

1. Основные законы электрических цепей. Эквивалентные преобразования электрических схем.

Цель лекции: ознакомиться с основными законами и эквивалентными преобразованиями в электрических цепях.

1.1 Основные законы электрических цепей

Основными законами электрических цепей являются законы *баланса токов* в узлах электрической цепи – первый закон Кирхгофа и *баланса напряжений* в замкнутых контурах цепи – второй закон Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов в любом узле цепи равна нулю:

$$\sum I_i = 0.$$

Токам, направленным к узлу присвоим знак "плюс", а токам, направленным от узла – знак "минус", (можно и наоборот, важно лишь, чтобы знаки были противоположными у входящих и выходящих токов).

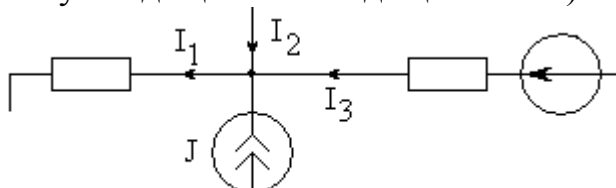


Рис. 1.1

Запишем уравнение по первому закону Кирхгофа для участка схемы на рис. 1.1:

$$-I_1 + I_2 + I_3 + J = 0.$$

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма падений напряжений на элементах любого замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС этого контура:

$$\sum U_k = \sum E_i.$$

Для определения знаков слагаемых в уравнении необходимо произвольно выбрать положительное направление обхода контура. Падения напряжения на элементах контура записывают в левую, а ЭДС записывают в правую часть уравнения со знаком "плюс", если направления их совпадают с положительным направлением обхода контура, и со знаком "минус", если не совпадают. Например, для внешнего контура схемы на рис. 1.2 запишем уравнение по второму закону Кирхгофа. Произвольно выберем положительное направление обхода контура, например, по часовой стрелке, получим:

$$I_1 \cdot (R_{i1} + R_1) - I_2 \cdot (R_{i2} + R_2) = E_1 - E_2.$$

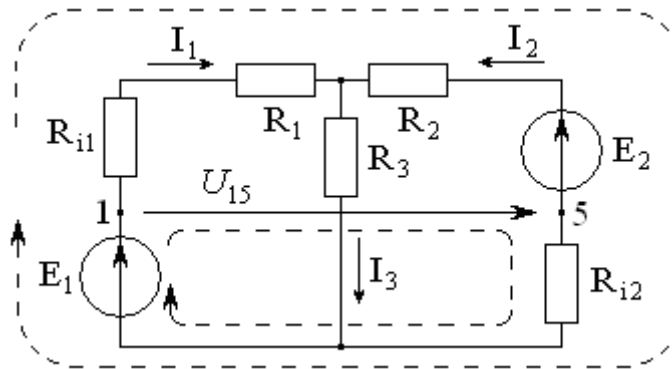


Рис. 1.2

Наряду с законами Кирхгофа, в линейных электрических цепях используется закон Ома для участка цепи.

Закон Ома для участка цепи (обобщенный закон Ома) справедлив для участка ветви (общее выражение)

$$I = \frac{U_{ab} + \sum E}{\sum R}$$

где: $\sum R$ – сумма сопротивлений участка ветви "ab";

$\sum E$ – алгебраическая сумма ЭДС на участке ветви "ab";

$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$ – падение напряжения на участке ветви "ab".

Потенциал узла, из которого ток вытекает, записывают со знаком "плюс", а потенциал узла, куда ток втекает, со знаком "минус". ЭДС записывают со знаком "плюс", если она совпадает с направлением тока и, со знаком "минус", если не совпадает.

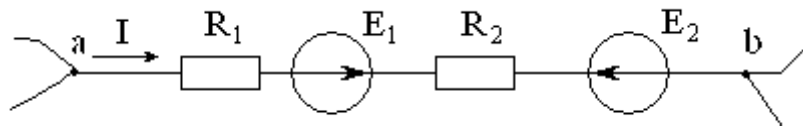


Рис. 1.3

Для участка ветви "ab" представленной на рис. 1.3 уравнение, записанное по закону Ома для участка цепи, имеет вид

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_{ab} + E_1 - E_2}{R_1 + R_2}.$$

Это уравнение можно привести к виду

$$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 - U_{ab} = E_1 - E_2.$$

Необходимо обратить внимание, что полученное уравнение соответствует уравнению, записанному по второму закону Кирхгофа для контура, образованного рассматриваемой ветвью и стрелкой напряжения U_{ab} (рис. 1.4).

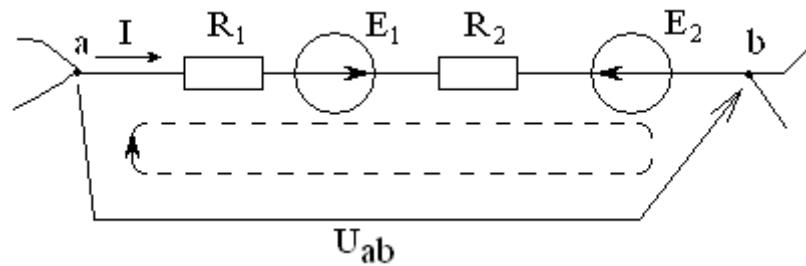


Рис. 1.4

Таким образом, второй закон Кирхгофа можно использовать для определения напряжения между любыми двумя точками цепи. Для этого, необходимо произвольно выбрать контур из нескольких или одной ветви и стрелки, обозначающей искомое напряжение и записать для этого контура уравнение по второму закону Кирхгофа. Затем выразить из этого уравнения искомое напряжение. Например, для определения напряжения U_{15} в цепи, схема которой представлена на рис. 1.2, выберем контур: стрелка напряжения U_{15} , E_2 , R_{i2} и E_1 . Направление обхода контура выберем, например, по часовой стрелке. Запишем для выбранного контура уравнение $U_{15} - I_2 \cdot R_{i2} = -E_2 + E_1$. Выразим из него искомое напряжение $U_{15} = -E_2 + E_1 + I_2 \cdot R_{i2}$.

1.2 Эквивалентные преобразования в электрических цепях

Применяя законы Кирхгофа и Ома можно получить формулы для эквивалентных преобразований в электрических цепях. **Эквивалентным** называется преобразование, при котором *напряжения и токи* в оставшейся части схемы, не подвергшейся преобразованию, *остаются прежними*.

Последовательно соединенные сопротивления можно заменить эквивалентным, величина которого R_3 , на основании второго закона Кирхгофа, равна сумме последовательно включенных сопротивлений (см. рис. 1.5).

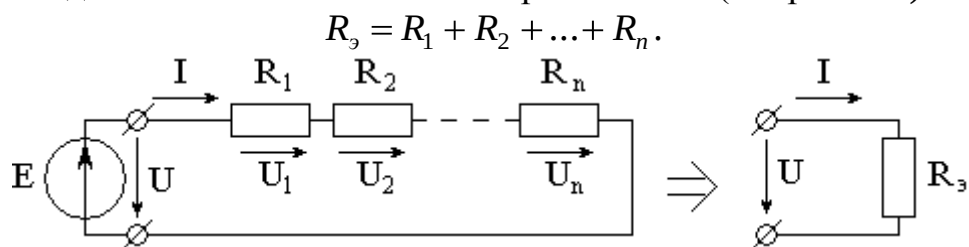


Рисунок 1.5

Параллельно соединенные сопротивления можно заменить эквивалентным сопротивлением, проводимость которого $g_3 = 1/R_3$, на основании первого закона Кирхгофа, равна *сумме проводимостей* параллельно включенных сопротивлений (см. рис. 1.6)

$$g_3 = g_1 + g_2 + \dots + g_n \quad \text{или} \quad \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

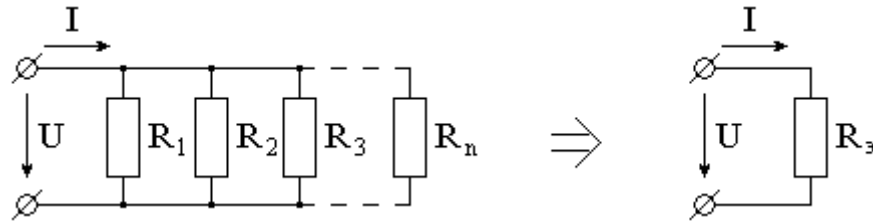


Рис. 1.6

Широко распространены схемы с двумя параллельно включенными сопротивлениями. Эквивалентное сопротивление в этом случае равно

$$R_9 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Встречаются схемы, в которых отсутствуют сопротивления, включенные последовательно или параллельно, например, мостовая схема, изображенная на рис. 1.7. Определить эквивалентное сопротивление этой схемы относительно ветви с источником ЭДС описанными выше методами нельзя. Если же заменить треугольник сопротивлений R_{12} , R_{23} и R_{31} , включенных между узлами 1, 2 и 3, трехлучевой звездой сопротивлений R_1 , R_2 и R_3 , лучи которой расходятся из точки 0 в те же узлы, эквивалентное входное сопротивление полученной схемы можно легко определить.

Преобразование пассивного треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду. Сопротивление луча эквивалентной звезды сопротивлений равно произведению сопротивлений прилегающих сторон треугольника, деленному на сумму сопротивлений всех сторон треугольника.

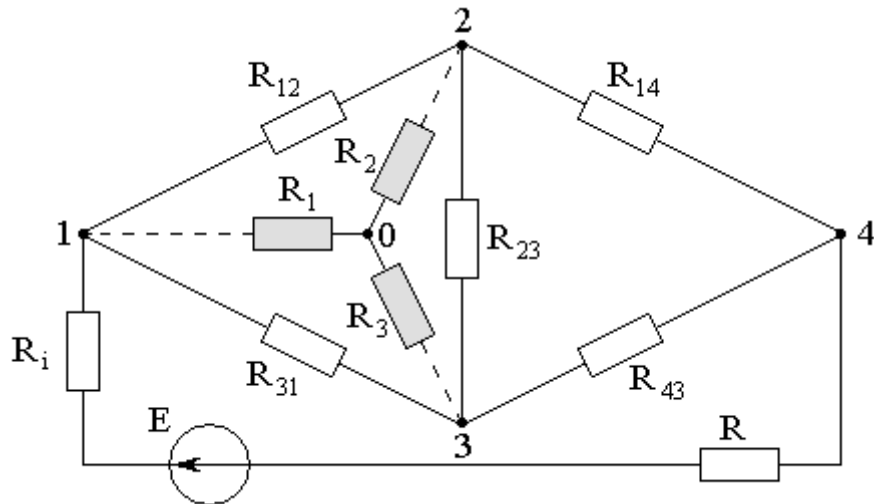


Рис. 1.7

В соответствии с указанным правилом, сопротивления лучей звезды определяются по формулам:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}.$$

Эквивалентное входное сопротивление полученной схемы определяется по формуле

$$R_9 = R_i + R_1 + \frac{(R_2 + R_{14}) \cdot (R_3 + R_{43})}{R_2 + R_{14} + R_3 + R_{43}} + R.$$

Сопротивления R_i , R_1 и R включены последовательно, а ветви с сопротивлениями $(R_2 + R_{14})$ и $(R_3 + R_{43})$ соединены параллельно (рис. 1.8).

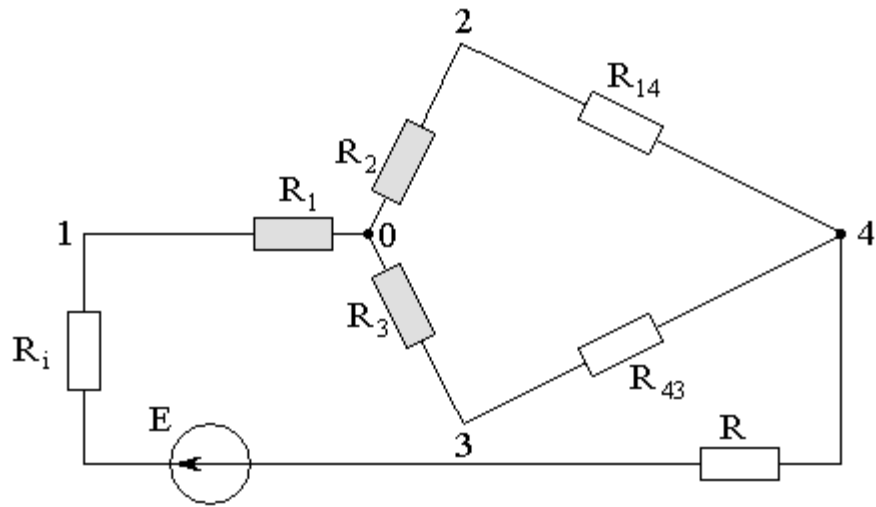


Рис. 1.8

Преобразование пассивной звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник.

Иногда для упрощения схемы полезно преобразовать звезду сопротивлений в эквивалентный треугольник. Заменим звезду сопротивлений R_1 , R_2 и R_3 (рис. 1.8) эквивалентным треугольником сопротивлений R_{12} , R_{23} и R_{31} , включенных между узлами 1, 2 и 3 (рис. 1.7).

Сопротивление стороны эквивалентного треугольника равно сумме сопротивлений двух прилегающих лучей звезды плюс их произведение, деленное на сопротивление оставшегося луча. Сопротивления сторон треугольника определяются по формулам:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}; \quad R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}; \quad R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}.$$