Лекция 35. Стационарное испарение капли

Испарение неподвижной капли

Испарение капли представляет собой диффузию паров вещества капли с ее поверхности в окружающую среду [12]. Плотность массового потока пара может быть посчитана по уравнению

$$j = -D\frac{\partial\rho}{\partial R}.$$

Скорость испарения капли (изменение массы в единицу времени)

$$G = \frac{\partial m}{\partial \tau} = -DA\frac{\partial\rho}{\partial R} = -4\pi R^2 D\frac{\partial\rho}{\partial R}, \qquad (6.26)$$

где ρ – абсолютная концентрация пара.

На поверхности капли ($R = R_0$) концентрация пара $\rho_{\text{нас}}$ соответствует условиям насыщения при температуре поверхности, а в окружающей среде ($R = \infty$) концентрация пара равна ρ_∞. Интегрируя уравнение (6.26) в указанных пределах, получим для стационарного испарения ($G = \text{const}$):

$$\frac{\partial m}{\partial \tau} = G = 4\pi D\left(\rho_{\text{нас}} - \rho_\infty\right)R_0. \qquad (6.27)$$

Скорость испарения капли прямо пропорциональна радиусу капли, коэффициенту диффузии паров и перепаду концентраций.

Так как в процессе испарения капли происходит уменьшение ее радиуса, скорость испарения является переменной величиной (уменьшается в процессе испарения). Поэтому при строгом подходе испарение капли следует рассматривать как нестационарный процесс. Поэтому для произвольного момента времени уравнение (6.27) можно записать через текущий радиус капли R:

$$G = 4\pi D\left(\rho_{\text{нас}} - \rho_\infty\right)R.$$

Скорость испарения капли представляет собой скорость убывания ее массы во времени:

$$G = -\frac{\partial m_f}{\partial \tau} = -4\pi R^2 \rho_f \frac{\partial R}{\partial \tau},$$

где ρ_f – плотность вещества капли.

Приравнивая два последних уравнения и интегрируя при $\rho_{нас} = \mathrm{const}$ (испарение капли при постоянной температуре поверхности) и $\rho_\infty = \mathrm{const}$, получим:

$$R_0^2 - R^2 = K_v \tau, \qquad (6.28)$$

где K_v – константа испарения, м^2/с, которая при данных допущениях не меняется в процессе испарения.

$$K_v = \frac{2D(\rho_{нас} - \rho_\infty)}{\rho_f}.$$

Из уравнения (6.28) следует, что при испарении неподвижной капли ее поверхность меняется во времени линейно (закон Срезневского). Время испарения капли найдем при $R = 0$:

$$\tau = \frac{R_0^2}{K_v}.$$

При учете Стефанова потока константу испарения в уравнении (6.28) считают по соотношению

$$K_v^* = K_v \frac{P}{P^*},$$

где поправка

$$\frac{P}{P^*} = \frac{\lg \dfrac{P - P_{п.\infty}}{P - P_{нас}}}{P_{нас} - P_{п.\infty}}.$$

Чем больше величина $P_{нас}/P$, тем больше P/P^* и, соответственно, скорость испарения. При малых значениях $P_{нас}/P$ величина $P/P^* \to 1$.

При квазистационарном испарении поверхность капли имеет *равновесную температуру* $T_\text{р}$, которая является температурой мокрого термометра. При температуре $T_\text{р}$ имеет место равенство тепловых потоков, выражаемое уравнением

$$4\pi R^2 \alpha \left(T_f - T_\text{р}\right) = rG.$$

Заменяя G согласно уравнению (6.27) и полагая для неподвижной капли $\alpha = \lambda_f / R$, константу испарения можно получить в виде

$$K_v = \frac{2\lambda_f \left(T_f - T_\text{р}\right)}{\rho_f r}. \qquad (6.29)$$

В случае значительного перепада температур, и соответственно, интенсивного испарения, массовый поток пара G через скорость стефановского течения среды $G / A\rho_f$ будет оказывать влияние на тепловой поток в капле (так как поток теплоты и поток паров имеют встречные направления).

В этом случае в величину константы испарения по уравнению (6.29) вводят поправку

$$K_v = \frac{2\lambda_f \left(T_f - T_\text{р}\right)}{\rho_f r} \Phi,$$

где $\Phi = \dfrac{\ln\left[1 + \dfrac{c_{P\text{п}}}{r}\left(T_f - T_\text{р}\right)\right]}{\dfrac{c_{P\text{п}}}{r}\left(T_f - T_\text{р}\right)}$.

Поправка Φ учитывает влияние испарения на теплообмен. Если изменение энтальпии пара $c_{P\text{п}}\left(T_f - T_\text{р}\right)$ мало по сравнению со скрытой теплотой парообразования r, то $\Phi \to 1$. С ростом отношения $\dfrac{c_{P\text{п}}}{r}\left(T_f - T_\text{р}\right)$ величина Φ уменьшается. Так, при $\dfrac{c_{P\text{п}}}{r}\left(T_f - T_\text{р}\right) = 1$, $\Phi = 0,7$.

Изменение температуры паров около поверхности капли радиусом R_0 описывается уравнением

$$\frac{T - T_{\text{р}}}{T_f - T_{\text{р}}} = 1 - \frac{R_0}{R}.$$

С увеличением температуры среды температура $T_{\text{р}}$ также повышается, асимптотически приближаясь к температуре кипения при данном давлении. Температура $T_{\text{р}}$ практически не зависит от относительной скорости и диаметра капли, так как с изменением этих величин тепловой и массовый потоки меняются в одинаковой мере. С увеличением давления насыщенных паров диффузионный поток вещества от поверхности растет, вследствие чего разность температур $T_f - T_{\text{р}}$ возрастает, а температура стационарного испарения уменьшается.

При выборе теплофизических констант, входящих в уравнения (6.28) и (6.29), рекомендуется: теплоту парообразования r, давление насыщенного пара $P_{\text{нас}}$ брать при температуре поверхности капли $T_{\text{р}}$; коэффициенты диффузии D, теплоемкости паров $c_{P_{\text{п}}}$ при температуре $\dfrac{T_f - T_{\text{р}}}{2}$; коэффициент теплопроводности среды λ_f при температуре среды T_f.

Если капля лежит на плоской стенке и имеет форму полушария, то поля концентрации и температуры пара около ее поверхности не меняются (так как не нарушается сферическая симметрия), а в уравнение для скорости испарения необходимо ввести множитель 0,5.

Испарение капли при вынужденной конвекции. Летящая капля

В условиях вынужденной конвекции могут иметь место два режима испарения капель [12, 19]. Первый – когда скорость обтекания капли постоянна и в процессе испарения меняются только размеры капли. Второй – испарение летящей капли, когда одновременно меняются и размеры, и скорость движения капли.

Обдуваемая капля. В этом случае достаточно в выражения для скорости и константы испарения ввести поправки, учитывающие увеличение коэффициентов тепломассообмена.

Используя уравнения для скорости испарения с поправками на влияние Стефанова потока и взаимное влияние тепломассообмена, получим:

$$G = 2\pi RD\left(\rho_{\text{нас}} - \rho_{\infty}\right)\mathrm{Nu}\frac{P}{P^*} \text{ или } G = \frac{2\pi R\lambda_f}{r}\left(T_f - T_{\text{р}}\right)\mathrm{Nu}\cdot\Phi.$$

В табл. 6.1 приведен ряд зависимостей для диффузионного числа Нуссельта.

Таблица 6.1

Зависимость для диффузионного числа Нуссельта

Зависимости для числа Nu	Диапазон изменения параметров
$\mathrm{Nu} = 0{,}43\,\mathrm{Re}^{0,56}\,\mathrm{Sc}^{1/3}$	$5 < \mathrm{Re} < 400$
$\mathrm{Nu} = 2 + 0{,}55\,\mathrm{Re}^{0,56}\,\mathrm{Sc}^{1/3}$	$400 < \mathrm{Re} < 10^5$
$\mathrm{Nu} = 2 + 0{,}6\,\mathrm{Re}^{0,5}\,\mathrm{Sc}^{1/3}$	$\mathrm{Re} = 2\ldots750$
$\mathrm{Nu} = 2\left(1 + 0{,}15\,\mathrm{Re}^{0,6}\,\mathrm{Sc}^{0,6}\right)$	$\mathrm{Re} = 10^3\ldots1{,}6\cdot10^3$

Используя приближенное выражение для числа Нуссельта $\mathrm{Nu} = 0{,}55\,\mathrm{Re}^{0,5}\,\mathrm{Sc}^{1/3}$, получим (при $\mathrm{Re} > 2$)

$$-4\pi R^2\rho_f\frac{dR}{d\tau} = 2\pi RD\left(\rho_{\text{нас}} - \rho_{\infty}\right)\frac{P}{P^*}\mathrm{Nu}\frac{R^{0,5}}{R_0^{0,5}}.$$

Так как

$$\frac{2D}{\rho_f}\left(\rho_{\text{нас}} - \rho_{\infty}\right)\frac{P}{P^*} = K_v,$$

то

$$-2R^{0,5}dR = K_v\frac{\mathrm{Nu}}{2}\frac{1}{R_0^{0,5}}d\tau.$$

Интегрируя в пределах от $\tau = 0$, $R = R_0$ до текущих значений R и τ, получим:

$$2\frac{R_0^{1,5} - R^{1,5}}{1,5} = K_v \frac{\mathrm{Nu}}{2}\frac{1}{R_0^{0,5}},$$

и

$$1 - \overline{R}^{1,5} = \frac{3}{4} K_v \frac{\mathrm{Nu}}{2}\frac{\tau}{R_0^2}, \qquad (6.30)$$

где $\overline{R} = R / R_0$ – относительный радиус капли.

Из уравнения (6.30) следует, что в случае обдувания сферической капли потоком постоянной скорости линейно во времени меняется не ее поверхность R^2, а величина $R^{1,5}$. Проведенные исследования [15] испарения капель различных органических жидкостей подтвердили зависимость

$$\frac{dR^{1,5}}{d\tau} = \mathrm{const}.$$

Летящая капля. В процессе испарения летящей капли меняются одновременно ее размеры и скорость, а кроме того, форма и условия испарения по поверхности капли. При расчете необходимо учитывать силы аэродинамического сопротивления и тяжести, а также реактивную силу, возникающую при оттоке паров. Если капля совершает криволинейное движение, то необходимо учитывать массовые силы. Приближенный расчет испарения движущейся капли дает выражение вида:

$$1 - \overline{R}^{1,5} = \frac{K_v / R_0^2}{\dfrac{2 w_0 q}{\mathrm{Nu}}} \ln\left(1 - w_0 q \tau\right),$$

где $q = \dfrac{3}{2}\dfrac{c_f}{R_0}\dfrac{\rho_{\text{п}}}{\rho_f}$; w_0 – начальная скорость капли; Nu – диффузионное число Нуссельта, рассчитанное по w_0; c_f – коэффициент сопротивления движению капли.