее максимальная скорость равна 300 м/мин и ее ускорение (постоянное) равно 1.2 м/с^2. Найти: (а) путь, который пройдет кабина из состояния покоя до достижения максимальной скорости; (б) Сколько времени занимает подъем кабины на верхний этаж здания?

Рис. 31. К задаче 42

43. При торможении машины, когда водитель до отказа нажимает на тормоза, тормозной путь является суммой двух слагаемых. Первое слагаемое- это “длина пути реакции” равного произведению начальной скорости автомобиля на время реакции водителя. Второе слагаемое- это собственно тормозной путь, который машина проходит в процессе торможения. Характерные значения этих величин приведены в нижеследующей таблице.

Начальная скорость, м/с	Путь реакции, м	Тормозной путь, м	Суммарный путь, м
10	7.5	5.0	12.5
20	15	20	35
30	22.5	45	67.5

(а) Чему равно время реакции водителя? (б) Чему будет равен полный тормозной путь, если начальная скорость автомобиля равна 25 м/с?

44. На отрезке автострады, на котором разрешенная скорость составляет 90 км/час, размещены на расстоянии 110 м друг от друга два датчика скорости. Двигаясь со скоростью 120 км/час, водитель увидел полицейскую машину и начал тормозить в момент, когда сработал первый датчик. С каким тормозящим ускорением должен двигаться автомобиль до второго датчика, чтобы его средняя скорость на этом отрезке была равна разрешенной?

45. В момент, когда загорается зеленый свет, автомобиль начинает движение с постоянным ускорением 2.2 м/с^2. В этот момент его обгоняет грузовик, двигающийся с постоянной скоростью 9.5 м/с. (а) На каком расстоянии от светофора автомобиль обгонит грузовик? (б) Чему будет равна скорость автомобиля в этот момент времени? (Полезно начертить качественный график зависимости x(t) для каждой машины).

46. Машинист поезда, двигающегося со скоростью V_1, видит перед собой грузовой состав, двигающийся со скоростью $V_2<V_1$ по тому же пути. Машинист начинает тормозить, сообщая поезду отрицательное ускорение a. Покажите, что если $d>(V_1–V_2)^2/2a$, то столкновения не будет и если $d<(V_1–V_2)^2/2a$, то столкновения не избежать. (Полезно нарисовать качественный график зависимости x(t) для каждого поезда).

47. Водитель автомобиля, двигающегося со скоростью 56 км/час, нажал на тормоза всего за 34 м до препятствия. Через 4 секунды автомобиль столкнулся с препятствием. Найти: а) ускорение автомобиля до столкновения, предполагая его постоянным; б) скорость автомобиля непосредственно перед столкновением.

48. Спринтер на дистанции 100 м ускоряется из положения покоя до максимальной скорости с ускорением 2.80 м/с^2. и бежит с этой максимальной скоростью до конца дистанции, затратив 12.2 с. Найти: а) сколько времени спринтер бежал с ускорением? б) какое расстояние пробежал он за это время?

49. В шоферском справочнике утверждается, что тормозной путь автомобиля с хорошими тормозами на скорости 80 км/час составляет 55 м. При скорости 50 км/час тормозной путь составляет 24 м. Предположим, что время реакции водителя, в течение которого ускорение равно нулю, и ускорение после нажатия на тормоза одни и те же в обоих случаях. Вычислить: а) время реакции водителя; б) ускорение.

Раздел 2-7 Свободно падающие тела

50. Дождевые капли падают из облака, находящегося на высоте 1700 м. Какую скорость имели бы капли у поверхности земли, если бы они не замедлялись вследствие сопротивления воздуха? Насколько безопасно было бы находиться под дождем в этом случае?

51. Трос, удерживающий строительный лифт на высоте 120 м, неожиданно обрывается. Найти: а) скорость, с которой лифт ударится о землю; б) время падения; в) скорость лифта на высоте 60 м; г) время, через которое лифт достигнет 60-метровой отметки.

52. Гаечный ключ, неосторожно оброненный строительным рабочим, ударяется об землю со скоростью 24.0 м/с. а) с какой высоты падал ключ? б) сколько времени он падал?

53. а) с какой скоростью надо бросить мяч вертикально вверх, чтобы он достиг максимальной высоты 53.7 м? б) сколько времени мяч будет находиться в воздухе?

54. Камень сорвался со 100 метровой скалы. Сколько времени он будет падать а) первые 50 м? б) вторые 50 м?

55. Космонавты высадились на одной из планет нашей солнечной системы. Они заметили, что небольшой камень, брошенный вертикально вверх со скоростью 14.6 м/с, ударился об землю через 7.72 с. На какой планете были космонавты? (Воспользуйтесь соответствующими справочными данными).

56. Мяч бросают вертикально вниз с начальной скоростью 20 м/с с высоты 58.8 м. а) с какой скоростью мяч ударится об землю? б) сколько времени мяч будет в полете? в) каковы будут ответы на предыдущие два вопроса если бросить мяч вертикально вверх с той же высоты и стой же начальной скоростью?

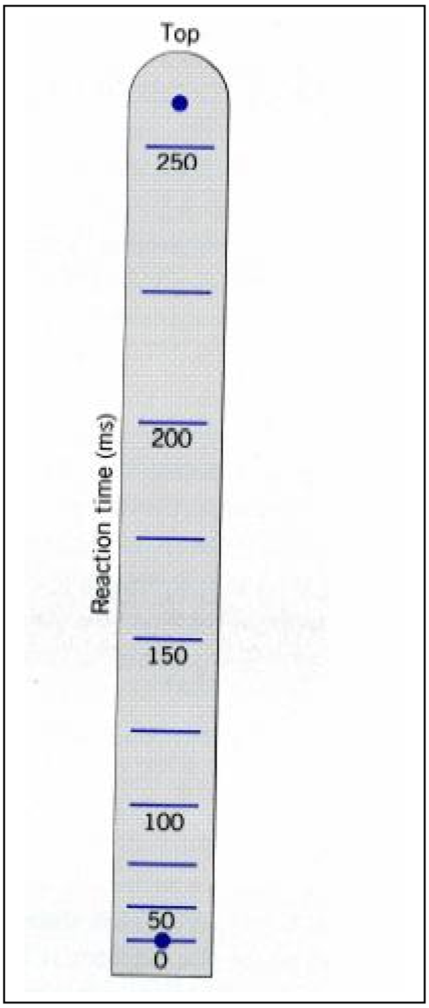


Рис. 32. К задаче 57

57. На Рис. 32 показан простой прибор для измерения времени вашей реакции. Он представляет из себя деревянную линейку с нанесенной шкалой и двумя жирными точками. Ваш товарищ держит эту линейку кончиками большого и указательного пальцев за верхнюю точку, а вы располагаете указательный и большой палец у нижней точки, не касаясь линейки. Как только вы видите, что ваш друг отпускает линейку, вы пытаетесь тут же поймать ее пальцами. Отметка, на которой ваши пальцы схватят линейку, и будет показывать ваше время реакции. На каком расстоянии от нижней точки надо поместить отметки, соответствующие 50, 100, 200 и 250 мс?

58. Мяч, брошенный вертикально вверх, через 2.25 с оказывается на высоте 36.8 м. (а) Чему равна начальная скорость мяча? (б) Чему равна его скорость на этой высоте? (в) Какой высоты достигнет мяч?

59. Стоя на мосту и размышляя об Исааке Ньютоне, некто бросает через ограждение яблоко, которое падает как раз перед едущим внизу грузовиком. Если скорость грузовика равна 55 км/час и его длина составляет 12 м, то какова должна быть высота ограждения (по отношению к

грузовику), чтобы брошенное яблоко попало в задний конец грузовика?

60. Ракета, запущенная вертикально вверх, поднимается с постоянным ускорением 20 м/с^2 в течение 1.0 мин. За это время ее топливо полностью выгорает и далее ракета двигается как свободно летящее тело. (а) На какую максимальную высоту поднимется ракета? (б) Через какое время после запуска ракета упадет на землю? (зависимостью g от высоты пренебречь).

61. Перед тем как забросить мяч в корзину, баскетболист подпрыгивает на высоту 76 см. Какое время баскетболист находится (а) на верхних 15 см этой высоты? (б) на нижних 15 см? Можно ли объяснить, почему кажется, что баскетболист зависает в воздухе в верхней точке своего прыжка? (см. Рис. 33).

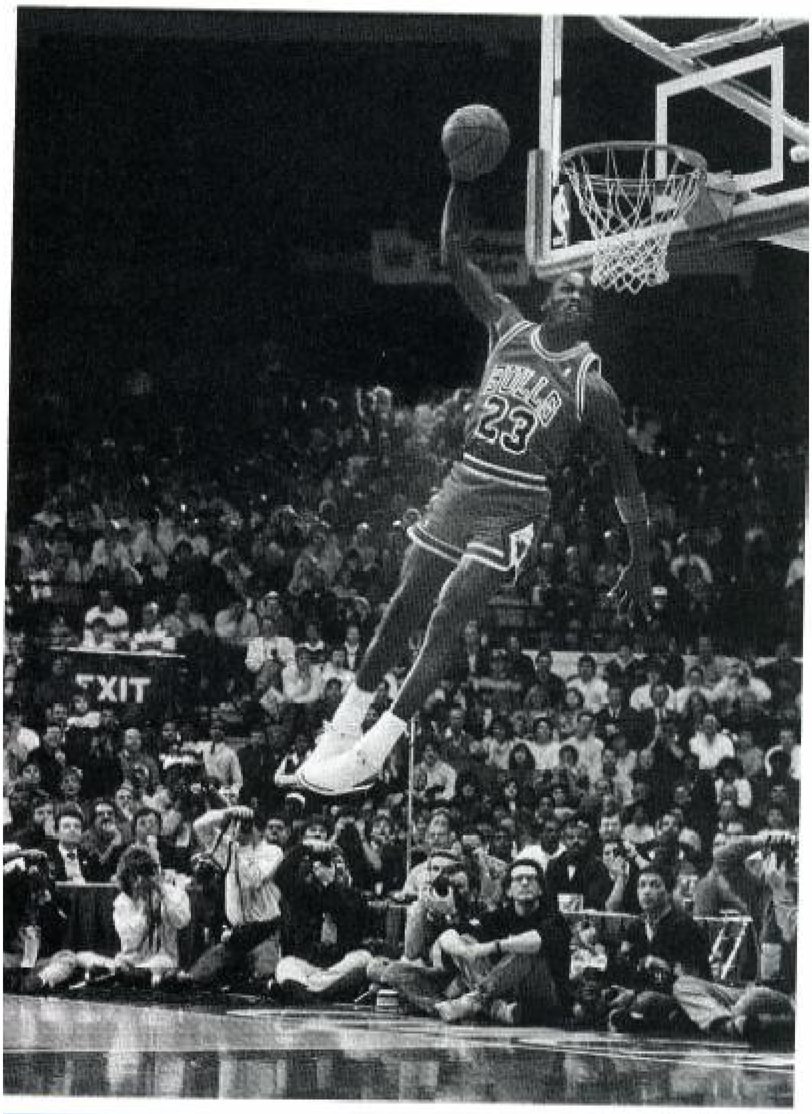


Рис. 33. К задаче 61

62. Камень брошен вертикально вверх. На своем пути он проходит точку А со скоростью v, а точку В, находящуюся на 3.00 м выше точки А, со скоростью v/2. Вычислить: (а) скорость v; (б) максимальную высоту, на которую поднимется камень относительно точки В.

63. Капли воды стекают из горлышка душевого крана на пол, расстояние до которого от горлышка составляет 2.00 м. Капли падают на пол через одинаковые интервалы времени. В момент, когда первая капля достигает пола, четвертая капля начинает падать. Определите расстояние до пола каждой падающей капли в момент, когда очередная капля достигает пола.

64. В исследовательском центре НАСА имени Льюиса имеется установка для исследования поведения тел в невесомости. Эта установка представляет собой вертикальную шахту высотой 145 м, из которой выкачан воздух. В одном из экспериментов в эту шахту бросают сферический шар диаметром 1 м, в котором находится экспериментальное оборудование. (а) Сколько времени шар будет находиться в свободном падении? (б) Чему будет равна скорость шара в нижней части шахты? (в) В нижней части шахты при замедлении свой скорости до нуля шар испытывает среднее ускорение в 25g. Какое при этом расстояние проходит шар до остановки?

65. Мяч, брошенный с высоты 2.2 м, подскакивает на высоту 1.9 м над полом. Считая, что мяч находился с полом в контакте 96 мс, определите среднее ускорение (величину и направление) мяча в течение этого времени.

66. Человек падает с крыши дома с высоты 44 м на металлический гараж, крыша которого смялась на глубину 50 см. Человек не получил при этом серьезных повреждений. Какое ускорение (считая его постоянным) испытал человек при столкновении с гаражом? Выразите ответ в единицах g.

67. Во время падения без начальной скорости тело пролетает половину своего пути в течение последней секунды своего падения. Найти: (а) время падения; (б) высоту, с которой падало тело. Объясните физически неприемлемое решение квадратного уравнения для времени.

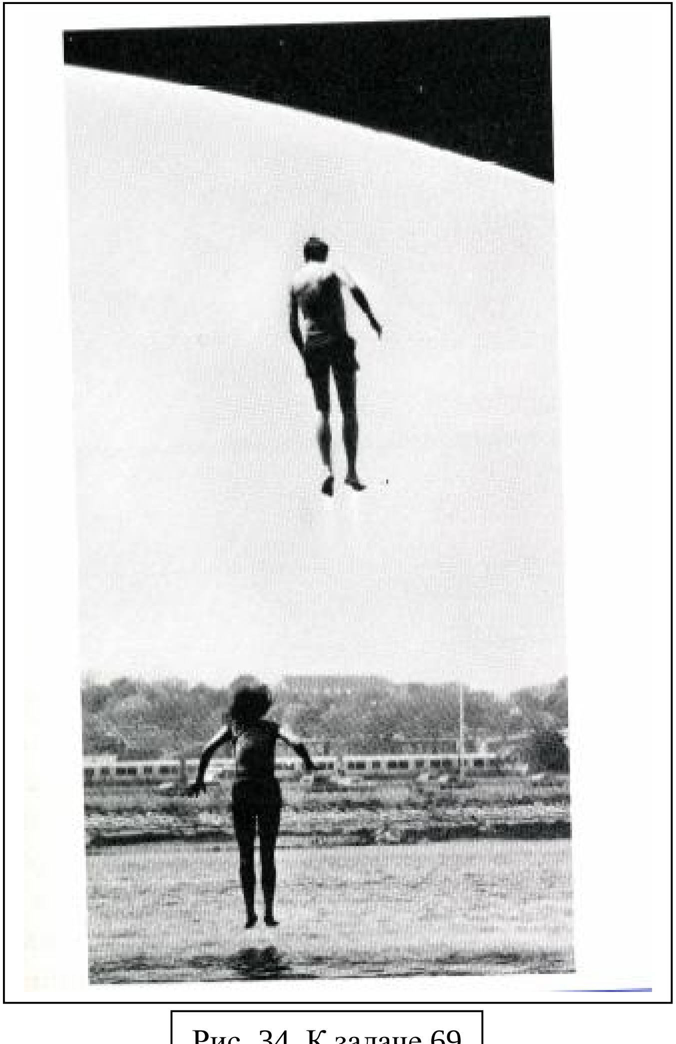


Рис. 34. К задаче 69

68. Два тела свободно падают без начальной скорости с одной и той же высоты с интервалом в 1.00 с. Через какое время после того, как первое тело начало падать, расстояние между двумя телами будет равно 10.0 м?

69. На Рис. 34 показано как Клара прыгает с моста в воду и за ней прыгает Джим. Через какое время после Клары прыгнул Джим? Рост Джима 170 см. Край моста совпадает с верхним краем рисунка. Необходимые данные определите из рисунка.

70. С воздушного шара, который поднимается с постоянной скоростью 12.4 м/с, сбрасывается балласт с высоты 81.3 м (а) с какой скоростью балласт ударится об землю? (б) через какое время балласт упадет на землю?

71. Парашютист первые 52.0 м пролетает без трения. Когда

парашют открывается, парашютист летит с замедляющим ускорением 2.10 м/с^2 и приземляется со скоростью 2.90 м/с. Найти: (а) сколько времени парашютист будет падать? (б) С какой высоты он прыгнул?

72. Свинцовый шар падает в бассейн с высоты 2.6 м. Он ударяется об воду с некоторой скоростью и затем погружается на дно, двигаясь с этой же постоянной скоростью. Шар достигает дна через 0.97 с после того как был брошен. (а) Какова глубина бассейна? (б) Пусть из бассейна выкачана вода. Шар бросают с той же высоты и он опять достигает дна за 0.97 с. Чему равна начальная скорость шара?

73. В Национальной Физической Лаборатории Англии ускорение свободного падения g посредством стеклянного шарика находящегося в трубке, из которой выкачан воздух. В процессе измерения шарик бросают вертикально вверх и затем он падает обратно. При этом измеряются временной интервал Δt_L между двумя моментами времени пролета шарика через верхний уровень и временной интервал Δt_U между двумя моментами времени пролета шарика через нижний уровень. (См. Рис.). Покажите, что $g = 8H/\left(\Delta t_L^2 - \Delta t_U^2\right)$, где H- расстояние между двумя уровнями.

74. Теннисный мяч падает с крыши здания с нулевой начальной скоростью. Наблюдатель, стоящий перед окном, высота которого равна 120 см, видит, что мяч пролетает окно за 0.125 с. Через 2.0 с после пролета нижнего края окна мяч вновь появляется у нижнего края окна после абсолютно упругого удара о тротуар. Чему равна высота здания?

75. Собака наблюдает, как цветочный горшок с постоянной скоростью проплывает мимо окна, высота которого 1.1 м. Сначала горшок подымается вверх, а затем опускается вниз. Полное время, которое горшок виден в окне составляет 0.74 с. Найдите высоту, отсчитанную от верхнего края окна, на которую поднялся горшок.

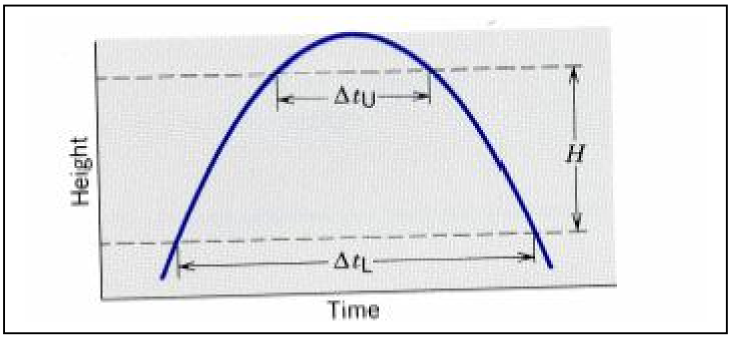


Рис. 35. К задаче 73