

Упругие свойства ТВЕРДЫХ ТЕЛ

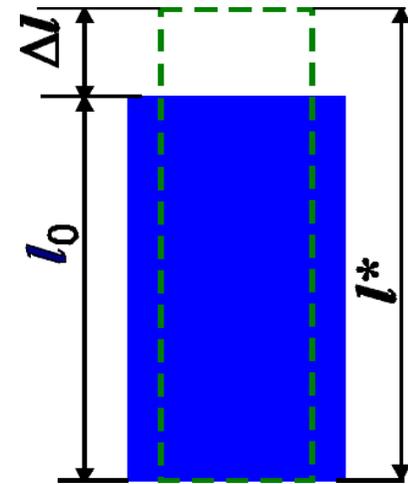
1. Введение

- **Механические свойства тел** – основные свойства конструкционных материалов, которые, с одной стороны, определяют их применение, а с другой – являются теми конкретными параметрами, значения которых контролируются и задаются в процессах получения и обработки материалов.
- Однако **механические свойства чрезвычайно важны также для всех функциональных и других материалов.** И при получении, и при обработке, и в процессе эксплуатации материалов возникают термомеханические напряжения или же на материал оказывается механическое давление.
- Для характеристики механических свойств разработаны целые **комплексы механических испытаний**, которые охватывают всю совокупность возможных механических воздействий на материал (поскольку твердое тело по-разному реагирует на деформацию и напряжения поверхностных и объемных слоев, неравномерность распределения деформаций и напряжений по объему, на скорость и цикличность приложения нагрузок и т.п.).
- **Конструктор должен уметь** правильно задать необходимые в каждом конкретном случае механические свойства и их значения.

2. Виды деформаций и напряжений

2.1. Деформация растяжения и сжатия

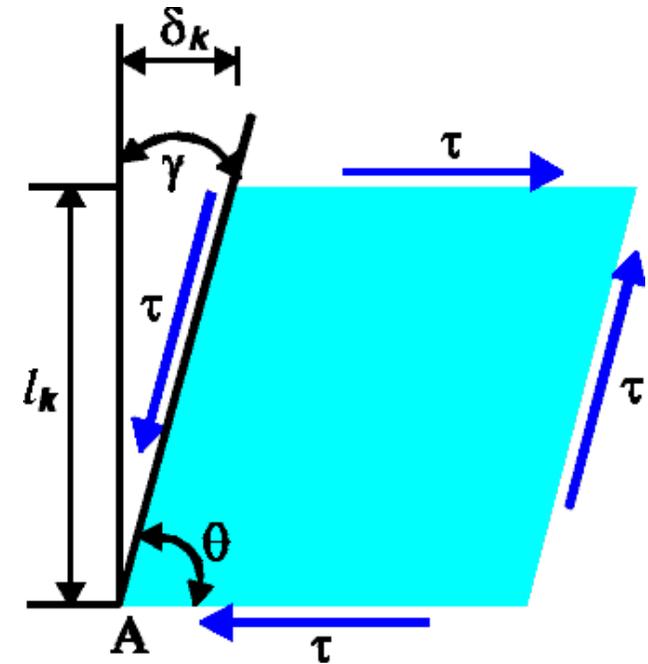
- Воздействие приложенных внешних сил (нагрузок) вызывает **деформацию** – изменение формы и размеров тела.
- Простейшие виды деформации – **растяжение** и **сжатие**, **сдвиг**, **кручение**, **изгиб**.
- Деформация может вызываться как механическими воздействиями, так и тепловыми, магнитными, электрическими и др.
- $\Delta l = l^* - l_0$ – абсолютное удлинение образца (**абсолютная деформация**); l_0 – начальная длина и l^* – конечная длина образца.
- **Условная относительная деформация**: $\varepsilon = \Delta l / l_0$.
- Если $l^* > l_0$, то $\varepsilon > 0$, называемая **деформацией растяжения**. Если $\varepsilon < 0$, то это **деформация сжатия**.
- Условная деформация не является аддитивной величиной:
 $\varepsilon \neq \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.
- **Истинная относительная деформация** e учитывает изменимость длины при растяжении и является **аддитивной величиной**: $e = e_1 + e_2$.



$$e = \int_{l_0}^{l^*} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l^*}{l_0} = \ln(1 + \varepsilon)$$

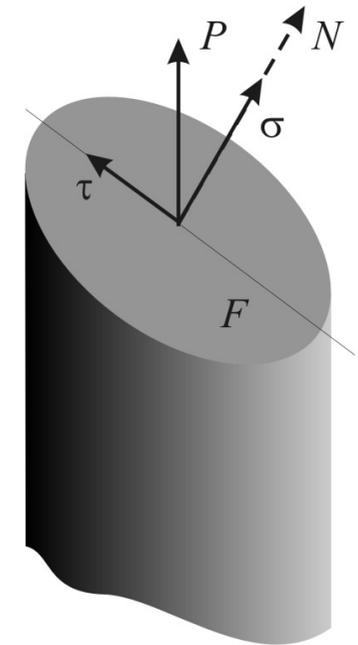
2.2. Поперечная деформация и деформация сдвига.

- Кроме деформации ε в направлении растяжения (сжатия) происходит деформация в поперечном направлении ε' .
- Если деформация упругая, то отношение **поперечной деформации** к **продольной** постоянно: $\varepsilon' = -\nu\varepsilon$, $\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu\varepsilon_z$, где ν – **коэффициент Пуассона**.
- При деформации сдвига в результате действия **касательного напряжения** τ начальный прямой угол в точке A становится острым углом θ . **Деформация сдвига** γ в точке A определяется как $\gamma = \pi / 2 - \theta$.
- Так как деформация обычно мала, то можно использовать приближение: $\text{tg}(\gamma) \approx \gamma$.
- Тогда $\gamma = \text{tg}(\pi / 2 - \theta) = \delta_k / \ell_k$.



2.3. Напряжения

- Под действием приложенных внешних сил P в теле возникают внутренние силы, оказывающие сопротивление деформации. Мерой этих внутренних сил является **напряжение** – внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади данного сечения тела.
- Напряжения подразделяются на **нормальные** σ , направленные по нормали к плоскости сечения образца, т. е. напряжения **растяжения** (положительные) или **сжатия** (отрицательные), и **касательные** τ , т. е. **скалывающие** или **сдвиговые** напряжения, перпендикулярные к нормали, так как приложенная сила P часто не перпендикулярна к плоскости выбранного сечения образца.
- **Истинные** напряжения (нормальные S и касательные t) определяют отнесением к фактическому значению площади сечения, а **условные** (σ и τ соответственно) – к начальному.
- По причинам возникновения напряжения подразделяют на **временные** – обусловленные действием внешней нагрузки и исчезающие после ее снятия, и **внутренние** – **остаточные напряжения**, возникающие и уравнивающиеся в пределах тела без действия внешней нагрузки.
- **Остаточные** напряжения могут быть **термическими** – следствие неоднородности расширения или сжатия поверхностных и внутренних слоев материала из-за неравномерности нагрева или охлаждения. **Фазовые** остаточные напряжения возникают в результате неоднородной деформации при фазовых превращениях.

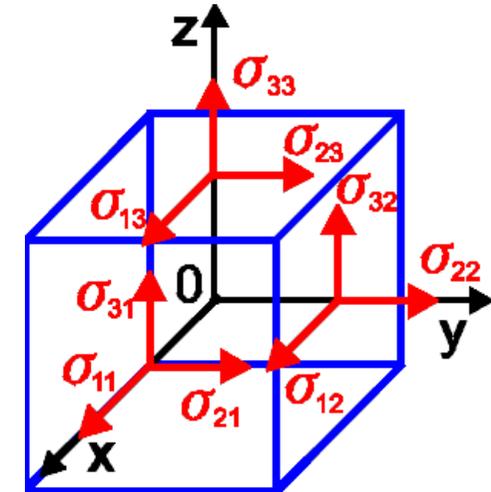


3. Закон Гука

- При приложении к твердому телу механической нагрузки вначале происходит **упругая деформация**, исчезающая после снятия нагрузки.
- При этом **необратимая деформация** может оказаться ничтожно малой, но ее наличие проявляется в так называемом **упругом гистерезисе**.
- Согласно **элементарному закону Гука** для изотропного тела в направлении приложения внешней силы упругая деформация линейно связана с напряжением: $\sigma = E\varepsilon$, где E – **модуль Юнга** (модуль **упругости**).
- **Элементарный закон Гука для сдвиговой деформации** при действии касательных напряжений: $\tau = G \cdot \text{tg } \gamma$, где G – **модуль сдвига**; γ – деформация сдвига; обычно $\text{tg } \gamma \approx \gamma$. Связь между E и G определяется через коэффициент Пуассона: $G = E / 2(1 + \nu)$.
- **Модуль упругости E характеризует сопротивляемость материала упругой деформации: чем больше модуль упругости, тем меньше деформация при заданной нагрузке.**

3.1. Закон Гука для трехмерной деформации

- **Обобщенный закон Гука** для изотропного тела выглядит следующим образом:
 - для удлинения вдоль i -й оси $\varepsilon_{ii} = [\sigma_{ii} - \nu(\sigma_{jj} + \sigma_{kk})] / E$,
 - для сдвигов $\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} / G$.
- Для анизотропных твердых тел, которыми являются кристаллы (монокристаллы) **закон Гука**: $\sigma_{ij} = E_{ijkl}\varepsilon_{kl}$, коэффициентами пропорциональности являются компоненты **тензора модулей упругости**, образующие тензор четвертого ранга.
- Деформированное состояние в данной точке твердого тела характеризуют девять величин, составляющие тензор второго ранга – **тензор деформации**. Тензор является симметричным, $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$, т.е. только шесть из девяти компонентов тензора деформаций независимы. Отметим, что компоненты главной диагонали тензора описывают **удлинение или сжатие**, а остальные компоненты тензора описывают **деформацию сдвига**.
- Напряженное состояние в каждой точке тела характеризуется девятью величинами σ_{ij} , которые являются компонентами тензора второго ранга – **тензора механических напряжений**.
- Тензор симметричен, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Компоненты главной диагонали тензора – **нормальные напряжения**, а остальные – **касательные напряжения**.

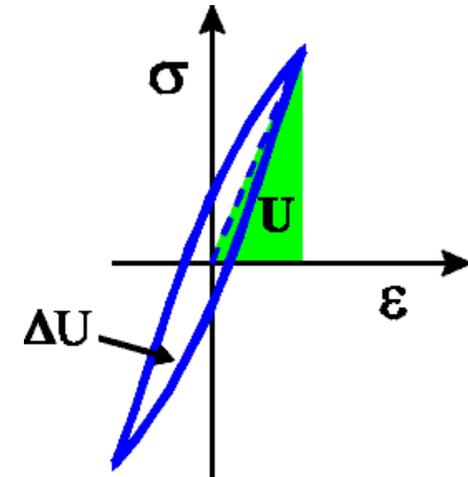


$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{vmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{vmatrix}$$

4. Упругий гистерезис

- **Гистерезис** – явление, которое состоит в том, что физическая величина, характеризующая состояние тела, неоднозначно (не только в данный момент времени, но и в предшествующие моменты времени) зависит от физической величины, характеризующей внешние условия. Неоднозначная зависимость величин наблюдается в любых реальных (**необратимых**) процессах, так как для изменения состояния тела всегда требуется определенное время, и реакция тела отстает от вызывающих ее причин.
- **Упругий гистерезис** – отставание деформации упругого тела от напряжения по *фазе*, в связи с чем в каждый момент времени величина деформации тела является результатом его предыстории. При циклическом приложении нагрузки и разгрузки тела диаграмма, изображающая зависимость деформации ϵ от напряжений σ , дает **петлю гистерезиса упругости**.
- Площадь петли ΔU пропорциональна доле удельной энергии упругости, перешедшей в тепло. Для оценки величины гистерезиса упругости пользуются отношением $\Psi = \Delta U / U$, где U – удельная энергия упругой деформации. У металлических материалов в пределах упругости $\Psi < 1$, у резиноподобных веществ, пластмасс и у металлов после больших пластических деформаций может быть $\Psi \gg 1$.



Динамический гистерезис упругости наблюдается при высоких частотах и небольших деформациях.
Статический – имеет место как при статических, так и при циклических нагрузках под действием напряжений, близких к *пределу упругости*.