PDF-XChange Viewer
Click to buy NOW!
www.docu-track.com

Лабораторная работа № 2

ИЗМЕРЕНИЕ НАЧАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

В данной работе с помощью баллистического маятника определяются скорости пуль различных масс. Скорость пули и теоретическая зависимость скорости от массы рассчитываются на основе законов сохранения импульса и энергии.

Цель работы: сравнить экспериментально полученную зависимость скорости пули от массы с теоретической.

1. Описание установки и эксперимента

Определение начальной скорости снаряда методом баллистического маятника является одним из примеров использования на практике процесса неупругого удара.

Баллистический маятник (рис. 1) представляет собой подвешенный на длинных тонких нитях (или лёгком стержне) массивный цилиндр массы M , заполненный пластилином. В цилиндр в горизонтальном направлении стреляют пулей массы m из пружинного пистолета П , неподвижно закрепленного вблизи маятника. Пуля входит в пластилин на расстояние b (длина острия) и дальше продолжает двигаться вместе с маятником. В результате маятник отклоняется от положения равновесия. Максимальное отклонение регистрируется механизмом измерения перемещения (подвижной измерительной линейкой Л).

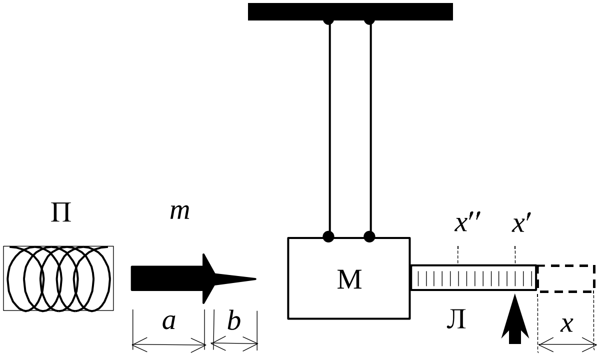

Рис. 1

2. Измерение скорости пули

Длина острия пули b = 2 см = 0,02 м, минимальная скорость пули на выходе из пружинного пистолета примерно 2 м/с. Считая, что пуля, внедряясь остриём в пластилин, движется равнозамедленно, примем среднюю скорость движения пули относительно пластилина равной 1 м/с. Тогда пуля проникает в пластилин на 2 см за 0,02 с = 1/50 с. Такой промежуток времени глазом не воспринимается. В то же время отклонение маятника вполне обозримо, т.е. происходит за время порядка 1 с. Следовательно, весь процесс взаимодействия пули с маятником можно представить в виде двух этапов:

1) очень короткого промежутка времени, когда пуля внедряется в пластилин, но маятник ещё неподвижен относительно линейки Л;

2) медленного (в сравнении с пулей) движения маятника вместе с застрявшей в нём пулей.

Эти качественные соображения ещё необходимо подтвердить количественными результатами измерений.

Первый этап удара. Пока маятник ещё неподвижен, внешние силы, действующие на пулю и маятник (назовите их), направлены вертикально, т. е. перпендикулярно направлению движения пули к маятнику. Более того, сумма этих внешних сил равна нулю: вертикальное ускорение пули и маятника ещё отсутствует (какой закон связывает ускорение и силы?). Следовательно, горизонтальная компонента суммарного импульса пули и маятника на этом этапе сохраняется, так как взаимные силы трения пули и маятника, без сомнения, весьма значительные, являются внутренними силами системы этих тел и суммарного импульса не изменяют (на основании какого закона?). Закон сохранения горизонтальной компоненты импульса маятника и пули в лабораторной системе отсчёта можно записать так:

$$mV_0 = (m+M)V_1, \qquad (1)$$

где V_0 – проекция начальной скорости пули на горизонтальную ось; V_1 – проекция на горизонтальную ось скорости маятника сразу после того, как пуля застряла в пластилине; m и M – массы пули и маятника соответственно. Левая часть равенства – импульс пули после вылета из пистолета, правая – импульс маятника с пулей после удара.

PDF-XChange Viewer
Click to buy NOW!
www.docu-track.com

Второй этап удара. Маятник с пулей отклоняется от положен равновесия. Поскольку пуля уже остановилась в пластилине, действие сил трения скольжения прекратилось. Поэтому, если пренебречь слабыми потерями энергии (преодоление сопротивления воздуха, трение в подвесе, трение в механизме, измеряющем отклонение), можно считать, что выполняется закон сохранения механической энергии при движении маятника с пулей в поле силы тяжести (из точки *B* в точку *C* на рис. 2).

Закон сохранения энергии записываем в виде

$$\frac{(m+M)V_1^2}{2} = \; m+M \quad gh\,, \qquad (2)$$

где g – ускорение свободного падения; h – высота максимального подъема маятника (рис. 2). Заметим, что на рис. 2 отрезки *AO* и *OB* по построению лежат на одной прямой и равны по величине длине подвеса маятника *l*. Точка O – точка закрепления подвеса.

Исключив из выражений (1) и (2) скорость маятника V_1, можно по высоте максимального подъема маятника h определить начальную скорость пули V_0. Однако практически гораздо проще, чем высоту подъема, измерить горизонтальное смещение маятника x при помощи простейшего измерительного «механизма» (см. рис. 1): $x = \left|x' - x''\right|$. Здесь x', x'' – координаты, отсчитанные по линейке при двух её положениях, начальном и конечном.

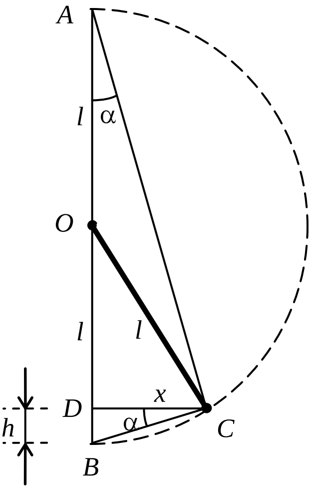

Рис. 2

На рис. 2 видно, что прямоугольные треугольники *ABC*, *ACD* и *BCD* подобны. (Угол *ABC* опирается на диаметр описанной окружности и поэтому является прямым.) Из подобия треугольников *ACD* и *BCD* следует, что

$$\frac{h}{x} = \frac{x}{2l - h}\,. \qquad (3)$$

При малых углах отклонения маятника $h \ll l$. Пренебрегая h в разности $2l - h$, из (3) получаем

$$h = \frac{x^2}{2l}. \tag{4}$$

Решая систему уравнений (1), (2), (4), получаем, что начальная скорость пули

$$V_0 = \frac{m+M}{m}\left(\frac{g}{l}\right)^{1/2} x.$$

Введём обозначение:

$$\frac{m+M}{m}\left(\frac{g}{l}\right)^{1/2} = K, \tag{5}$$

тогда

$$V_0 = K x.$$

Таким образом, измерение скорости в этой работе – косвенное измерение. Вычислив значение K по формуле (5) и измерив несколько раз смещение x (т. е. получив выборку случайной величины x), можно вычислить среднее значение смещения $\overline{x}$ и среднее значение начальной скорости $\overline{V_0}$ для каждой пули:

$$\boxed{\overline{V_0} = K\,\overline{x}} \tag{6}$$

Проверка разделения удара на два этапа. Время внедрения пули в пластилин $\tau_1 = b\big/\,V_0/2$, где $V_0/2$ – средняя скорость равнозамедленного движения пули в пластилине до остановки.

Из (1) – проекция на горизонтальную ось скорости маятника с застрявшей в нём пулей сразу после удара:

$$V_1 = \frac{mV_0}{m+M}.$$

Считаем горизонтальное движение маятника с пулей равнозамедленным со средней скоростью $V_1/2$. Тогда длительность второго этапа удара $\tau_2 = x/\ V_1/2$. Отсюда отношение длительностей первого и второго этапов:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{b/\ V_0/2}{x/\ V_1/2} = \frac{b}{x}\frac{m}{m+M}\,. \qquad (7)$$

Если это соотношение меньше 0,1, считаем разбиение удара на два этапа допустимым. Оценку достаточно провести для самой тяжёлой пули. Масса маятника $M \geq 2$ кг.

3. Зависимость скорости пули от ее массы

Полученная для расчета скорости формула (5) не характеризует явную зависимость скорости пули от ее массы, так как от массы зависит еще и горизонтальное смещение x.

Явную зависимость скорости пули от массы можно получить, применяя закон сохранения энергии. Потенциальная энергия сжатой пружины переходит в кинетическую энергию пули и пружины (пружина тоже движется вплоть до момента отрыва пули). Потерями энергии на преодоление сил трения в системе пренебрегаем. Тогда для момента времени перед самым отрывом пули от пружины, когда скорость пули и скорость конца пружины практически равны V_0, закон сохранения энергии можно записать в виде

$$\frac{ca^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} + E_{\text{кин пр}}\,, \qquad (8)$$

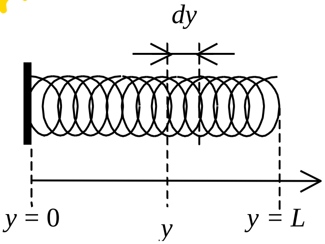

Рис. 3

где *c* – коэффициент жесткости пружины; *a* – деформация пружины при сжатии, равная длине хвостовика пружины (см. рис. 1). При расчете $E_{\text{кин пр}}$, кинетической энергии пружины в момент вылета пули, предположим: во-первых, что пружина однородна; во-вторых, что один конец пружины всегда покоится в лабораторной системе отсчёта, а скорость второго конца равна скорости пули V_0. Тогда скорость элемента пружины, расположенного на расстоянии *y* от неподвижного конца, в любой момент времени линейно зависит от *y*, и в момент отрыва пули равна $V\ y = \frac{y}{L}V_0$ (здесь *L* – длина деформированной пружины). Введем линейную плотность пружины $\rho = \frac{m_{\text{пр}}}{L}$. Тогда кинетическая энергия бесконечно малого элемента пружины длиной dy, находящегося на расстоянии *y* от неподвижного конца (рис. 3), равна

$$dE = \frac{\rho dy V^2(y)}{2} = \frac{1}{2}\frac{m_{\text{пр}}}{L}\left(\frac{y}{L}V_0\right)^2 dy = \frac{1}{2}\frac{m_{\text{пр}}V_0^2}{L^3}y^2 dy\,. \tag{9}$$

Чтобы получить кинетическую энергию всех элементов пружины, проинтегрируем выражение (9) от нуля до *L*: $E_{\text{кин пр}} = \int_0^L dE$. Проинтегрировав, получим

$$E_{\text{кин пр}} = \frac{1}{6}m_{\text{пр}}V_0^2\,. \tag{10}$$

Подставив это выражение в (8), получаем

$$\frac{ca^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} + \frac{1}{6}m_{\text{пр}}V_0^2\,. \tag{11}$$

дно, что зависимость скорости V_0 от массы *m* не является линейно

После несложных преобразований зависимость (11) можно *линеаризовать*, т. е. привести к линейной:

$$\boxed{V_0^{-2} = \frac{1}{ca^2} m + \frac{1}{ca^2} \frac{m_{\text{пр}}}{3}} \qquad (12)$$

Исследуем формулу (12). Функция V_0^{-2} линейно зависит от массы пули, графиком зависимости V_0^{-2} от *m* является прямая линия (рис. 4).

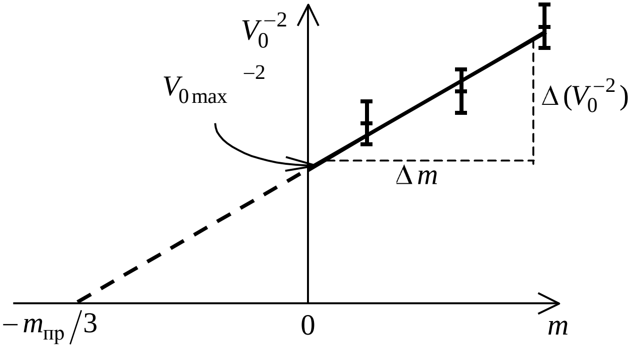

Рис. 4

При $m = 0$ имеем $V_0^{-2} = \frac{1}{ca^2} \frac{m_{\text{пр}}}{3}$. Эта точка соответствует теоретически максимальной скорости «невесомой» пули с данной пружиной.

На графике зависимости V_0^{-2} от *m* угловой коэффициент наклона *k* прямой к оси абсцисс равен

$$k = \frac{\Delta\ V_0^{-2}}{\Delta m} = \frac{1}{ca^2}.$$

Величина V_0^{-2} была бы равна нулю при $m = -m_{\text{пр}}/3$.

4. Оценка стандартного отклонения величины V^{-2}

Из формулы (6) следует, что экспериментальное значение величины V_0^{-2} находится по формуле

$$V_0^{-2} = K^{-2} x^{-2} . \tag{13}$$

Величина V_0^{-2} вычисляется по измеряемому значению *x*. Следовательно, оценка стандартного отклонения величины V_0^{-2} может быть произведена по формулам (14), (15) вводного занятия, которые применяются при косвенных измерениях:

$$\boxed{\sigma_{V_0^{-2}} = \overline{V_0^{-2}} \sqrt{\left(\frac{2\sigma_x}{\overline{x}} \right)^2 + \left(\frac{2\sigma_K}{\overline{K}} \right)^2}} \tag{14}$$

5. Задания

1. Проведите измерения смещения при попадании в маятник пуль различной массы (для каждой пули измерения повторите три раза). При каждом измерении после выстрела и перемещения измерительной линейки следует, не трогая линейку, выстрелить ещё раз (произвести «контрольный выстрел»). Возможно, при повторном выстреле линейка переместится ещё немного дальше, так как работа сил трения линейки в механизме при повторном, гораздо меньшем перемещении линейки существенно уменьшается по сравнению с первым выстрелом и не вносит заметной погрешности (иными словами, при повторном выстреле линейка почти не тормозит маятник). Поэтому результат, полученный после «достреливания» фактически совпадает с результатом, который получили бы «при отсутствии трения».

2. Рассчитайте значения величин V_0, V_0^{-2} и $\sigma_{V_0^{-2}}$.

3. Постройте график зависимости V_0^{-2} от *m* с учетом $\sigma_{V_0^{-2}}$ и сравните с теоретической зависимостью (12) (см. рис. 4).

4. Оцените по графику массу пружины и максимально возможную скорость пули.

5. Измерьте линейкой хвостовик пули *a* (см. рис. 1) и оцените графику коэффициент жёсткости пружины *c*.

6. По экспериментальным данным для самой тяжёлой пули по формуле (7) оцените допустимость разбиения удара на два этапа.

6. Контрольные вопросы

1. Какова цель данной лабораторной работы?

2. Как в данной работе измеряется скорость пули?

3. На какие этапы можно условно разделить процесс соударения пули с маятником?

4. Нарисуйте векторы внешних сил, действующих на пулю и маятник: а) на первом этапе соударения; б) на втором этапе.

5. Влияют ли взаимные силы трения пули и маятника на суммарный импульс маятника и пули?

6. На каком этапе (этапах) удара выполняется закон сохранения импульса системы маятник – пуля?

7. На каком этапе (этапах) удара выполняется закон сохранения механической энергии при выводе теоретической зависимости (12) и какие при этом делаются допущения?

8. Как от высоты подъема маятника перейти к величине его горизонтального смещения и какие допущения при этом необходимо сделать?

9. Выведите зависимость скорости пули от горизонтального смещения маятника.

10. Выведите зависимость скорости пули от её массы.

11. В каких осях следует строить зависимость скорости пули от ее массы, чтобы выяснить, подтвердилась ли теоретическая зависимость (12)?

12. Какие характеристики пружины можно определить по этому графику?

13. Получили ли вы ожидаемую зависимость скорости пули от ее массы? Что это означает?

Рекомендуемая литература

Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука (любой год издания).