

## Задание № 1 Векторный анализ

1. Некоторый вектор  $\mathbf{A}$  меняется со временем по закону  $\mathbf{A}=\mathbf{a}+bt^2$ , где векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  постоянны и перпендикулярны друг другу. Найти вектор  $\mathbf{B}=2bt$  в момент, когда угол между векторами  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  будет равен  $45^\circ$ .
2. Найти вектор  $\vec{a}$ , образующий с ортом  $\mathbf{j}$  угол  $60^\circ$ , а с ортом  $\mathbf{k}$  угол  $120^\circ$ , если  $|\vec{a}|=5\sqrt{2}$
3. При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \alpha\vec{k}$  и  $\vec{b} = -\beta\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$  будут коллинеарные?
4. Пусть имеется три вектора, связанных соотношением  $\vec{A}=\vec{B}\times\vec{C}$ , причем вектора  $\vec{B}$  и  $\vec{C}$  перпендикулярны. Покажите, что  $\vec{B}=\frac{\vec{C}\times\vec{A}}{C^2}$ .
5. Имеется три вектора  $\mathbf{a}=5\mathbf{i}+4\mathbf{j}-6\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{b}=-2\mathbf{i}+2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{c}=4\mathbf{i}+3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ . Найти: а) вектор  $\mathbf{r}=\mathbf{a}-\mathbf{b}+\mathbf{c}$ ; б) угол между вектором  $\mathbf{r}$  и положительным направлением оси  $z$ ; в) угол между векторами  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ .
6. Имеется три вектора  $\mathbf{a}=3\mathbf{i}+3\mathbf{j}-2\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{b}=-\mathbf{i}-4\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{c}=2\mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k}$ . Найти: а)  $\mathbf{a}(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$ ; б)  $\mathbf{a}(\mathbf{b}+\mathbf{c})$ ; в)  $\mathbf{a}\times(\mathbf{b}+\mathbf{c})$ .
7. Векторная сумма трех векторов  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  равна нулю. Абсолютные значения этих векторов соответственно равны 4, 3, 5. Вычислить величины  $\mathbf{a}\times\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a}\times\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{b}\times\mathbf{c}$ .
8. Векторная сумма трех векторов  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  равна нулю. Абсолютные значения этих векторов соответственно равны 4, 3, 5. Вычислить величины  $\mathbf{ab}$ ,  $\mathbf{ac}$ ,  $\mathbf{bc}$ .
9. Найдите какой-либо вектор  $\mathbf{c}$ , перпендикулярный векторам  $\mathbf{a}=3\mathbf{i}+4\mathbf{j}$  и  $\mathbf{b}=2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-6\mathbf{k}$ ?
10. Частица совершила перемещение по некоторой траектории в плоскости  $xy$  из точки 1 с радиус-вектором  $\mathbf{r}_1=\mathbf{i}+2\mathbf{j}$  в точку 2 с радиус-вектором  $\mathbf{r}_2=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}$ . Найти: а) вектор  $\mathbf{r}=\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2$ ; б) расстояние между этими точками 1 и 2; в) угол между векторами  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}_1$ .