

Динамика вращательного движения твердого тела. Законы сохранения при вращательном движении.

АБСОЛЮТНО ТВЕРДОЕ ТЕЛО —

**модельное понятие
классической механики,
обозначающее совокупность
материальных точек, расстояния
между которыми сохраняются в
процессе любых движений,
совершаемых этим телом.**

- **Всякое твердое тело можно рассматривать как систему из n материальных точек и масса m тела есть сумма масс всех этих точек:**

$$m = \sum_{i=1}^n m_i$$



- **Вращательным движением твердого тела** вокруг закрепленной оси называют такое движение, при котором каждая точка тела, кроме тех, что лежат на оси вращения движения, движется по окружности в плоскости перпендикулярной оси вращения, с центром, лежащей на этой оси.

аналогии

**Динамика
прямолинейного
движения**

**Динамика
вращательного
движения**

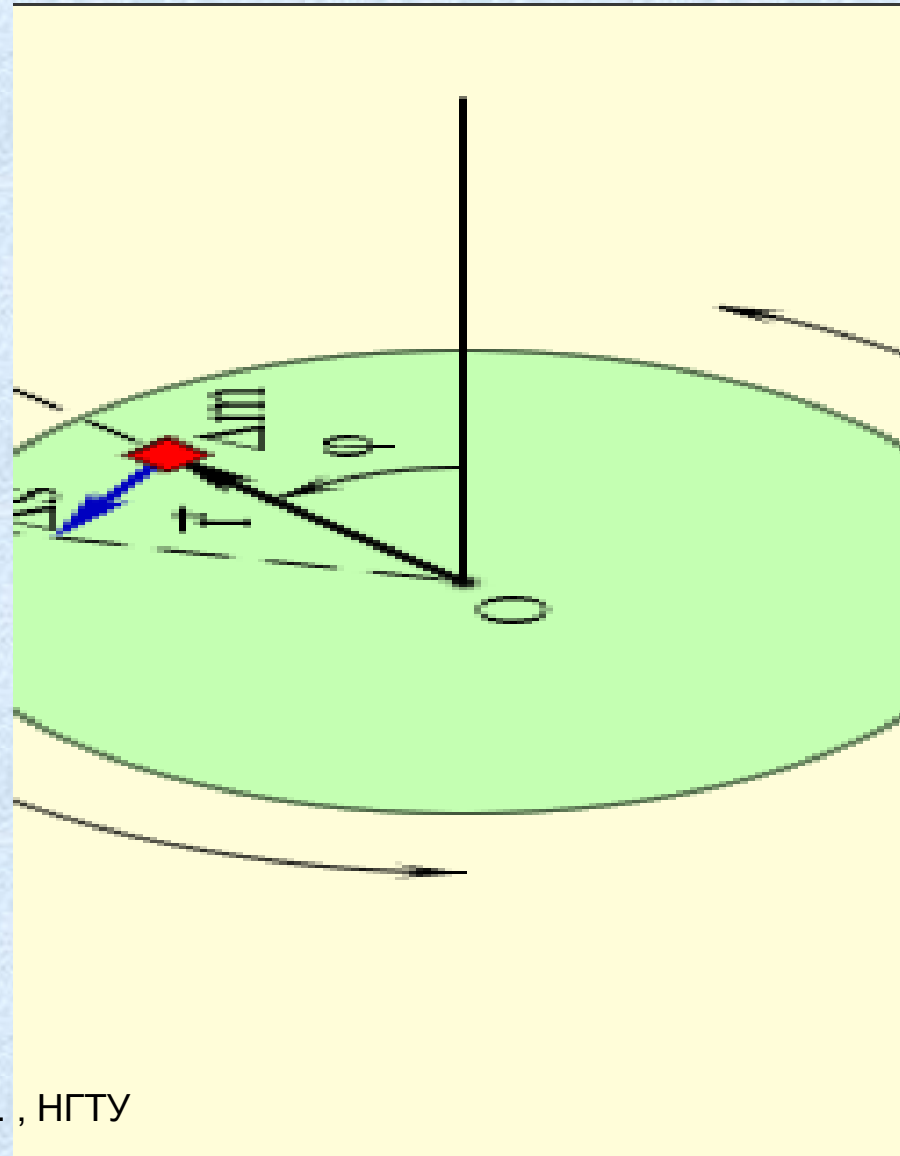
Путь S
Скорость V
Ускорение a
Сила F
Масса m
Импульс P

Угол поворота φ
Угловая скорость ω
Угловое ускорение ε
Момент силы M
Момент инерции J
Момент импульса L

Угол поворота φ

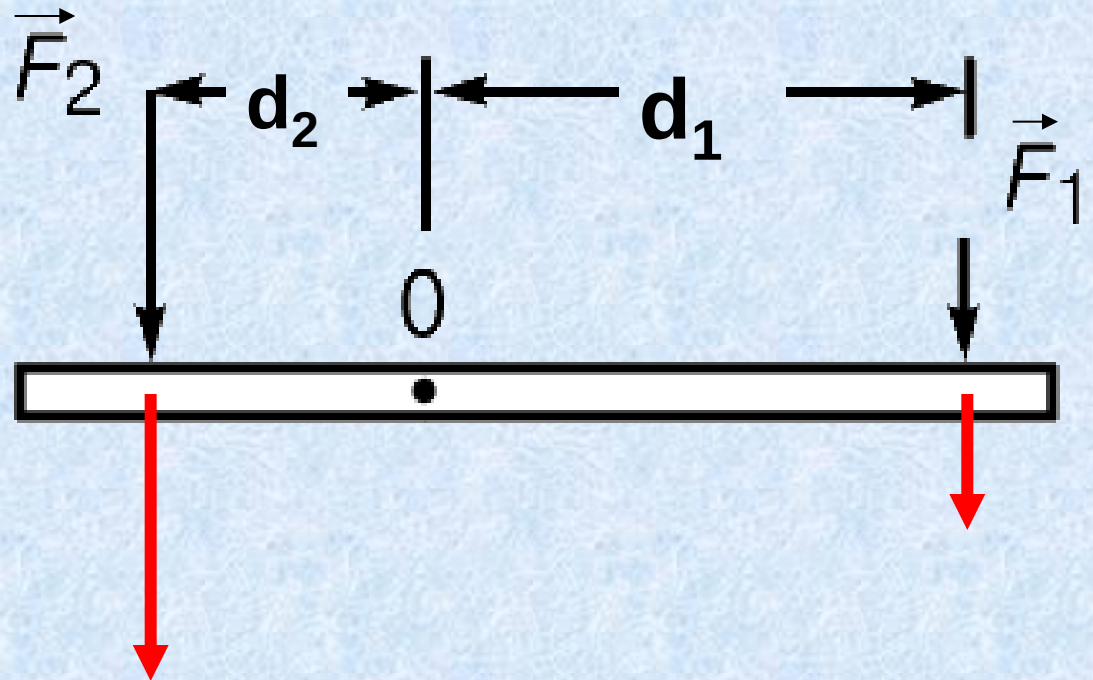
Угловая скорость ω

Угловое ускорение ε



Момент силы.

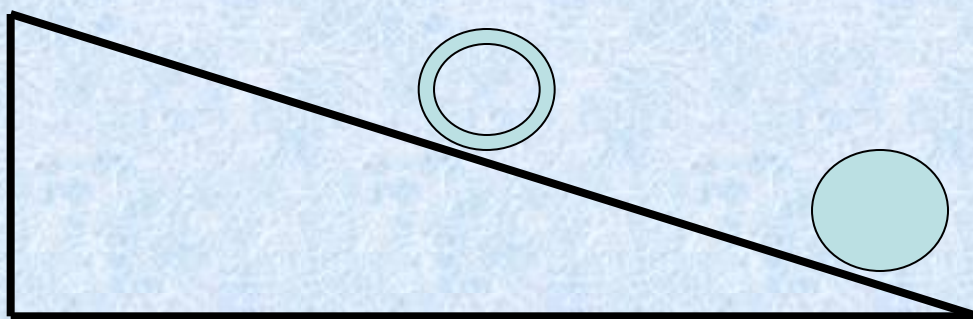
Момент силы - величина, характеризующая вращательный эффект силы при действии ее на твердое тело.



$$M = F \cdot d$$

Момент инерции-

величина которая характеризует распределение массы в теле и наряду с массой является мерой инертных свойств тела, проявляющихся в процессе вращения.

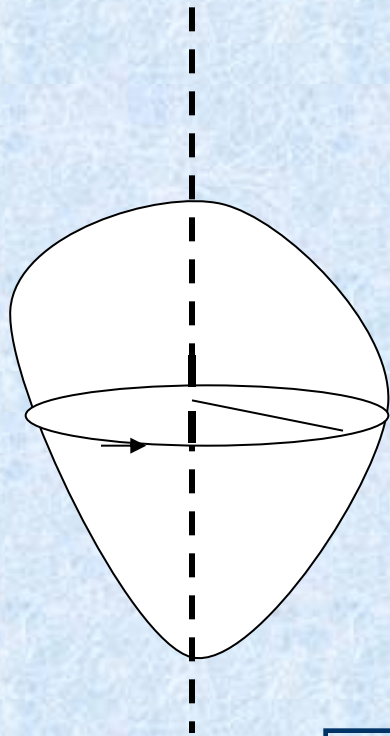


$$J = mr^2$$

$$[\text{Кг} \cdot \text{м}^2]$$

Если масса – внутреннее свойство данного тела, не зависящее от его движения, то момент инерции тела зависит от того, вокруг какой оси оно вращается. Для разных осей вращения моменты инерции одного и того же тела различны.

$$J_1 = m_1 r_1^2$$

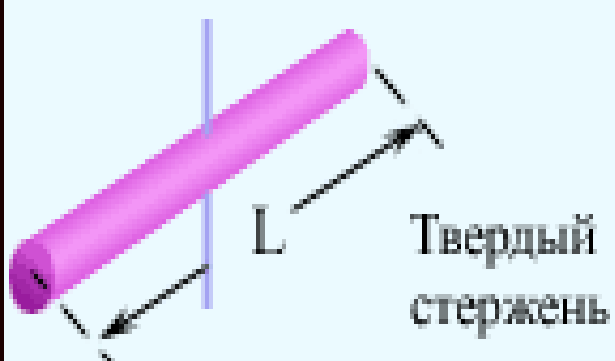


**Момент инерции системы
материальных точек равен
сумме моментов
составляющих эту систему**

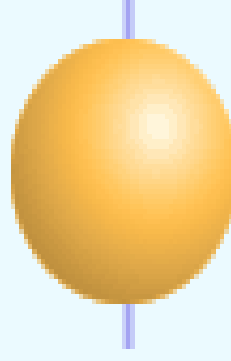
$$J = \sum_{i=1}^N J_i = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$$

Момент инерции различных тел

$$I_c = \frac{1}{12} ML^2$$

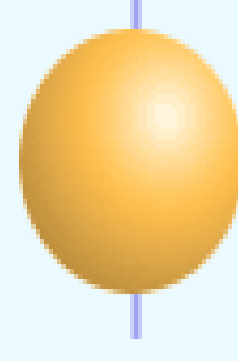


$$I_c = \frac{2}{5} MR^2$$



Шар

$$I_c = \frac{2}{3} MR^2$$

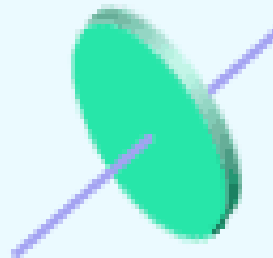


Тонкостенная
сферическая
оболочка

$$I_c = MR^2$$

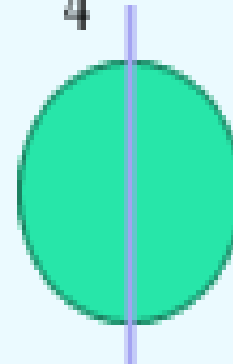


$$I_c = \frac{1}{2} MR^2$$



Диск

$$I_c = \frac{1}{4} MR^2$$



Диск

Момент импульса твердого тела

Момент импульса L – это величина, характеризующая меру вращательного движения твердого тела или системы тел и равен произведению момента инерции твердого тела и его угловой скорости

$$\vec{L} = J \vec{\omega}$$

Вектор момента импульса сонаправлен с вектором углового ускорения.

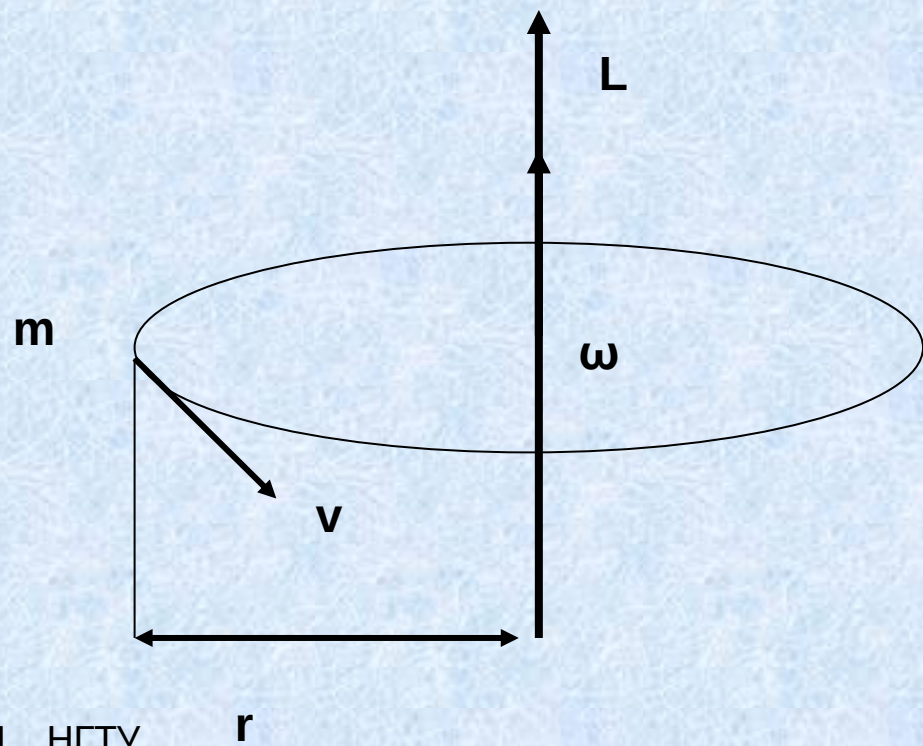
$$\left[\text{Кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с} \right]$$

**Момент импульса
твёрдого тела равен
векторной сумме
импульсов всех его
материальных точек**

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i$$

$$\vec{L}_i = m_i r_i^2 \vec{\omega}$$

$$\vec{L} = m \vec{v} r$$



Основное уравнение динамики вращательного движения абсолютно твердого тела

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{\vec{M}}{J}$$

$$\vec{M} = \frac{\Delta(J\vec{\omega})}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$$

Работа при вращательном движении

$$\Delta A = F \Delta S$$

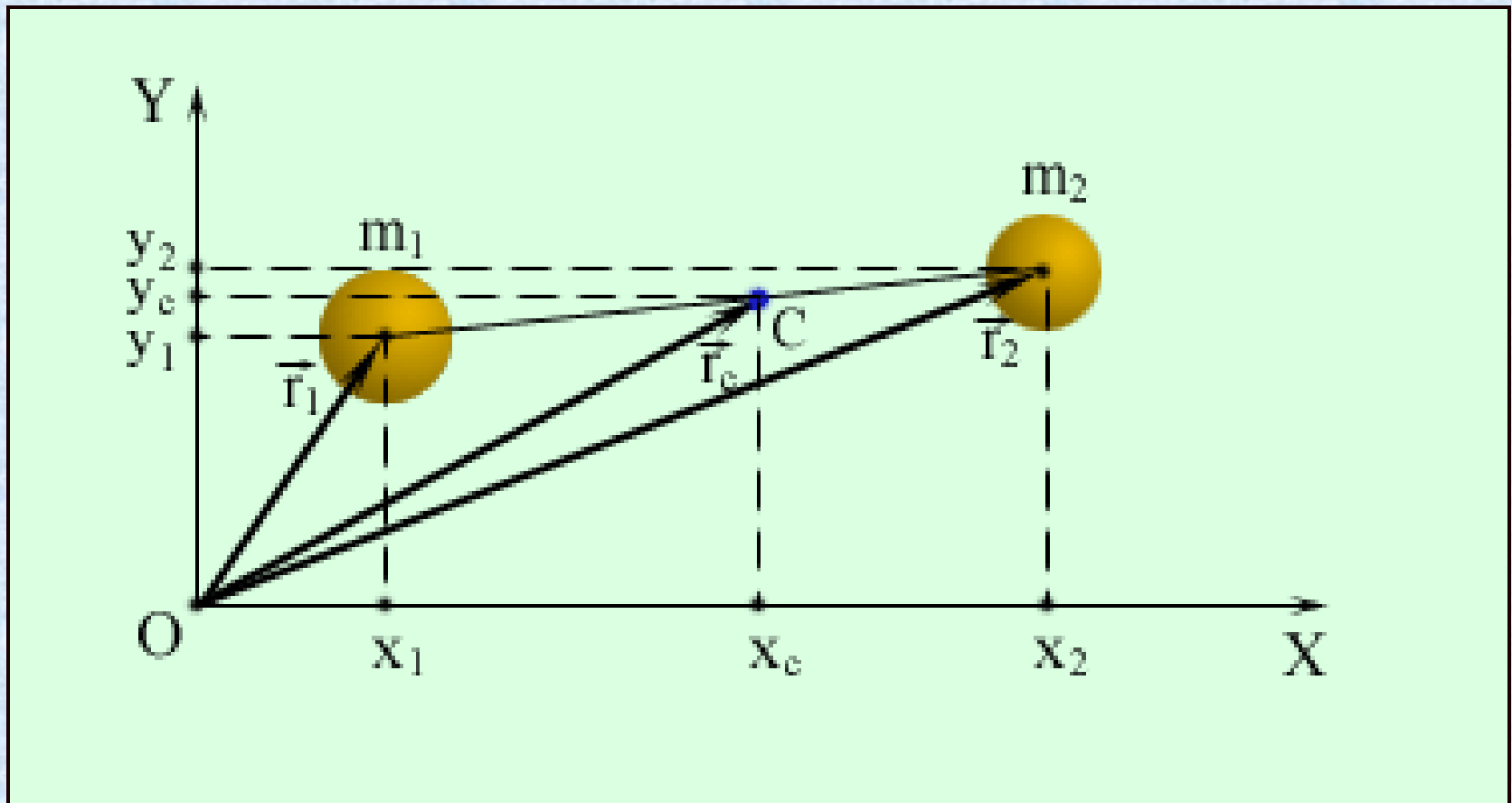
$$\Delta A = M \Delta \varphi$$

$$\Delta A = J \varepsilon \Delta \varphi$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

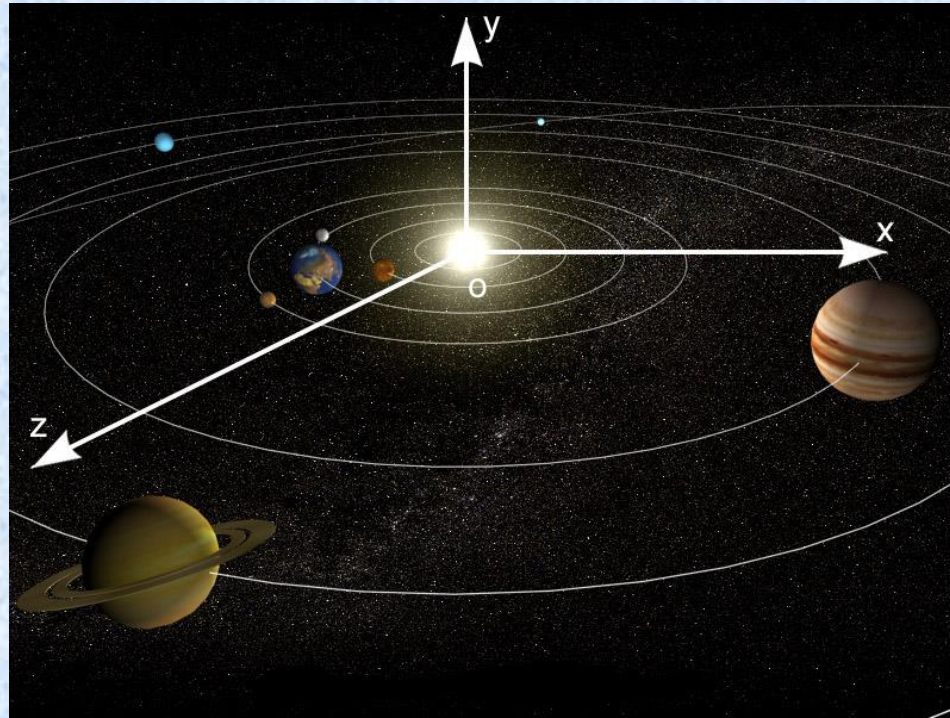
$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mr^2\omega^2}{2} = \frac{J\omega^2}{2}$$

Центр масс



$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}; \quad y_C = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}.$$

Закон сохранения момента импульса



$$\Delta L = 0, \text{ если } M = 0$$

$$L = I\omega = \text{const}$$

Пятаева И.Н. , НГТУ

Закон сохранения момента импульса

- справедлив для любой замкнутой системы тел.
- Он выполняется, например, при движении планет по эллиптическим орбитам вокруг Солнца (второй закон Кеплера)

