

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

СОВРЕМЕННЫЕ СРЕДСТВА РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ

Методические указания к выполнению
расчётно-графического задания
для студентов всех форм обучения по программе
магистерской подготовки «Автоматика энергосистем»,
направление 13.04.02 (140400.68) «Электроэнергетика и электротехника»

НОВОСИБИРСК
2015

Составители: канд. техн. наук, доцент *М.А. Купарев*,

Рецензент:

канд. техн. наук, старший преподаватель *А.В. Белоглазов*

Работа подготовлена на кафедре электрических станций

© Новосибирский государственный
технический университет, 2015 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ПРЕИМУЩЕСТВА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ПЕРЕД АНАЛОГОВЫМИ	4
2. АНАЛОГОВЫЕ, ДИСКРЕТНЫЕ И ЦИФРОВЫЕ СИГНАЛЫ	6
3. ТЕОРЕМА ДИСКРЕТИЗАЦИИ	8
4. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ФИЛЬТРОВ	10
5. ПРИНЦИП ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ	13
6. СРЕДСТВА ПАКЕТА МАТЛАВ ПО АНАЛИЗУ И СИНТЕЗУ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ	16
7. УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РГЗ	20
8. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ ЗАМЕРА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ	24
Список литературы	29

ВВЕДЕНИЕ

Цифровая обработка сигналов как направление развития науки и техники зародилась в 1950-х годах и поначалу представляла собой довольно экзотическую отрасль электроники, практическая ценность которой была далеко не очевидной. Однако за прошедшие шестьдесят лет благодаря успехам электроники системы цифровой обработки сигналов не только воплотились в реальность, но и вошли в нашу повседневную жизнь. Более того, во многих отраслях народного хозяйства цифровая обработка сигналов стала вытеснять традиционную аналоговую. Одним из примеров такой отрасли является электроэнергетика, где к настоящему времени состоялся практически полный перевод релейной защиты и автоматики (РЗА) на микропроцессорную базу. Переход на микропроцессорную технику открывает большие возможности в плане внедрения новых алгоритмов функционирования, в корне отличающихся от традиционных и которые невозможно реализовать в аналоговых устройствах.

Переход на цифровую технику в области РЗА энергосистем обязывает специалистов-релейщиков знать устройство и принцип функционирования микропроцессорной техники, а также способы цифровой обработки сигналов. Расчётно-графическое задание по курсу «Современные средства релейной защиты» посвящено одному из разделов цифровой обработки сигналов – цифровой фильтрации. Целями выполнения задания являются изучение устройства, принципов функционирования и характеристик цифровых фильтров, а также средств программного комплекса MATLAB по их анализу и синтезу. В рамках задания студенту предлагается спроектировать четыре вида фильтров частотных составляющих и провести анализ качества их работы в составе устройств релейной защиты.

1. ПРЕИМУЩЕСТВА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ПЕРЕД АНАЛОГОВЫМИ

Алгоритмы функционирования некоторых устройств РЗА требуют информации об отдельных гармонических составляющих контролируемых электрических сигналов или их симметричных составляющих. Яркими примерами таких устройств

могут служить дифференциальные защиты трансформаторов, алгоритм функционирования которых предусматривает торможение второй гармоникой для отстройки от бросков тока намагничивания. Примером использования симметричных составляющих может служить защита обратной последовательности синхронных генераторов [1, 2, 3].

Фильтры частотных или симметричных составляющих в аналоговых устройствах РЗА являлись весьма сложными устройствами, построенными, например, на микроэлектронной базе и содержащими множество операционных усилителей с многоконтурной обратной связью. Следовательно, задачи анализа и синтеза таких фильтров также оказывались чрезвычайно сложными с большими временными затратами. Решение таких задач иногда было возможно только на физических моделях фильтров путём изменения параметров элементов, входящих в их принципиальную схему [4].

Внедрение микропроцессорной техники в область релейной защиты предполагает цифровую обработку сигналов, а значит и цифровую фильтрацию. В целом, проектирование цифровых фильтров не менее сложная задача, нежели аналоговых. Но цифровой фильтр имеет существенные преимущества перед аналоговым. Во-первых, цифровой фильтр – это всего лишь программа, которую гораздо проще написать в текстовом редакторе, скомпилировать и загрузить в микропроцессор, чем создать аналоговое устройство в виде печатных плат с интегральными микросхемами. Во-вторых, изменение параметров и характеристик цифрового фильтра производится редактированием текста программы и перепрошивкой микропроцессора, а аналоговый фильтр потребует в этом случае внесения изменений в аппаратную часть, что равносильно созданию нового устройства. В-третьих, мощные современные программные пакеты берут на себя весь вычислительный процесс по проектированию фильтра, моделированию его работы и отображению результатов.

2. АНАЛОГОВЫЕ, ДИСКРЕТНЫЕ И ЦИФРОВЫЕ СИГНАЛЫ

Прежде чем проводить классификацию сигналов необходимо определиться в формулировке самого понятия *сигнал*. В наиболее общей формулировке это есть зависимость одной величины от другой. С математической точки зрения сигнал является функцией, которую можно изобразить в виде определённой линии. А с физической точки зрения, сигнал – это также зависимость одной величины от другой, но которые можно измерить с помощью определённых приборов. Часто может быть такое, что какая-то величина может зависеть от двух или более других величин. Например, в электроэнергетике сигналом может являться зависимость напряжения в сети от расстояния до источника. В то же время напряжение зависит не только от расстояния, но и от сопротивления проводов, от тока (от передаваемой мощности) и многих других параметров. Но кроме этого, напряжение также является и функцией от времени. В итоге, под сигналом понимается зависимость какой-то одной величины от какой-то одной другой (не принимая во внимание зависимость от остальных величин). Как правило, под сигналом чаще всего понимается зависимость какой-то величины от **времени**. В задачах релейной защиты и автоматики всегда под сигналом подразумеваются зависимости токов, напряжений, мощности, частоты и др. только от времени. Классификация сигналов на аналоговые, дискретные и цифровые показывает их отличие, опять же, в виде зависимостей от времени (если иное не оговаривается).

На рис. 1 показан один и тот же сигнал в трёх формах: аналоговой, дискретной и цифровой. Исходный физический сигнал, который существует в природе, является непрерывной функцией от времени. Такие сигналы, определённые во все моменты времени, называют *аналоговыми*. Аналоговый сигнал ещё можно определить как сигнал, имеющий бесконечно большое количество значений на конечном интервале времени, а точность определения его значений в любой момент времени также ничем не ограничена. В аналоговой форме сигналы обрабатываются с помощью аналоговых вычислительных машин или аналоговых систем. Но обработка сигналов с помощью цифровых вычислительных машин требует иного представления сигналов: не в аналоговой форме, а в цифровой. Это связано с ограниченностью у микропро-

цессорной техники ресурсов памяти и разрядности. Но прежде чем перейти к цифровым сигналам, надо определиться с тем, что собой представляет дискретный сигнал.

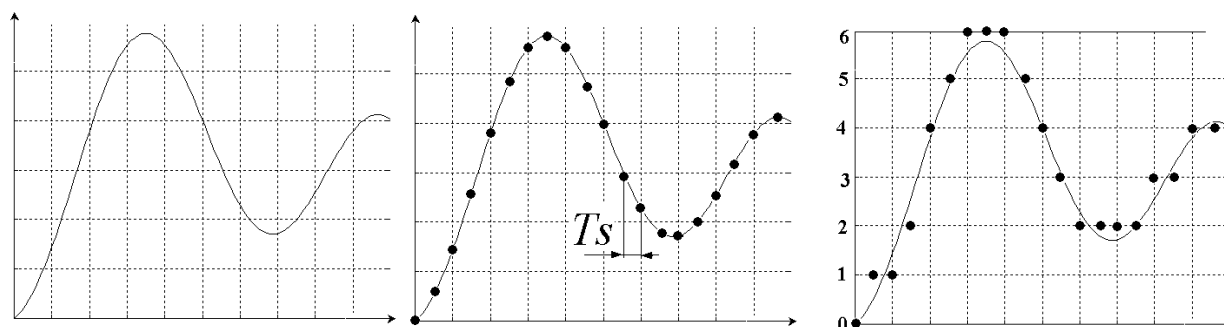


Рис. 1. Аналоговый (слева), дискретный (в центре) и цифровой (справа) сигналы

Последовательность чисел, представляющая сигнал при цифровой обработке является *дискретным рядом* (*discrete series*) и не может полностью соответствовать аналоговому сигналу. Числа, составляющие последовательность, являются значениями сигнала в отдельные (дискретные) моменты времени и называются *отсчётами сигнала* (*samples*) или *выборками*. Как правило, отсчёты берутся через равные промежутки времени T_s , называемые *периодом дискретизации* (*интервалом дискретизации* или *шагом дискретизации* – *sample time*). Величина, обратная периоду дискретизации, называется *частотой дискретизации* (*sampling frequency*): $f_s = 1/T_s$. Соответствующая ей круговая частота определяется следующим образом: $\omega_s = 2\pi/T_s$ [5].

Ясно, что представление сигнала последовательным набором отдельных (дискретных) отсчётов приводит к потере информации, так как мы ничего не можем знать о поведении сигнала в промежутках между отсчётами. Это является главным недостатком дискретных и цифровых сигналов. Процесс преобразования аналогового сигнала в последовательность отсчётов называется *дискретизацией* (*sampling*), а результат такого преобразования – *дискретным сигналом*.

При обработке сигналов в вычислительных устройствах его отсчёты представляются в виде двоичных чисел, имеющих ограниченное число разрядов. Вследствие этого отсчёты могут принимать только лишь конечное множество значений и, следовательно, при представлении сигнала неизбежно происходит его округление. На

рис. 1 приведён утрированный пример, когда такое конечное множество значений представляет собой только целые числа. В таком случае микроЭВМ не может представить значения 4.7 или 2.3 и они будут округлены до 5 и 2 соответственно. Процесс преобразования отсчётов сигнала в числа называется *квантованием по уровню* (*quantization*), а возникающие при этом ошибки округления – *ошибками* (или *шумами*) *квантования* (*quantization error, quantization noise*).

Сигнал, дискретный по времени, но не квантованный по уровню, называется *дискретным* (*discrete-time*) *сигналом*. Сигнал, дискретный по времени и квантованный по уровню, называют *цифровым* (*digital*) *сигналом*. Сигналы, квантованные по уровню, но непрерывные по времени, на практике встречаются очень редко (примером этого может служить выходной сигнал цифро-аналогового преобразователя (ЦАП), если не учитывать в нём переходные процессы). В настоящее время многие специалисты не чувствуют и не понимают разницу между цифровым и дискретным сигналами, и считают эти понятия синонимами. Это, может объясняться тем, что разрядность современной вычислительной техники довольно большая при наличии возможности работы с дробными числами в формате с плавающей точкой, следовательно, ошибки квантования очень малы.

3. ТЕОРЕМА ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Поскольку при дискретизации и последующем квантовании происходит потеря информации о сигнале в промежутках между отсчётами и потеря точной информации о значении отсчёта, то необходимо иметь критерий минимума потери информации при представлении сигнала дискретными отсчётами. Таким критерием служит теорема дискретизации: *любой сигнал $s(t)$, спектр которого не содержит составляющих с частотами выше некоторого значения $\omega_B = 2\pi f_B$, может быть представлен без потери информации своими дискретными отсчётами $\{s(kT_S)\}$, взятыми с интервалом T_S , удовлетворяющим следующему неравенству:*

$$T_S \leq \frac{T_B}{2} \quad \text{или} \quad f_S \geq 2 f_B. \quad (1)$$

Эта теорема также называется *теоремой Котельникова*, а в зарубежных изданиях или учебниках *теоремой Найквиста* (*Nyquist theorem*) или *теоремой дискретизации* (*sampling theorem*) [5]. Исходя из этой теоремы, определяется *частота Найквиста* или *минимально допустимая частота дискретизации* или *максимально допустимая частота сигнала*. Теорема констатирует, что без потери информации можно представить сигнал в виде дискретных отсчётов, частота дискретизации должна быть как минимум в два раза больше частоты самой высшей гармоники, которая присутствует в сигнале.

Но не следует эту теорему воспринимать так буквально. Например, если необходимо представить дискретными отсчётами сигнал, содержащий лишь одну синусоидальную составляющую частотой 50 Гц, то согласно этой теореме достаточно иметь частоту дискретизации всего лишь 100 Гц (период дискретизации 0.01 с). Это и будет являться минимально допустимой частотой дискретизации или частотой Найквиста. При таком подходе может получиться так, что все моменты выборки будут приходиться на моменты перехода синусоиды через ноль, и тогда синусоидальный сигнал в процессе дискретизации просто исчезнет. Следовательно, чтобы какую-либо частотную составляющую аналогового сигнала с достаточной степенью точности представить в цифровой форме необходимо, чтобы частота дискретизации превышала частоту исходного сигнала намного больше, чем в два раза. Наоборот, процесс дискретизации может служить средством полного подавления частотных составляющих в аналоговом сигнале, частота которых равна или превышает частоту дискретизации. Научные исследования и опыт эксплуатации показывают, что для построения качественного цифрового устройства РЗА энергосистем частота дискретизации должна быть не менее 1000 Гц. В настоящее время в мире принят нормированный ряд значений частоты дискретизации, которые могут приниматься при решении задач релейной защиты. Этот ряд содержит достаточно большое количество значений, приведём только некоторые из них: 500, 600, 1000, 1200, 1500, 2000 Гц. Все современные устройства РЗА, внедряемые в отечественной электроэнергетике рассчитаны на частоту дискретизации 1200 Гц, что соответствует 24 выборкам за один период промышленной частоты [1, 2, 3].

Вообще может стоять и обратная задача. Если имеется дискретный сигнал, то есть имеются его отсчёты $\{s(kT_s)\}$, то исходя из этих отсчётов, можно восстановить аналоговый сигнал $s(t)$ по следующей формуле [5]:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(kT_s) \frac{\sin\left(\pi \frac{t - kT_s}{T_s}\right)}{\pi \frac{t - kT_s}{T_s}}. \quad (2)$$

Большая дробь под знаком суммы в этой формуле называется базисом Котельникова:

$$\varphi_k(t) = \frac{\sin\left(\pi \frac{t - kT_s}{T_s}\right)}{\pi \frac{t - kT_s}{T_s}}. \quad (3)$$

4. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ФИЛЬТРОВ

Классификацию как аналоговых, так и цифровых фильтров можно провести по большому количеству критериев, но в настоящих методических указаниях рассмотрим её преимущественно по двум важнейшим характеристикам: *амплитудно-частотной (АЧХ)* и *фазочастотной (ФЧХ)*. АЧХ показывает, как изменяется (во сколько раз) при прохождении через фильтр амплитуда всех частотных составляющих входного сигнала. ФЧХ показывает, каков будет полученный фазовый сдвиг частотных составляющих. АЧХ и ФЧХ вместе определяют функцию передачи частотных составляющих через фильтр. Численно эта функция измеряется комплексным *коэффициентом передачи $k(f)$* , модуль которого определяется АЧХ, а угол – ФЧХ. В устройствах релейной защиты и автоматики обычно используется амплитуда какой-либо гармоники, поэтому во многих задачах релейной защиты и автоматики интерес представляет только АЧХ фильтра. ФЧХ фильтра оказывается важна, например, при построении фильтров симметричных составляющих.

Идеальные АЧХ имеют прямоугольную форму. По виду АЧХ фильтры подразделяются на четыре типа как показано на рис. 2:

1) фильтры низших частот (ФНЧ, *low-pass filter*), пропускающие частоты, меньшие определённой f_0 ;

2) фильтры высших частот (ФВЧ, *high-pass filter*), пропускающие частоты, большие определённой f_0 ;

3) полосовые фильтры (*band-pass filter*), пропускающие частоты в определённом диапазоне от f_1 до f_2 ;

4) режекторные фильтры (фильтры-пробки, полосно-заграждающие фильтры, *band-stop filter*), пропускающие все частоты, кроме лежащих в определённом диапазоне от f_1 до f_2 .

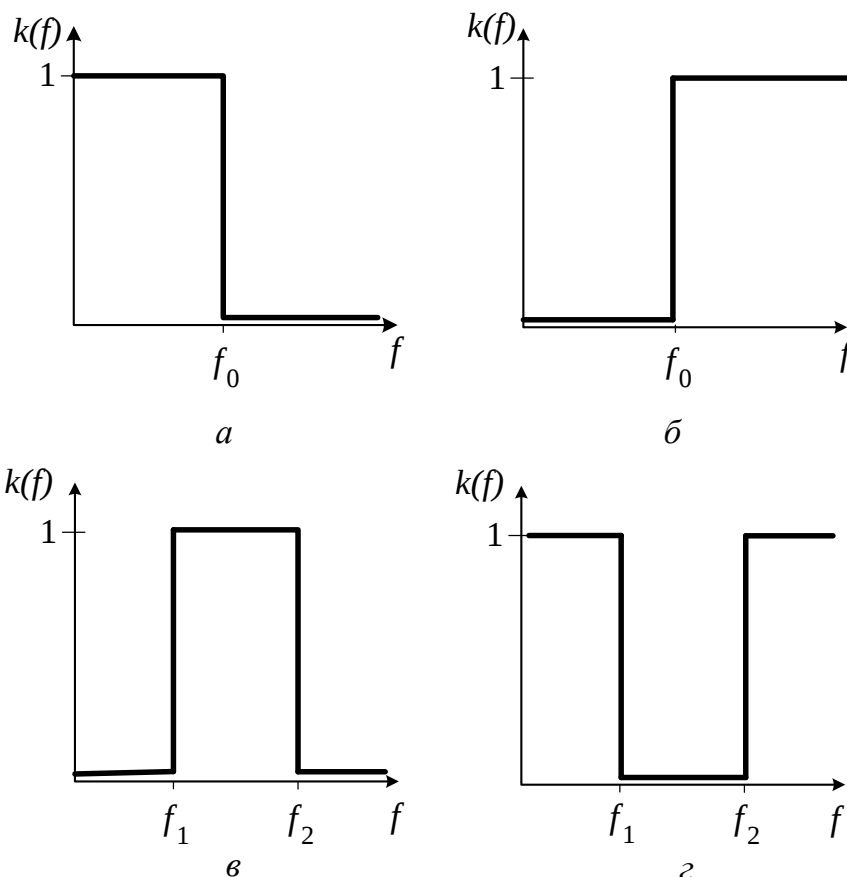


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики:
а – ФНЧ, б – ФВЧ, в – полосового фильтра, г – режекторного фильтра

Диапазон частот, которые пропускаются фильтром, называется *полосой пропускания*, где коэффициент передачи равен единице. Диапазон частот, которые задерживаются фильтром, называется *полосой задерживания*, где коэффициент пере-

дачи равен нулю. Граница между полосами пропускания и задерживания называется *частотой среза (cut-off frequency)*. ФНЧ и ФВЧ имеют одну частоту среза – f_0 , а полосовые и режекторные имеют по две частоты среза – f_1 и f_2 .

В реальности идеальные АЧХ прямоугольной формы недостижимы ни для аналоговых, ни для цифровых фильтров. В этом плане цифровые фильтры ничем не лучше аналоговых. Каждый фильтр имеет определённые уровни пульсаций в поло-

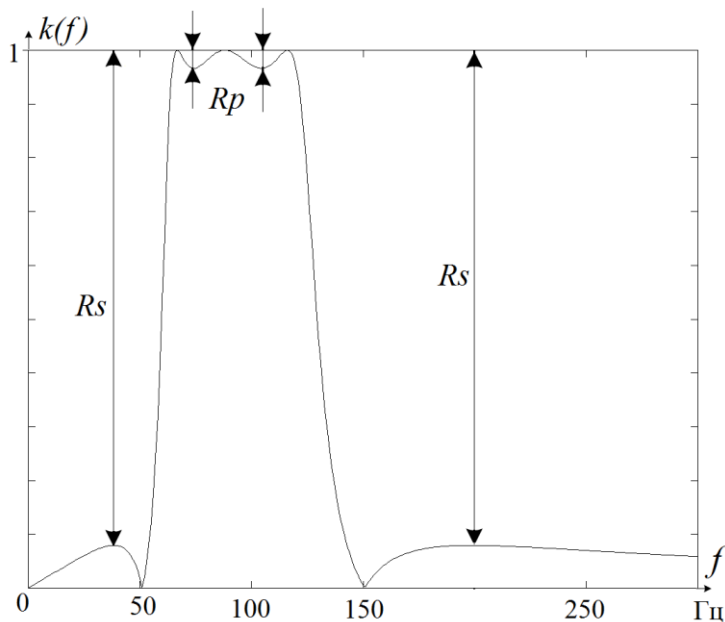


Рис. 3. Реальная АЧХ

сах пропускания (R_p) и задерживания (R_s), по которым фильтры подразделяются на следующие типы: эллиптические, Чебышева (разного рода), Баттерворта, Бесселя и др. Под пульсациями понимаются отклонения АЧХ от горизонтальной прямой, а значит, и отклонения значений коэффициента передачи от нуля в полосе задерживания и от единицы в полосе пропускания. Реальная АЧХ на примере полосового фильтра с указанием пульсаций приведена на рис. 3.

Фильтры Баттерворта отличаются максимально гладкой и плоской АЧХ в полосе пропускания. Фильтры Чебышева первого рода имеют заданный уровень пульсаций в полосе пропускания, и при частоте, стремящейся к бесконечности, АЧХ оказывается максимально плоской. Фильтры Чебышева второго рода имеют заданный уровень пульсаций в полосе задерживания, вследствие этого в полосе задерживания АЧХ имеет колебания, а в полосе пропускания – плоскую по горизонтали форму. Эллиптические фильтры (другое название – фильтры Кауэра) объединяют в себе свойства фильтров Чебышева первого и второго рода, поскольку их АЧХ имеет пульсации заданного уровня как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания. Эллиптические фильтры и фильтры Чебышева имеют более крутые подъёмы и спады АЧХ, что отражается на качестве выделения сигнала нужной частоты. Эллип-

тические фильтры обладают значительной крутизной АЧХ по сравнению с другими, особенно при малых порядках фильтров. По этим причинам эллиптические фильтры считаются лучшими. Такое разнообразие характеров пульсаций определяется разнообразием методов расчёта функции передачи фильтра.

Граница между полосами пропускания и заграждения также оказывается не вертикальной и прямолинейной, а наклонной и изогнутой. Следовательно, частота среза становится не очень чётким понятием и для разных фильтров определяется по-разному. Например, для фильтра Баттерворта частота среза определяется по коэффициенту передачи на уровне $1/\sqrt{2}$, для фильтра Чебышева первого рода и эллиптического фильтра – по уровню пульсаций в полосе пропускания, для фильтра Чебышева второго рода – по уровню пульсаций в полосе задерживания. Для фильтра Бесселя понятие частоты среза является весьма условным.

5. ПРИНЦИП ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Цифровые фильтры так же, как и другие средства цифровой обработки сигналов, предполагают создание программы, реализующей алгоритм фильтрации. *Алгоритмом цифровой или дискретной фильтрации* называется следующая формула в матричном виде [5]:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_{n+1} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} y_k \\ y_{k-1} \\ \dots \\ y_{k-n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{n+1} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \dots \\ x_{k-n} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

То же самое можно представить в алгебраической форме:

$$a_1 \cdot y_k = b_1 \cdot x_k + b_2 \cdot x_{k-1} + b_3 \cdot x_{k-2} + \dots + b_{n+1} \cdot x_{k-n} - a_2 \cdot y_{k-1} - a_3 \cdot y_{k-2} - \dots - a_{n+1} \cdot y_{k-n}, \quad (5)$$

где x_k и y_k – отсчёты входного (фильтруемого) и выходного сигналов фильтра соответственно в текущий момент выборки;

$x_{k-1}, x_{k-2}, x_{k-n}$, и $y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-n}$, – отсчёты входного (фильтруемого) и выходного сигналов фильтра соответственно в предыдущие моменты выборок;

n – порядок фильтра – количество используемых предыдущих отсчётов;

a_j и b_j – коэффициенты фильтра.

То есть в общем случае цифровой фильтр суммирует некоторое количество отсчётов входного сигнала и некоторое количество отсчётов выходного сигнала с определёнными весовыми коэффициентами a_j и b_j . Выражения (4) и (5) также называют *разностным уравнением* цифрового фильтра и наглядно поясняются рис. 4. На этом рисунке входной сигнал изображён сплошной линией и его отсчёты отмечены точками, а выходной сигнал изображён пунктирной линией и его отсчёты отмечены кружочками.

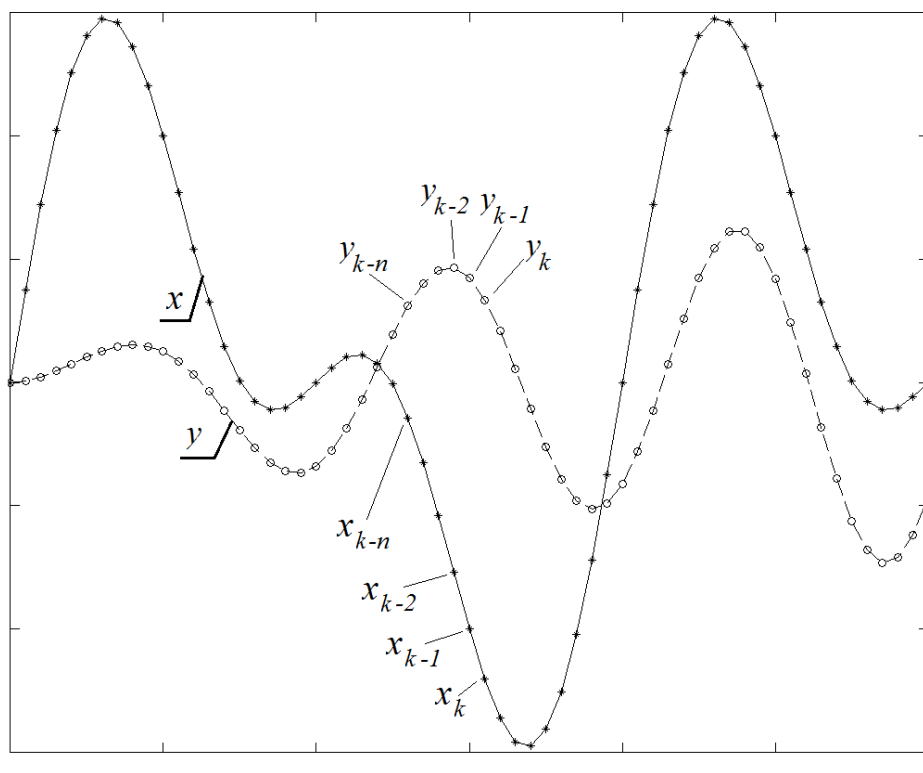


Рис. 4. Входной (x) и выходной (y) сигналы цифрового фильтра

Как видно из уравнения (5) алгоритм цифровой фильтрации очень простой и не требует долгой обработки сигналов, поскольку содержит лишь элементарные арифметические операции – сложение, вычитание, умножение и деление, то есть, не представляет никакой сложности в плане математических вычислений. Следовательно, технические возможности современной микропроцессорной техники никак

не ограничивают возможность реализации цифровой фильтрации в релейной защите.

По алгоритму согласно уравнению (4) или (5) функционируют фильтры всех типов: и ФНЧ, и ФВЧ, и полосовые, и режекторные, и эллиптические, и фильтры Чебышева и пр. Все они отличаются друг от друга только набором весовых коэффициентов a_j и b_j . Задача синтеза (или проектирования) любого цифрового фильтра сводится как раз к расчёту набора этих весовых коэффициентов, что представляет весьма большую сложность и для каждого типа фильтров решается по-разному.

Количество весовых коэффициентов определяется, прежде всего, порядком фильтра n , то есть количеством выборок сигналов в предыдущие моменты времени. Итак, в уравнении фильтра участвует отсчёт сигнала в текущий момент выборки k и n предыдущих отсчётов, то количество коэффициентов a_j и b_j составляет по $n+1$. Но это справедливо только для простейших фильтров – ФНЧ и ФВЧ, у которых одна частота среза. Полосовые и режекторные фильтры, имеющие по две частоты среза, более сложные, поскольку представляют собой комбинацию или объединение двух простых фильтров – ФНЧ и ФВЧ. Такое объединение в математике называется *свёрткой (convolution)*. В итоге для полосовых и режекторных фильтров при том же порядке количество весовых коэффициентов a_j и b_j увеличивается и составляет по $2n+1$.

В общем случае в алгоритме цифровой фильтрации (4) или (5) присутствуют отсчёты как входного сигнала, так и выходного. Ясно, что в уравнении должен присутствовать хотя бы один отсчёт входного сигнала, иначе выходной сигнал не будет никак зависеть от входного. Если в таком уравнении фильтра используются отсчёты и входного, и выходного сигналов, то такой фильтр называется *рекурсивным*. Рекурсивные фильтры обладают бесконечной импульсной характеристикой (infinite impulse response), что обуславливает невозможность иметь линейные ФЧХ. Поэтому у рекурсивных фильтров все частотные составляющие на выходе оказываются сдвинутыми по фазе. Отсчёты выходного сигнала могут и не использоваться в фильтрации; такие фильтры называются *нерекурсивными* или *трансверсальными* и они об-

ладают конечной импульсной характеристикой (finite impulse response). Конечная импульсная характеристика позволяет иметь линейную ФЧХ.

Также следует обратить внимание на переходный процесс фильтра. Это свойство присуще абсолютно всем фильтрам – и аналоговым, и цифровым, что является, наверное, самым главным их недостатком. Как и везде, явление переходного процесса фильтра заключается в том, что его выходной сигнал достигает нужной формы и нужного значения спустя некоторое, иногда весьма длительное время. Это приводит к тому, что во время переходного процесса фильтр может работать «противоположно» своему назначению. А именно, на выходе появляются заграждаемые гармоники, а пропускаемые – наоборот отсутствуют. Причина переходных процессов кроется в самом алгоритме цифровой фильтрации по уравнению (5). Дело в том, что в этом уравнении присутствуют цифровые отсчёты входного и выходного сигналов в предыдущие моменты выборки, которые в принципе отсутствуют (т.е. не определены) в самые первые моменты времени. Вместо отсутствующих значений в уравнение (5) подставляются нули, что и приводит к искажению сигнала на выходе фильтра. В физическом смысле переходный процесс следует воспринимать как необходимость настройки фильтра на входной сигнал, для чего требуется некоторое время.

6. СРЕДСТВА ПАКЕТА MATLAB ПО АНАЛИЗУ И СИНТЕЗУ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Проектирование (синтез) цифровых фильтров заключается в расчёте их коэффициентов a_j и b_j , формирующих требуемые АЧХ и ФЧХ. После расчёта коэффициентов можно закладывать уравнение (5) в программу микропроцессорного устройства, выполняющего задачи цифровой фильтрации сигналов. Расчёт этих коэффициентов является очень сложной задачей, поскольку требует решения сложных уравнений в целях нахождения нулей и полюсов передаточных функций. Методы решения этих уравнений в настоящих методических указаниях не рассматриваются, по-

сколько курс «Современные средства релейной защиты» не ставит цели глубокого изучения всей теории цифровых фильтров. Кроме того, все эти методы в полной мере реализованы в современных программных пакетах и специалистам по релейной защите достаточно знать и уметь пользоваться их средствами. Одним из таких программных продуктов является MatLab, с помощью которого задачи анализа и синтеза цифровых фильтров решаются за доли секунды. Следует сразу отметить, что процесс синтеза цифровых фильтров так же, как и других систем, неразрывен с процессом их анализа. То есть сразу после решения задачи по определению весовых коэффициентов a_j и b_j необходимо провести следующий анализ по оценке быстродействия работы, по сопоставлению с требуемыми параметрами АЧХ, ФЧХ и выходного сигнала. Если какие-либо характеристики фильтра оказываются неудовлетворительными, то проводится корректировка исходных параметров и повторяется процесс синтеза и анализа.

Пакет MatLab имеет большой набор стандартных функций, позволяющих провести анализ и синтез абсолютно любых как аналоговых, так и цифровых фильтров. В рамках расчётно-графического задания ограничимся рассмотрением только цифровых рекурсивных фильтров.

Расчёт весовых коэффициентов цифровых фильтров осуществляется соответствующей функцией с названием, подобным названию фильтра. Формат функций для каждого типа фильтра примерно одинаковый:

`[b,a]=ellip(n,Rp,Rs,Wn,'type');` – для эллиптического фильтра;

`[b,a]=butter(n,Wn,'type');` – для фильтра Баттерворта;

`[b,a]=cheby1(n,Rp,Wn,'type');` – для фильтра Чебышева первого рода;

`[b,a]=cheby2(n,Rs,Wn,'type');` – для фильтра Чебышева второго рода.

Здесь b и a – матрицы, содержащие рассчитанные весовые коэффициенты фильтра a_j и b_j ;

n – порядок фильтра;

R_p , R_s – уровни пульсаций в полосах пропускания и задерживания соответственно, указываются в децибелах;

W_n – параметр, характеризующий частоту среза; его значения должны удовлетворять условию $0.0 < W_n < 1.0$, т.е. значение W_n указывается в относительных единицах по отношению к частоте дискретизации; $W_n=1.0$ соответствует частоте среза, равной половине частоты дискретизации;

на месте параметра 'type' задаётся тип фильтра: 'high' – фильтр высших частот, 'low' – фильтр низших частот, 'stop' – режекторный фильтр, 'bandpass' – полосовой фильтр; без указания типа (по умолчанию) – ФНЧ. В случае полосового или режекторного фильтра, W_n должен содержать два значения, указывающих начало и конец полосы пропускания или заграждения (например, $W_n=[0.18 \ 0.22]$). Тогда по умолчанию рассчитывается полосовой фильтр.

В пакете MatLab принят такой порядок, что во всех функциях, касающихся цифровых фильтров, сначала указываются весовые коэффициенты для отсчётов входного сигнала – b_j , а затем весовые коэффициенты для отсчётов выходного сигнала a_j . Все перечисленные функции рассчитывают коэффициенты фильтра таким образом, что в результате **коэффициент a_1 оказывается равным единице** для того, чтобы в левой части уравнения (5) остался в чистом виде только отсчёт выходного сигнала фильтра в текущий момент времени. Это подобно тому, что левая и правая части уравнения (5) заранее поделены на a_1 .

Следующим шагом после расчёта весовых коэффициентов фильтра должен быть расчёт передаточной функции, то есть АЧХ и ФЧХ. Для этого рассчитывается комплексный коэффициент передачи частотных составляющих с помощью функции `freqz`, осуществляющей z -преобразование. Её формат:

`h=freqz(b,a,ff,fs);`,

где b и a – тот же набор весовых рассчитанных коэффициентов фильтра;

fs – частота дискретизации;

ff – массив частот, на которых рассчитывается передаточная функция;

h – массив, содержащий комплексные коэффициенты передачи каждой из гармоник из массива ff (на рис. 2 и 3 h обозначено как $k(f)$).

Для проведения анализа рассчитанного фильтра необходимо графически отобразить его полученные АЧХ и ФЧХ. Это можно сделать двумя способами. Первый способ предполагает построение в одном графическом окне обеих характеристик, где модуль коэффициента передачи для АЧХ имеет размерность в децибелах, а его угол для ФЧХ – в градусах. В этом способе используется та же функция `freqz`, только без левой части, и для его реализации в тексте программы требуется написать следующие команды:

```
figure(1);clf;
freqz(b,a,ff,fs);.
```

Первый способ не всегда оказывается удобным, поскольку АЧХ в децибелах выглядит совсем необычно и её затруднительно проанализировать. Второй способ подразумевает более привычный вид АЧХ с относительными значениями коэффициента передачи (такой, как на рис. 3). Это реализуется с помощью стандартной функции графического отображения `plot`. Но здесь ещё требуется дополнительно определить модуль рассчитанного коэффициента передачи, что можно сделать, написав команду `abs(h)`. В целом, в тексте программы должны содержаться следующие команды:

```
figure(2);clf;
plot(ff,abs(h),'k'),grid;.
```

Наконец, увидеть саму работу спроектированного фильтра можно с помощью функции `filter`, которая непосредственно реализует алгоритм цифровой фильтрации по формуле (5). Она имеет следующий формат:

```
y=filter(b,a,x);,
```

где b и a – тот же набор весовых рассчитанных коэффициентов фильтра;

x и y – массивы цифровых отсчётов входного и выходного сигналов соответственно.

Важное замечание: *весовые коэффициенты фильтра должны быть рассчитаны для такой же частоты дискретизации, с какой представлены входные (фильтруемые) цифровые сигналы.*

7. УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РГЗ

Анализ работы спроектированных фильтров целесообразно проводить путём подачи на вход сигналов с известным уровнем содержания в них выделяемых гармоник. То есть фильтруемый сигнал следует задать самим в виде суммы нескольких синусоид с частотами, кратными 50 Гц и заданной амплитуды и начальной фазы. Например, достаточно будет содержания во входном сигнале пяти гармоник: основной (первой) с частотой 50 Гц, постоянной слагающей или аperiodической в виде экспоненты (0 Гц), второй, третьей и четвёртой гармоник с частотами 100, 150 и 200 Гц соответственно. Очень часто многие устройства РЗА энергосистем имеют дело именно с таким набором частотных составляющих во входных токовых сигналах.

Для оценки качества работы любого спроектированного фильтра достаточно сопоставить его выходной сигнал с требуемым (или идеальным) сигналами на выходе. Для этого необходимо просто на оном графике построить два этих сигнала. Под требуемым или идеальным сигналом следует понимать сигнал, равный сумме пропускаемых фильтром гармоник. При сопоставлении этих двух сигналов следует обращать внимание на следующие моменты: насколько сигналы совпадают по амплитуде, по форме, по частоте, насколько сдвинуты друг от друга по фазе, на всём ли интервале времени это происходит, как долго длится переходный процесс. Чем больше несовпадений и чем длительнее переходный процесс, тем хуже работа фильтра.

Прежде чем начинать анализ необходимо спроектировать сами фильтры. В рамках расчётно-графического задания планируется провести расчёт коэффициен-

тов всех четырёх типов фильтров: низших и высших частот, полосовых и режекторных фильтров. По уровням пульсаций АЧХ достаточно будет ограничиться только эллиптическими фильтрами, поскольку они в определённом смысле являются лучшими. В общем случае при проектировании фильтра можно задавать полосы пропускания и заграждения любой ширины, но рекомендуется придерживаться следующих параметров, чтобы добиться более качественной работы.

Фильтр низших частот. В полосу пропускания входят нулевая и первая гармоники, остальные гармоники входят в полосу заграждения. Для ФНЧ следует добиться такого вида АЧХ, чтобы она имела два максимума с $k(f)=1$ при частотах 0 и 50 Гц, а при частоте 100 Гц имел место минимум с $k(f)=0$. Напомним, что в пакете MATLAB коэффициент передачи имеет стандартное обозначение h . Для проведения анализа работы идеальным выходным сигналом будет сумма нулевой и первой гармоник.

Фильтр высших частот. Здесь наоборот: в полосу заграждения входят нулевая и первая гармоники, остальные гармоники входят в полосу пропускания. Для ФНЧ следует добиться такого вида АЧХ, чтобы она имела два минимума с $k(f)=0$ при частотах 0 и 50 Гц, а при частоте 100 Гц имел место максимум с $k(f)=1$. Идеальный выходной сигнал – это сумма второй, третьей и четвёртой гармоник.

Полосовой фильтр. Очень распространённой задачей в релейной защите является выделение какой-то одной гармоники, например, второй в целях отстройки дифзащит трансформаторов от бросков тока намагничивания. Поэтому предлагается рассмотреть полосовой фильтр, пропускающий только вторую гармонику, которая и будет являться его идеальным выходным сигналом. Для изучения полосовых фильтров следует рассмотреть два их варианта. Один из них должен обладать широкой полосой пропускания, имеющий диапазон примерно ± 35 Гц относительно выделяемой второй гармоники. При этом следует добиться такого вида АЧХ, чтобы она имела два минимума с $k(f)=0$ при частотах 50 и 150 Гц, а при частоте 100 Гц имел место максимум с $k(f)=1$. То есть желательно, чтобы полоса пропускания была симметрична относительно 100 Гц. Примерный вид АЧХ такого полосового фильтра приведён на рис. 3. Второй вариант полосового фильтра должен обладать

узкой полосой пропускания с диапазоном примерно ± 5 Гц относительно выделяемой второй гармоники. В этом случае также $k(f)=1$ на частоте 100 Гц, а вот нулевые значения коэффициента передачи на частотах 50 и 150 Гц не получатся.

Режекторный фильтр. Режекторные фильтры следует рассмотреть также в двух вариантах – с широкой и с узкой полосой заграждения, в которую попадает также только вторая гармоника. Здесь надо придерживаться тех же рекомендаций, что и для полосовых фильтров, только «со знаком инверсии».

При расчёте весовых коэффициентов фильтров с помощью функций `ellip`, `butter`, `cheby1`, `cheby2` и др. самую большую сложность вызывает вопрос: какими следует принимать порядок фильтра и уровни пульсаций АЧХ?

Порядок фильтра. На первый взгляд может показаться, что чем выше порядок фильтра, тем выше качество его работы. Но это далеко не так. Чем больше порядок фильтра, тем больше предыдущих отсчётов входного и выходного сигналов участвуют в фильтрации. Если задать порядок фильтра очень большим, то он будет в большей степени «фильтровать историю» сигнала, которая будет «заглушать его настоящее». Кроме того, с увеличением порядка фильтра длиннее оказывается его уравнение (5), что требует большего объёма вычислений, а значит большей загрузки микропроцессора. Поэтому оптимальным считается порядок фильтра от 2 до 4, не более. В рамках РГЗ студентам рекомендуется рассмотреть фильтры с разными порядками.

Уровни пульсаций АЧХ. Уровни пульсаций задаются в децибелах. Приведём краткое описание этой единицы измерения. *Бел* – это единица измерения, названная в честь А.Г. Белла, означающая изменение мощности сигнала на порядок (в 10 раз). Например, электрическая цепь, характеризующаяся 3 белами усиления, выдаёт сигнал, превосходящий по мощности входной сигнал в 1000 раз. Децибел – это десятая часть от бела (т.е. к белу добавлена стандартная приставка деци-, означающая 10^{-1}). Следовательно, -20 , -10 , 0 , 10 и 20 децибел означают отношения выходной мощности к входной, равные 0.01 , 0.1 , 1 , 10 и 100 соответственно. Другими словами, каждые десять децибел означают изменение мощности в десять раз (если

со знаком «плюс», то мощность увеличивается, если со знаком «минус», то уменьшается).

Заранее точно указать нужное значение уровней пульсаций крайне затруднительно. Процесс расчёта фильтров можно считать итерационным и он осуществляется методом последовательного подбора и корректировки всевозможных параметров. Прежде всего, к таким параметрам относятся как раз уровни пульсаций в полосах пропускания (R_p) и заграждения (R_s). Во многих источниках, например в [5], для большинства фильтров рекомендуют начинать с таких значений: $R_p = 0.5$ дБ и $R_s = 25$ дБ. Задание уровня пульсаций для полосы пропускания в 0.5 дБ означает, что это будет максимальным уровнем отклонения $k(f)$ от единицы в полосе пропускания. Задание уровня пульсаций для полосы заграждения в 25 дБ означает, что это будет самым слабым уровнем подавления какой-либо частотной составляющей. Уровень подавления 25 дБ (или просто –25 дБ) соответствует уменьшению мощности или амплитуды частотной составляющей примерно в 320 раз.

Следует заметить, что существует определённое предельное соотношение между R_p и R_s . То есть нельзя задать бесконечно маленькое значение R_p и бесконечно большое R_s , приблизив АЧХ к прямоугольной форме. В таком случае задача расчёта весовых коэффициентов фильтра не будет иметь решения. В общем, варьируя значениями уровней пульсаций, порядка фильтра и его частоты среза, можно добиваться требуемых АЧХ и ФЧХ. Ниже приводится примерный текст программы для выполнения расчётно-графического задания.

```
clear;    clc;
ff=0:1:300;
Ts=0.0005;%sample time
fs=1/Ts;%sampling frequency
%Wn=[65/fs 150/fs];%cut-off frequency
Wn=[128/fs 240/fs];
%Wn=110/fs;
[b,a]=ellip(3,0.3,22,Wn)
%[b,a]= butter(3,Wn);
%[b,a]= cheby1(3,0.75,Wn);
h=freqz(b,a,ff,fs);
```

```

figure(1);clf;
freqz(b,a,ff,fs);

figure(2);clf;
plot(ff,abs(h),'k'),grid;

t=0:Ts:0.1;
Ta=0.2;
x0=5*exp(-t/Ta);%гармоники входного сигнала
x1=10*sin(2*pi*50*t+pi/3);
x2=7*sin(2*pi*100*t+pi/6);
x3=5*sin(2*pi*150*t-pi/4);
x4=4*sin(2*pi*200*t-pi/5);
x=x0+x1+x2+x3+x4;
y_tr=x2;%требуемый (идеальный) выходной сигнал

y=filter(b,a,x);

figure(3);clf;
subplot(211);
plot(t,x1,'b',t,x2,'m',t,x3,'r',t,x4,'c',t,x,'g'),grid;
subplot(212);
plot(t,y_tr,'b',t,y,'g'),grid;

```

8. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ ЗАМЕРА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В энергетике повсеместно стоят задачи измерения значений напряжения, тока, мощности в разных точках энергосистемы. Задачи измерения очень разнообразные и в ряде из них использование любой фильтрация в принципе не приемлемо. Например, это относится к замеру мгновенных значений токов плеч быстродействующих дифференциальных защит. Фильтрация больше подходит в качестве способа замера интегральных значений сигналов таких, как среднее или среднеквадратичное (действующее) значения за период. Отсюда вытекает то, что длительность получения результата замера сопоставима или существенно превышает длительность периода промышленной частоты. Кроме того, любой фильтр и аналоговый, и цифровой даёт собственный переходный процесс у выходного сигнала, длительность которого мо-

жет достигать нескольких периодов промышленной частоты. То есть фильтрацию можно применять в качестве способа измерения значений сигналов в тех задачах, в которых быстроедействие не играет важной роли.

Рассмотрим способ замера среднего значения синусоидального сигнала с помощью цифровых фильтров. Такой подход может применяться преимущественно для замера значения напряжения в любой точке электрической сети. Замер значений тока рассматриваемым способом нецелесообразно по причине очень быстрого и непрерывного их изменения в соответствии с графиком нагрузки. Кроме того, переходные процессы в энергосистеме сопровождаются появлением свободной составляющей именно в токе, а не в напряжении. Сюда добавляется ещё сильное искажение токовых сигналов во время переходных процессов из-за насыщения трансформаторов тока, к которым подключаются вторичные цепи систем измерения.

Суть способа заключается в следующем. Напомним, что любой периодический сигнал можно разложить в ряд Фурье:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)). \quad (6)$$

Здесь $\omega_1 = 2\pi/T$ – круговая частота, соответствующая периоду повторения сигнала, равному T . Входящие в формулу (6) кратные ей частоты $k\omega_1$ называются гармониками; гармоники нумеруются в соответствии с индексом k ; частота $\omega_k = k\omega_1$ называется k -й гармоникой сигнала. Коэффициенты ряда рассчитываются по формулам:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(k\omega_1 t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(k\omega_1 t) dt. \quad (7)$$

Константа a_0 рассчитывается по общей формуле для a_k . Ради этой общности и введена несколько странная на первый взгляд форма записи в выражении (6) постоянного слагаемого с делением на два. Само же это слагаемое и представляет собой среднее значение за период [5]:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt. \quad (8)$$

Как видно по формулам (6) – (8) преобразование Фурье требуют намного более сложных математических вычислений по сравнению с алгоритмом цифровой фильтрации по выражению (5). Поэтому способы замера значений отдельных гармоник с помощью фильтрации оказываются гораздо проще в математическом плане, а значит, их гораздо легче запрограммировать в микропроцессорах, да и к самим микропроцессорам тогда предъявляются меньшие технические требования. Однако, цифровые фильтры из-за не идеальности АЧХ и ФЧХ проигрывают преобразованию Фурье в точности.

Итак, задача замера среднего значения сводится к выделению с помощью фильтров постоянной составляющей или нулевой гармоники, которая имеет строго определённое и неизменное во времени соотношение с амплитудой измеряемого сигнала. То есть, зная среднее значение, можно рассчитать и амплитудное, и действующее значения измеряемого сигнала. Но на вход фильтра необходимо подавать сигнал, предварительно прошедший двухполупериодный выпрямитель. Это связано с тем, что среднее значение синусоидального сигнала за полный период равно нулю, поскольку синусоида симметрична относительно оси времени. Если формуле (8) проинтегрировать синусоидальный сигнал на половине периода, то получим вполне определённое ненулевое значение, которое всегда будет меньше амплитуды в $\pi/2 = 1.57$ раза. То же самое получим, если интегрировать выпрямленный синусоидальный сигнал.

Проектирование фильтра требует предварительного спектрального анализа выпрямленной синусоиды. Гармонический состав такого сигнала следующий: нулевая гармоника (0 Гц) составляет 90.6%, первая гармоника (100 Гц) – 9% и вторая гармоника (200 Гц) – 0.4%. Это означает, что АЧХ фильтра должна иметь максимум с коэффициентом передачи, равным единице, для нулевой гармоники и два минимума с коэффициентом передачи, равным нулю, для первой и второй гармоник.

Такая АЧХ оказывается довольно сложной, поэтому расчёт фильтра делится на два более простых этапа, что иллюстрируется рис. 5. Сначала рассчитываются два простых фильтра низших частот. Один из них имеет АЧХ с максимумом на 0 Гц и минимумом на 100 Гц, которая обозначена номером 1 на рис. 5. Номером 2 обо-

значена АЧХ второго фильтра, предназначенного для полного заграждения второй гармоники с частотой 200 Гц. Затем производится свёртка этих двух характеристик с помощью стандартной функции `conv`. В результате получаем требуемую обобщённую АЧХ с номером 3.

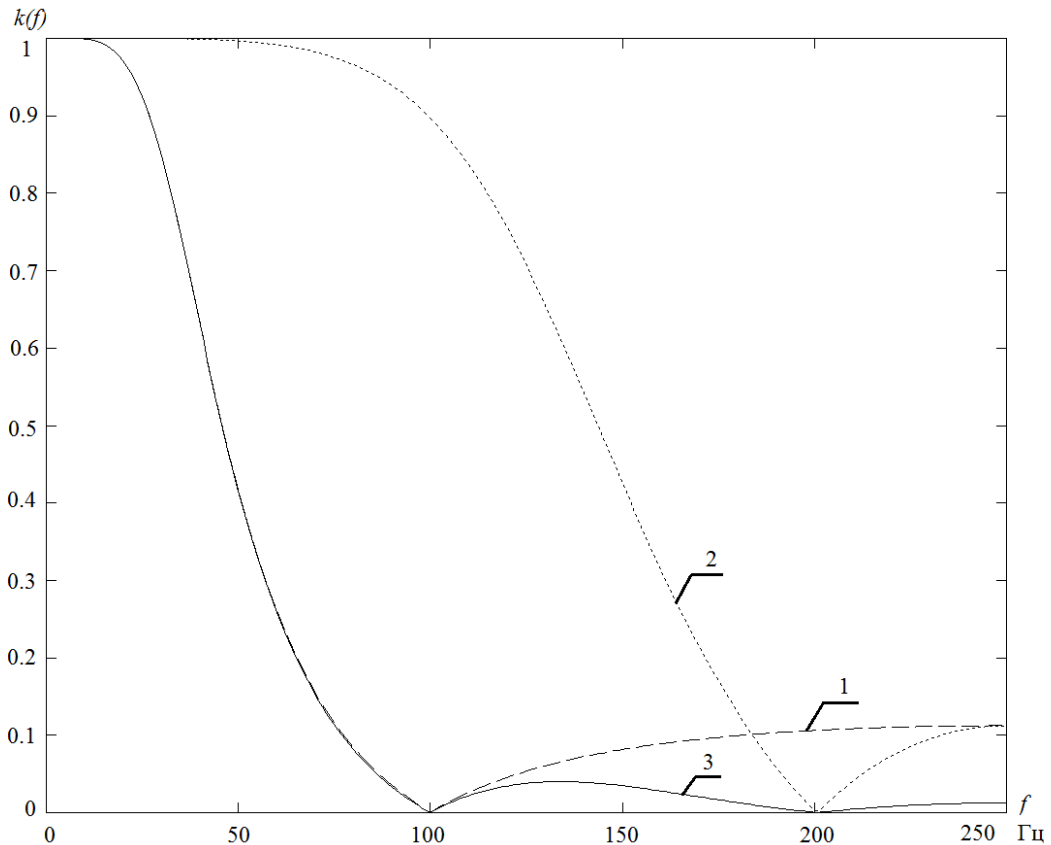


Рис. 5. АЧХ фильтра для замера среднего значения

На рис. 6 показана работа спроектированного фильтра. Входной сигнал в виде выпрямленной синусоиды с амплитудой 10 обозначен номером 1, а его цифровые отсчёты – точками. Кривая номер 2 представляет собой выходной сигнал фильтра, то есть выделенную постоянную составляющую или среднее значение. Как видно из этого рисунка в течение примерно полутора – двух периодов промышленной частоты (или трёх – четырёх периодов входного сигнала) имеет место переходный процесс, вызванный самим фильтром. Он заключается в том, что выходной сигнал достигает нужной формы в виде горизонтальной прямой и нужного значения, равного $10/1.57 = 6.37$, спустя 30 – 40 мс. Как уже упоминалось, переходный процесс – это

неотъемлемое свойство абсолютно любых фильтров, что и является их главным недостатком.

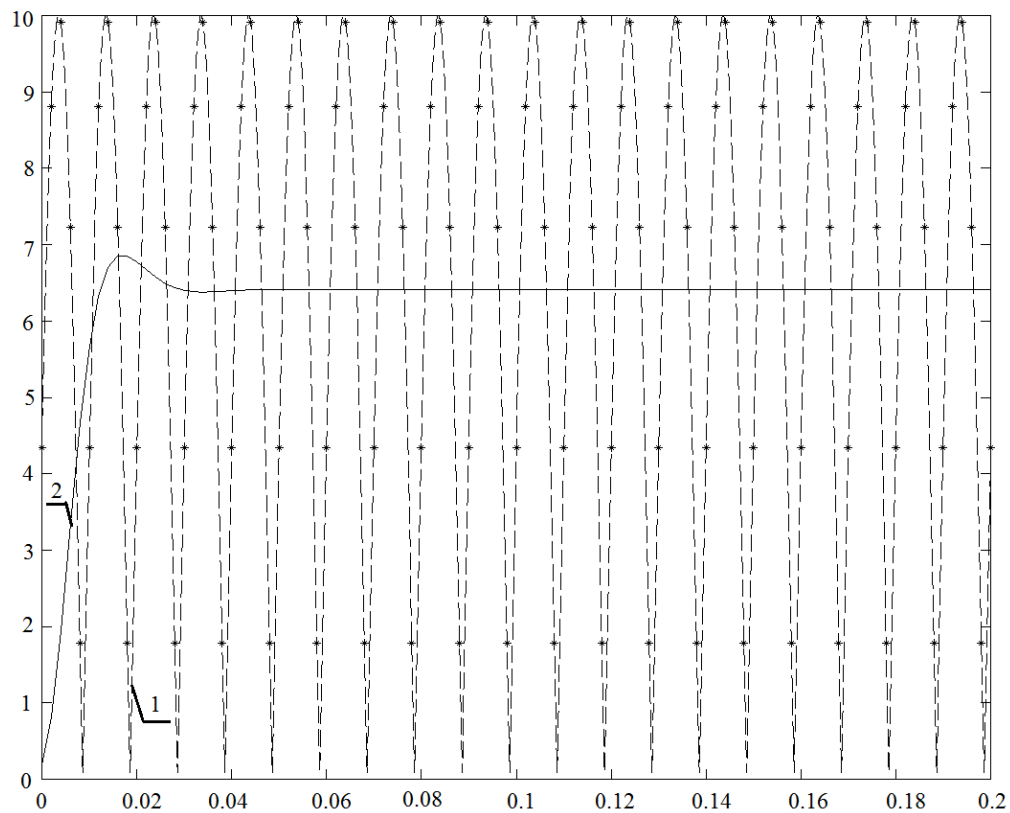


Рис. 6. Входной (1) и выходной (2) сигналы при замере среднего значения

Ниже приведён текст программы, реализующей рассмотренный фильтр.

```
clear; clc;
tk=0.2;
fs=500;
f=50.0;

t = 0:1/fs:tk;
w=f*2*pi;

ff=0:1:250;

[b1, a1]=ellip(2, 0.0036, 19, 18.6/fs);%фильтр №1
[b2, a2]=ellip(2, 0.001, 19, 57.4/fs); %фильтр №2

b=conv(b1, b2);%свёртка - конечный фильтр №3
a=conv(a1, a2);%свёртка - конечный фильтр №3
```

```

A=10;
Ip = A*sin(w*t+pi/7);
I = abs(Ip);
Is=filter(b,a,I);

t1=0:0.0001:tk;
I1 = abs(A*sin(w*t1+pi/7));

[h,f]=freqz(b, a, ff, fs);
[h1,f1]=freqz(b1, a1, ff, fs);
[h2,f2]=freqz(b2, a2, ff, fs);

sp=fft(I,512);
psp = sp.*conj(sp)/512;
fsp = fs*(0:255)/512;

figure(1);
clf;
plot(f1,abs(h1),'k--', f2,abs(h2),'k:', f,abs(h),'k');

figure(2);
clf;
plot(fsp,psp(1:256),'c'), grid;

figure(3);
clf;
plot(t,I,'k*', t,Is,'k', t,Is,'k', t1,I1,'k--');

```

Список литературы

1. Глазырин В.Е., Осинцев А.А., Танфильев О.В. Микропроцессорные релейные защиты блока генератор – трансформатор: учеб. пособие для вузов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2014. – 140 с.

2. Дьяков А.Ф., Овчаренко Н.И. Микропроцессорная автоматика и релейная защита электроэнергетических систем: учебное пособие для вузов по направлению 140200 «Электроэнергетика». – М.: Издательский дом МЭИ, 2010. – 535 с.

3. Дьяков А.Ф., Овчаренко Н.И. Микропроцессорная релейная защита и автоматика электроэнергетических систем: учебное пособие для студентов вузов. – М.: Изд-во МЭИ, 2000. – 199 с.

4. Глазырин В.Е., Глазырин Г.В. Функциональные элементы УРЗА на операционных усилителях: учеб. пособие для вузов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. – 72 с.

5. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 758 с.